

# Aula 7 de fenômenos de transporte

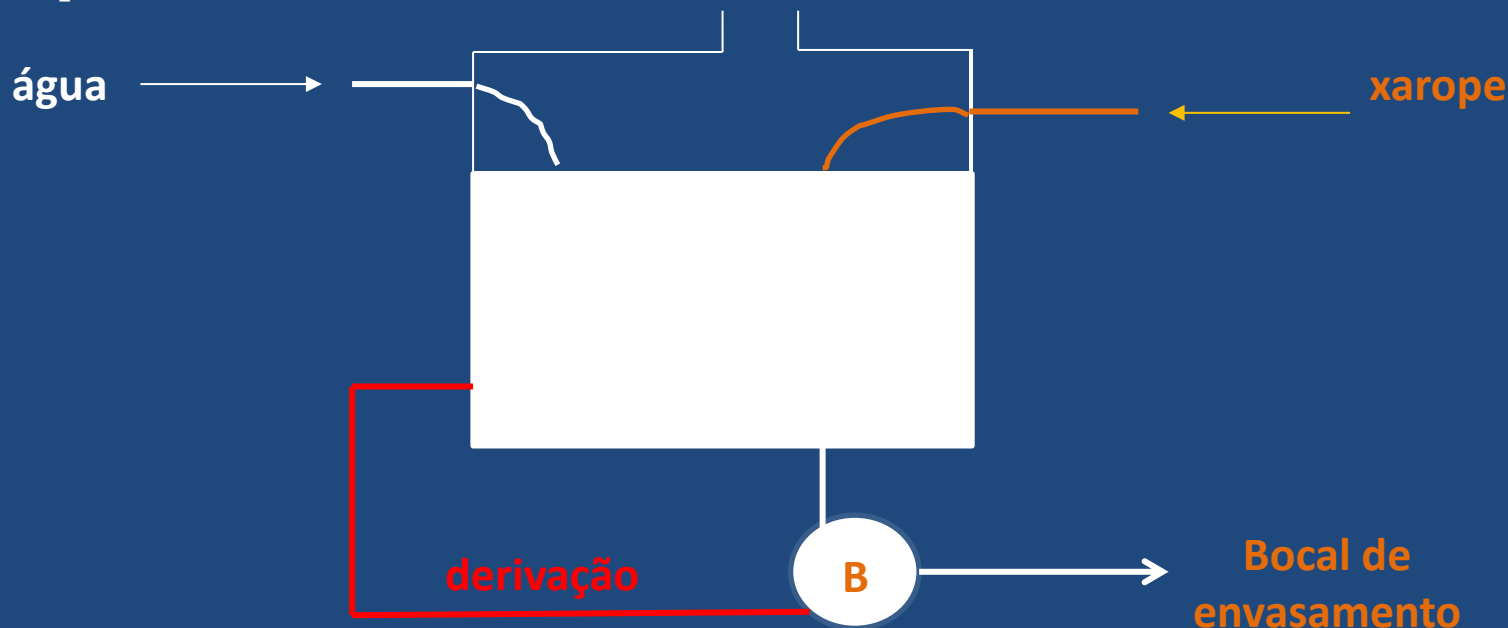
21/03/2013

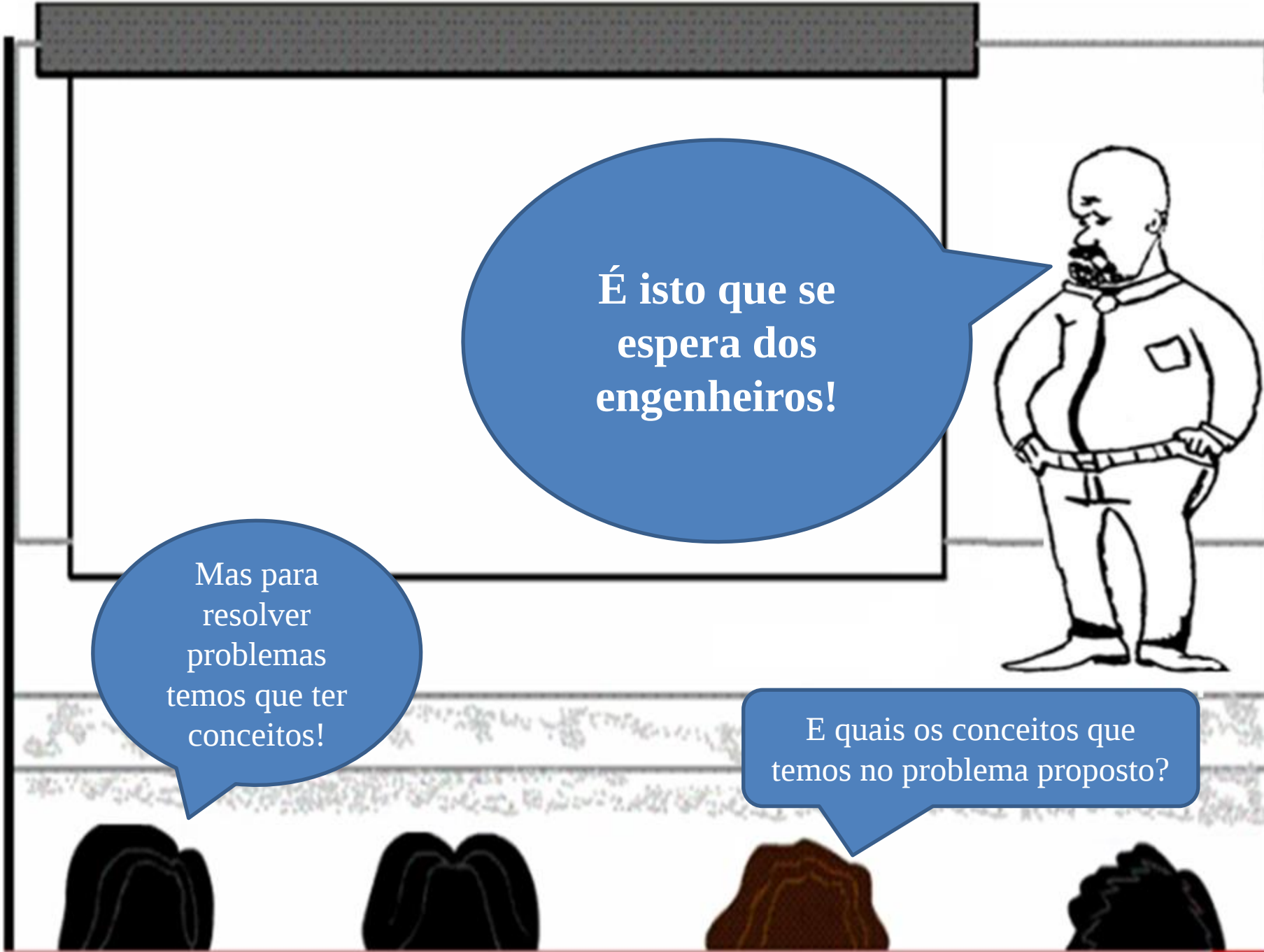
Engenheiro  
precisa resolver  
problemas!



O reservatório da figura, que se mantém a nível constante, é utilizado para preparar e engarrafar um produto que é constituído por um xarope diluído em água. O xarope tem viscosidade alta e assim, o escoamento é laminar no seu conduto de entrada de diâmetro 20 mm, onde a velocidade máxima é 3,18 m/s. O bocal de envasamento enche 200 garrafas de 750 mL com o produto em 1 minuto, alimentado por uma bomba que tem um conduto de derivação com o reservatório. No conduto de entrada da bomba de diâmetro de 40 mm, o escoamento é turbulento e tem velocidade de 2,3 m/s a 8 mm de distância da parede do conduto. Posto isto, determinar:

1. a vazão na derivação e o sentido do escoamento que deve ser indicado na figura;
2. a relação entre as vazões de xarope e água, ou seja, a que representa a composição do produto.





É isto que se  
espera dos  
engenheiros!

Mas para  
resolver  
problemas  
temos que ter  
conceitos!

E quais os conceitos que  
temos no problema proposto?



Lendo e refletindo sobre o seu  
enunciado, podemos enumerá-los!



A black and white cartoon illustration of a lecture hall. A professor with a beard and a white shirt stands at the front, looking towards the students. Several students are seated at desks, some looking at books or papers. One student in the foreground is looking up at the professor. The scene is set in a classroom with a chalkboard in the background.

1. “Reservatório que mantém nível constante” esta é a condição básica para se ter o escoamento em regime permanente, aquele onde o tempo não é variável do fenômeno estudado!

Então não precisamos pensar em equações diferenciais?

Exatamente, já que as propriedades do fluido em uma dada seção do escoamento ficam inalteradas com o tempo.

E o que vem a ser fluido?



A black and white cartoon illustration of a classroom. A teacher, a bald man with a beard wearing a sweater and tie, stands in the center. He is looking towards a student on the left who is sitting at a desk and looking up at him. Other students are visible in the background, some sitting at desks and others standing. There are four blue speech bubbles overlaid on the image containing Portuguese text.

2. Fluido é a substância que não tem forma própria e estando em repouso não resiste a esforços tangenciais, por menor que estes sejam.

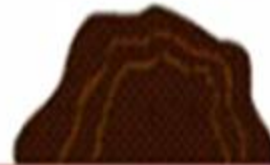
Satisfeita?

Ok!

Vamos voltar ao problema.

2. “O xarope tem viscosidade alta...”

O que vem a ser viscosidade?





3. A viscosidade é a propriedade que o fluido tem que exprime a resistência que ele oferece aos esforços tangenciais. Ela também é responsável pelo atrito do fluido com as paredes internas do conduto por onde ele escoa e o atrito entre as camadas fluidas.

Então é ela que é responsável pela existência da perda de carga?



$$H_{\text{inicial}} = H_{\text{final}} + H_{\text{pi-f}}$$

$$H_{\text{pi-f}} = \text{perda de carga}$$

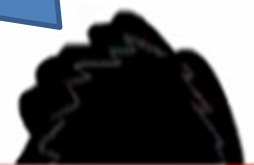
A viscosidade é também denominada de viscosidade dinâmica e em nosso curso será representada pela letra  $\mu$ , tendo sua equação dimensional representada por:

$$[\mu] = \frac{F \times T}{L^2}$$

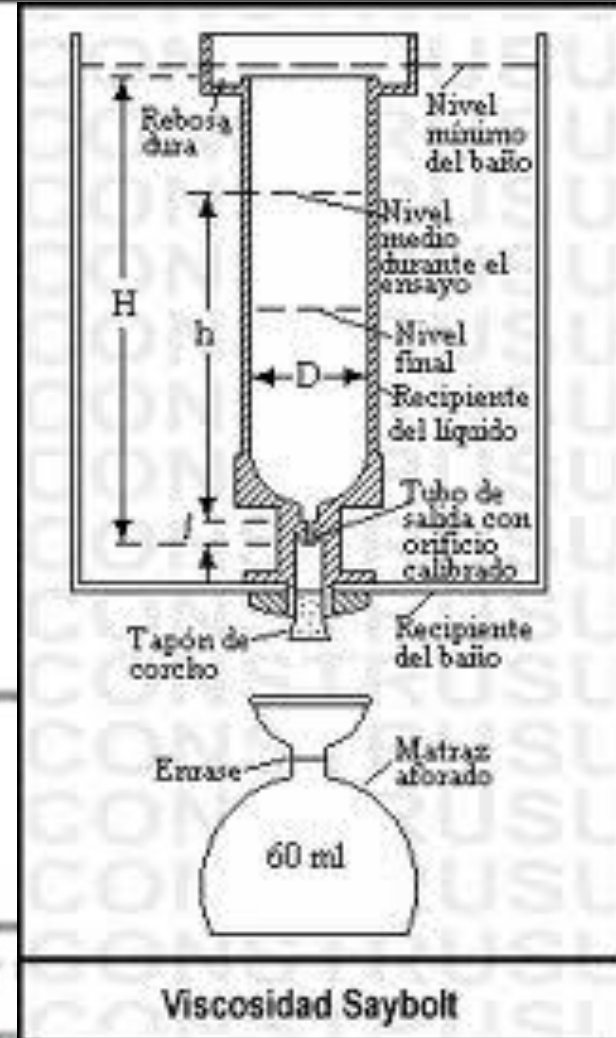
$$[\mu]_{SI} = \frac{N \times s}{m^2} = Pa \times s$$

Exatamente!

Como determinamos a viscosidade?



4. A viscosidade pode ser determinada por um viscosímetro, por exemplo o de Saybolt.



CONSTRUSUR

CONSTRUSUR

O viscosímetro Saybolt está baseado no tempo de passagem de um determinado volume do fluido, geralmente 60 mL, através de um orifício, que pode ser o UNIVERSAL ou o FUROL, o que permite determinar a viscosidade Saybolt Universal (SSU) e Saybolt Furol (SSF) a temperaturas que variam entre ambiente 5°C e 250°C. O ensaio baseia-se na medição dos segundos que uma quantidade padrão de amostra consome para escoar através de um furo padronizado, a uma temperatura constante e muito precisa.



5. Com o viscosímetro  
de Saybolt  
determinamos a  
viscosidade cinemática  
v.

Como?



$$[\nu]_{SI} = \frac{m^2}{s}$$

Por exemplo:

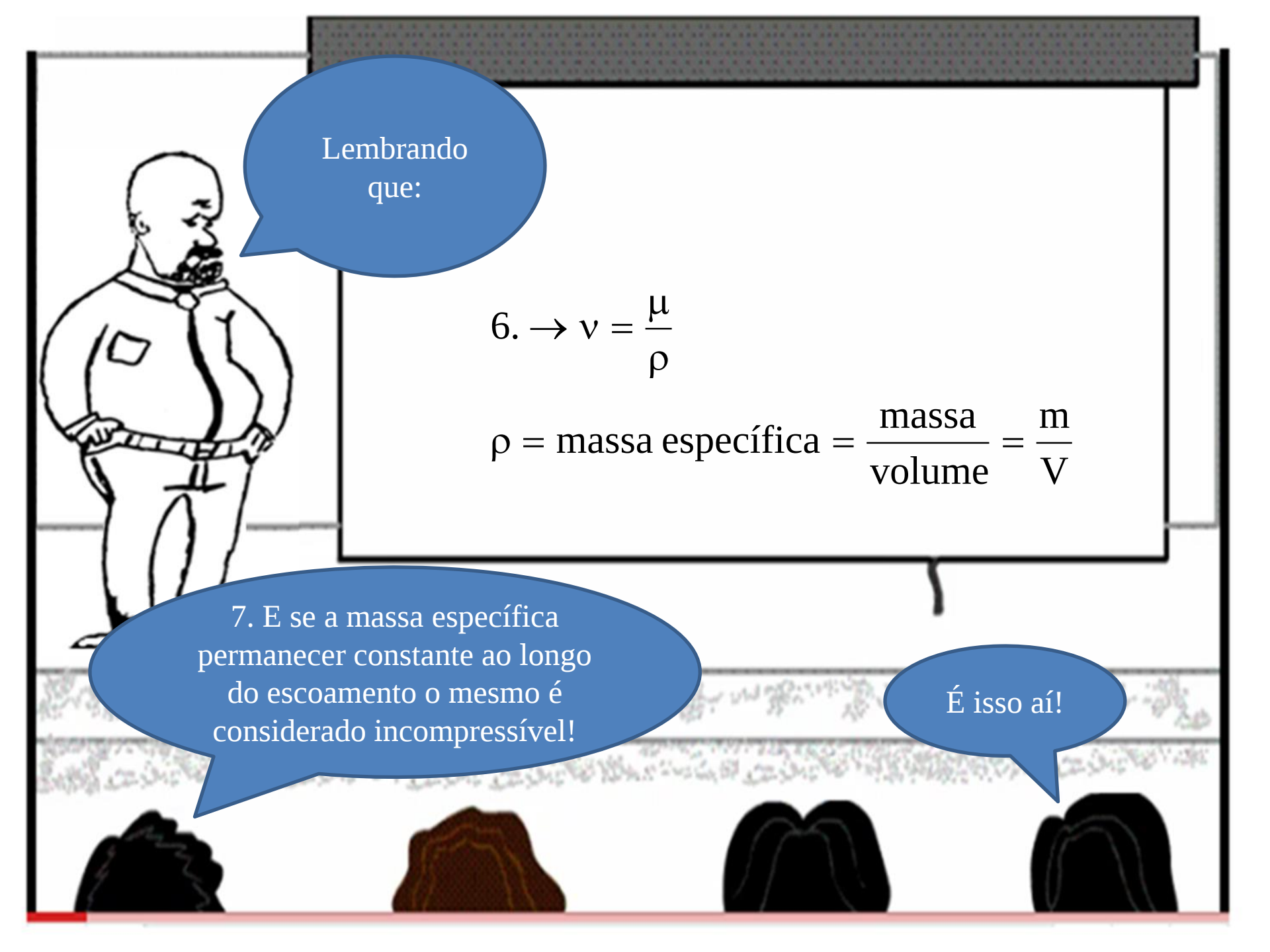
$$\nu = A \times t - \frac{B}{t}$$

t = tempo cronometrado

A e B = parâmetros que dependem do viscosímetro



Beleza, mas tendo a viscosidade cinemática, como determinamos a viscosidade dinâmica?



Lembrando  
que:

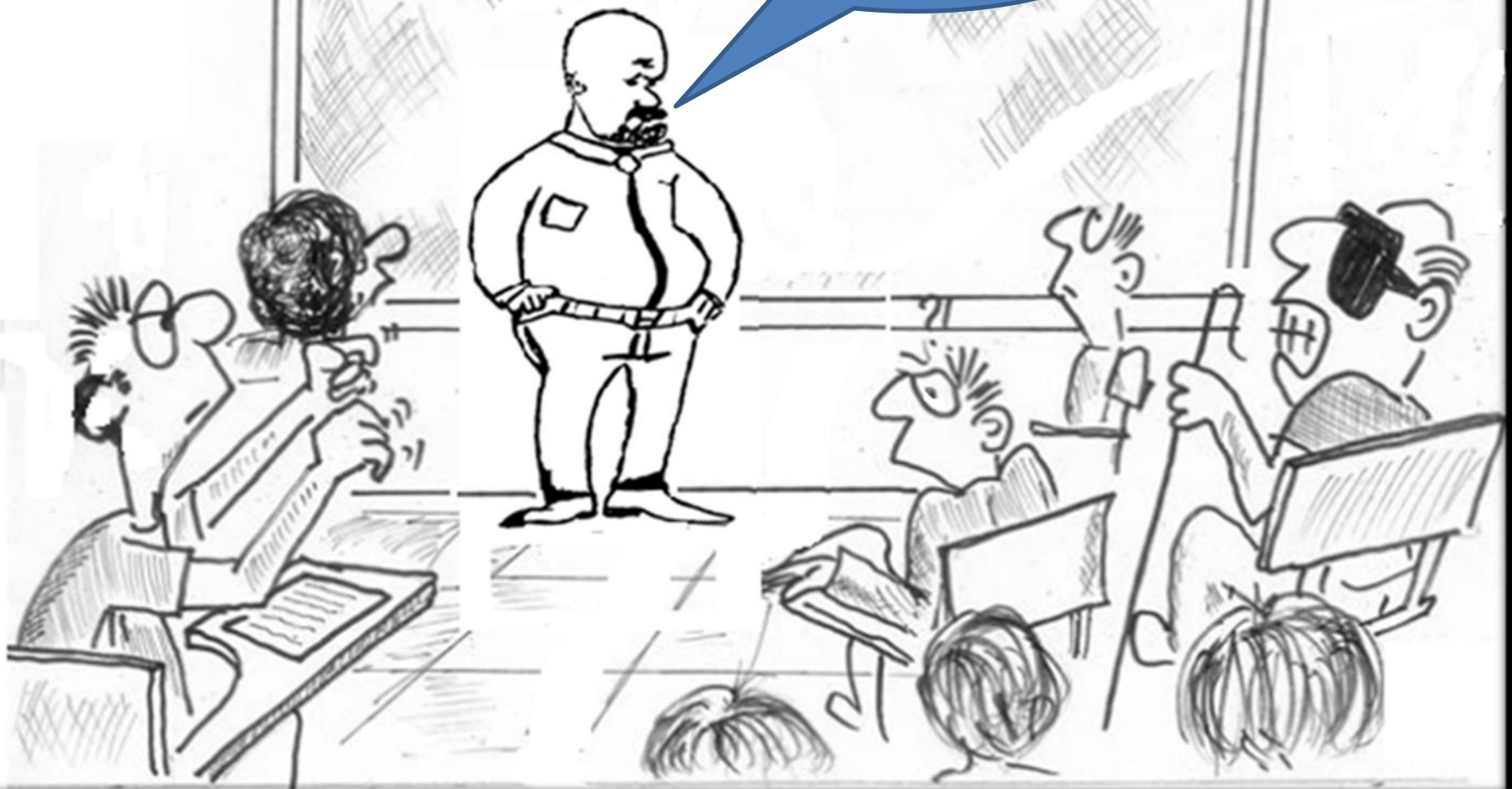
$$6. \rightarrow v = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\rho = \text{massa específica} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} = \frac{m}{V}$$

7. E se a massa específica  
permanecer constante ao longo  
do escoamento o mesmo é  
considerado incompressível!

É isso aí!

Vamos voltar ao problema.

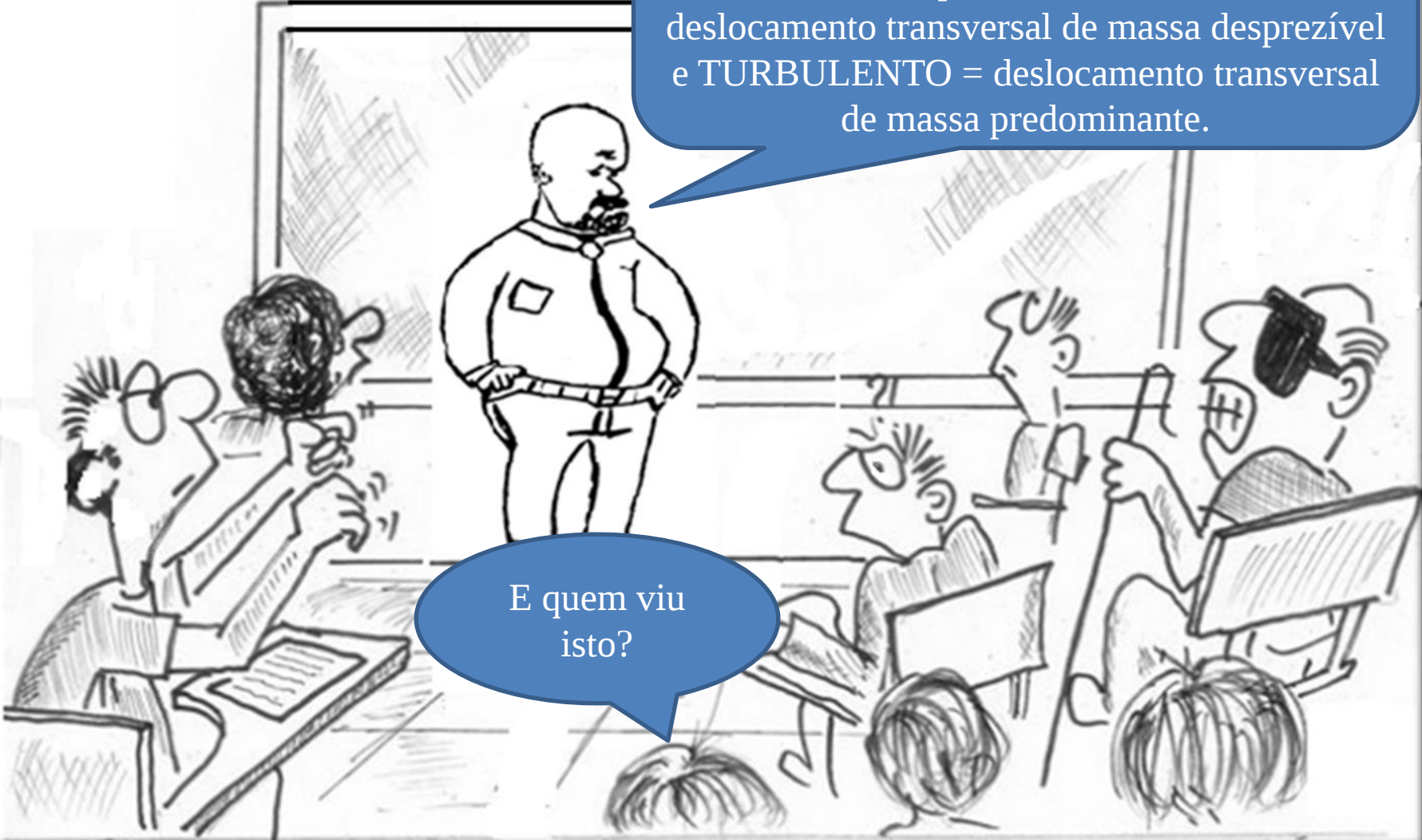


“...o escoamento é laminar no seu conduto de entrada ... No conduto de entrada da bomba de diâmetro de 40 mm, o escoamento é turbulento ...”

Escoamento laminar, turbulento, o que é isto?



8. Uma das classificações possíveis do escoamento incompressível de um fluido está relacionada com o deslocamento transversal de massa, onde podemos ter: LAMINAR = deslocamento transversal de massa desprezível e TURBULENTO = deslocamento transversal de massa predominante.

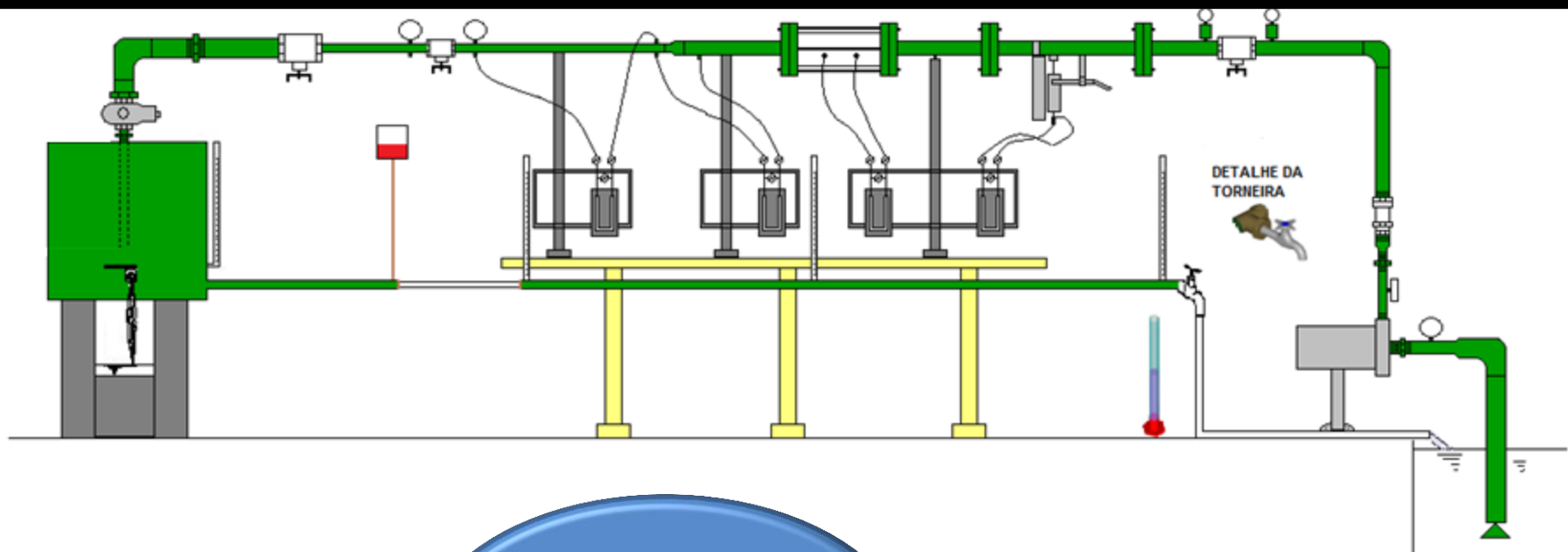
A black and white cartoon illustration of a classroom scene. A professor with a beard and a white shirt stands at the front of the room, looking towards the students. Several students are seated at desks, some looking at the professor, others looking at their papers or books. One student on the right is wearing a large, dark, rectangular object over their head. The professor is speaking, and a speech bubble from him contains text about fluid flow classification. Another speech bubble from a student in the foreground contains the question 'E quem viu isto?'.

E quem viu isto?

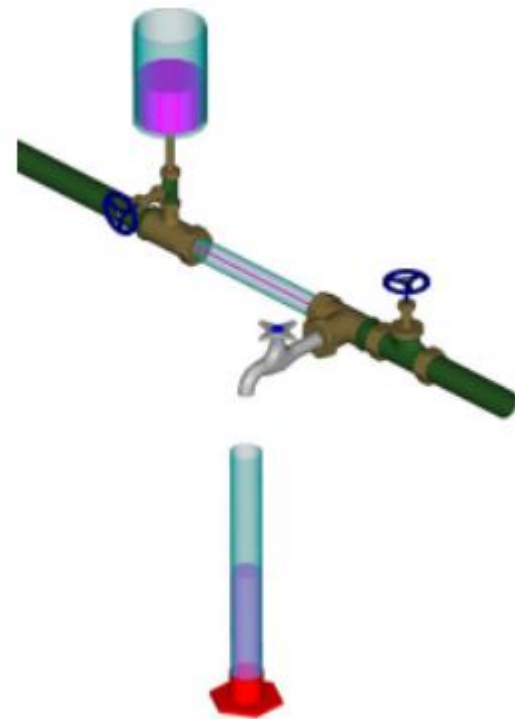


9. Foi Reynolds que estabeleceu o escoamento LAMINAR, TURBULENTO e TRANSIÇÃO que é a passagem do laminar para o turbulento e vice-versa. Ele obteve a classificação laminar, turbulento e transição através da experiência que recebeu o seu nome, ou seja, a EXPERIÊNCIA DE REYNOLDS.

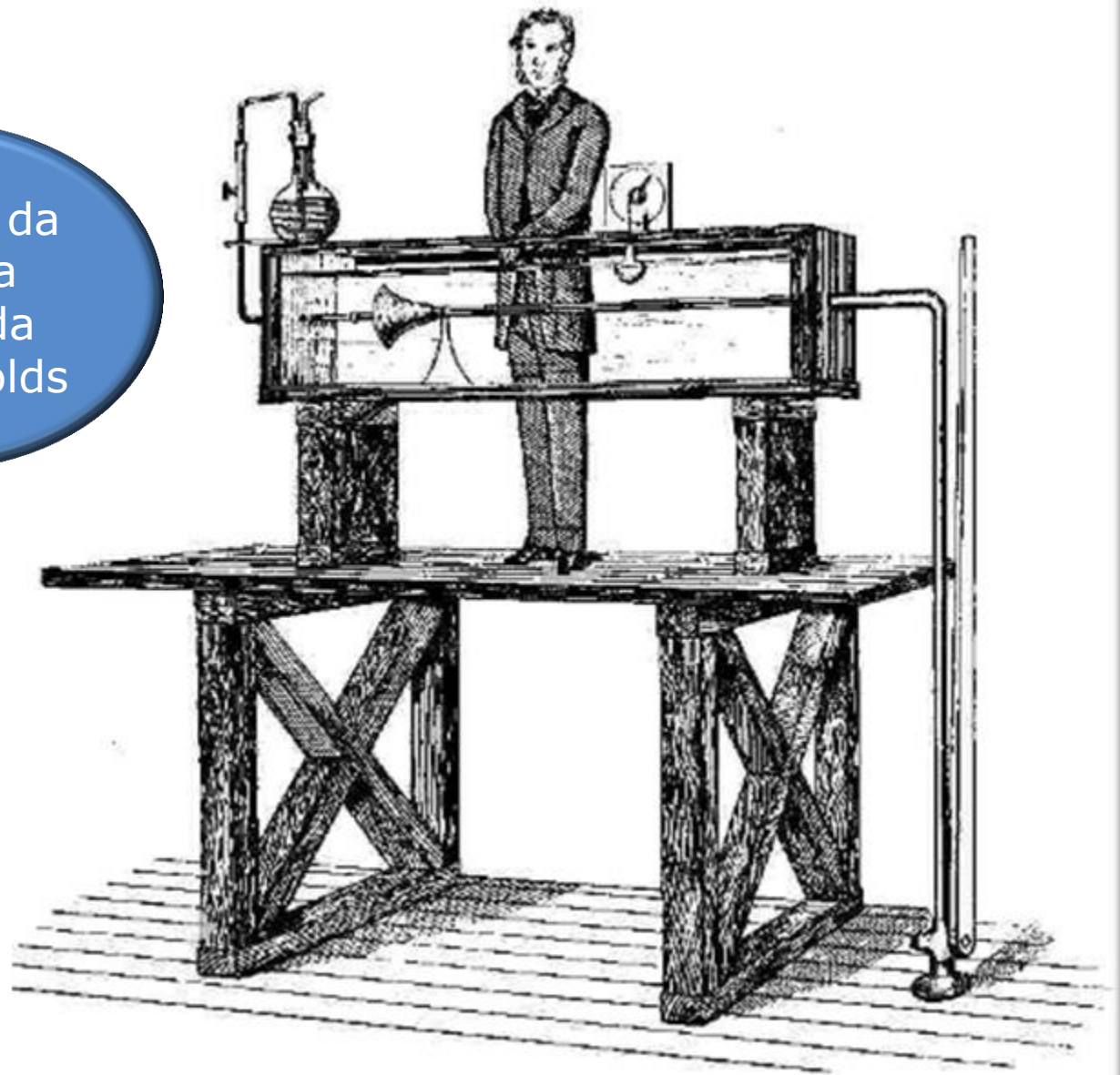
Como era esta experiência?



Experiência de  
Reynolds



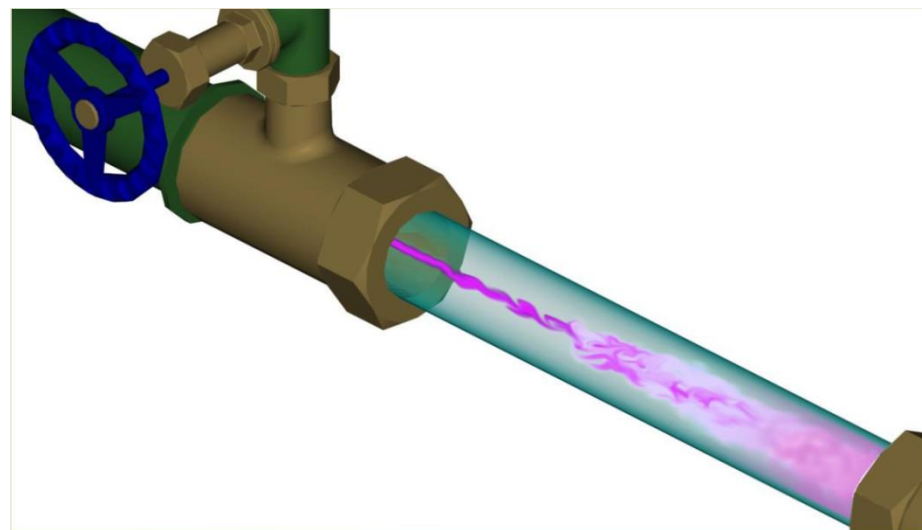
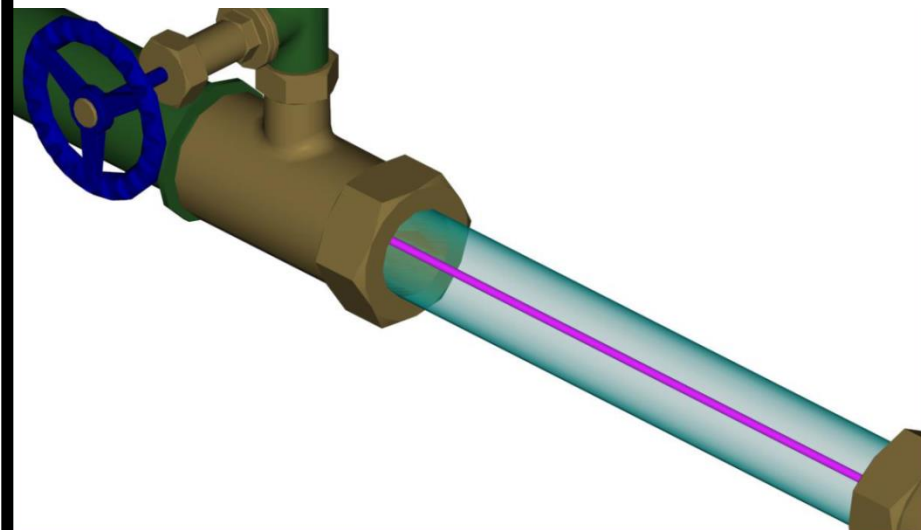
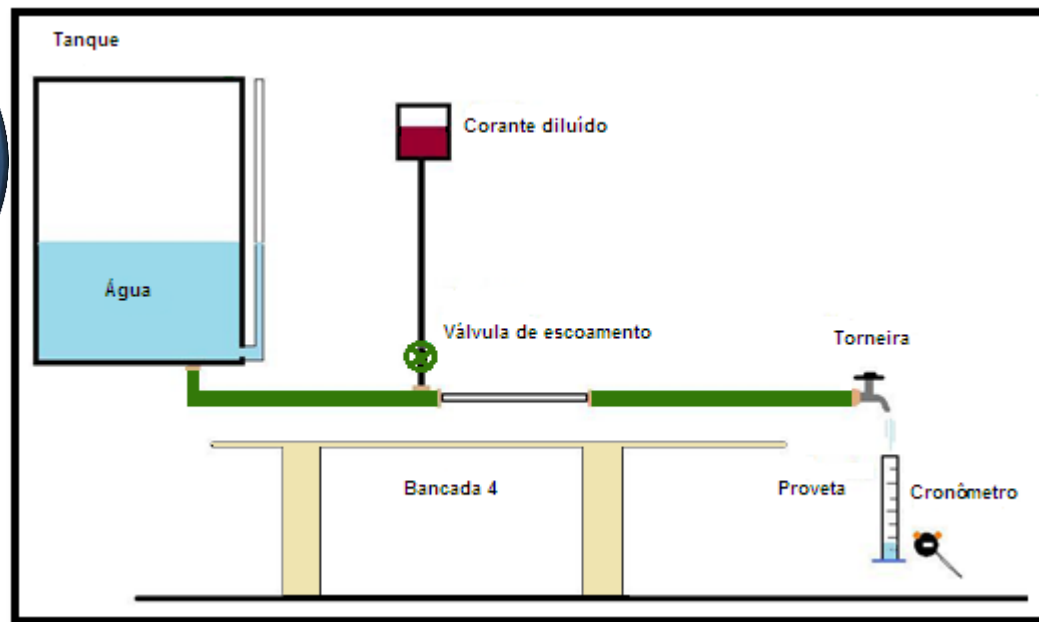
Esquema da  
bancada  
idealizada  
por Reynolds



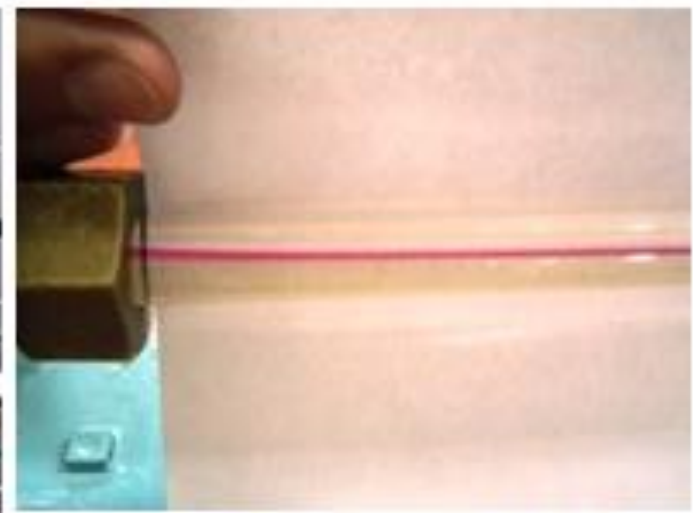
# Reproduziremos a sua experiência em nossas bancadas



Aonde  
visualizamos  
os  
escoamentos  
laminar e  
turbulento



FOTOS DO  
TRECHO ONDE  
É REALIZADA A  
EXPERIÊNCIA  
DE REYNOLDS,  
COM  
ESCOAMENTO  
LAMINAR E  
TURBULENTO E  
AINDA A  
DETERMINAÇÃO  
DA VAZÃO.





Na experiência de Reynolds  
injetamos um corante e  
observamos a existência, ou  
não, do deslocamento  
transversal de massa.

Na prática  
também fazemos  
isto?

Não, na prática calculamos um número adimensional, denominado de número de Reynolds e estabelecemos o tipo de escoamento: LAMINAR, TRANSIÇÃO ou TURBULENTO.



$$Re = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} = \frac{v \times D}{\nu}$$

$Re \leq 2000 \Rightarrow$  LAMINAR

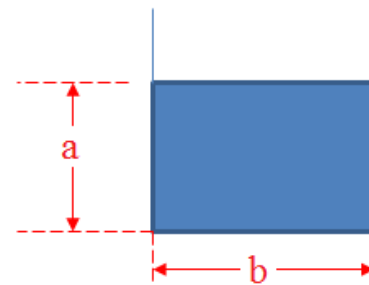
$Re \geq 4000 \Rightarrow$  TURBULENTO

$2000 < Re < 4000 \Rightarrow$  TRANSIÇÃO

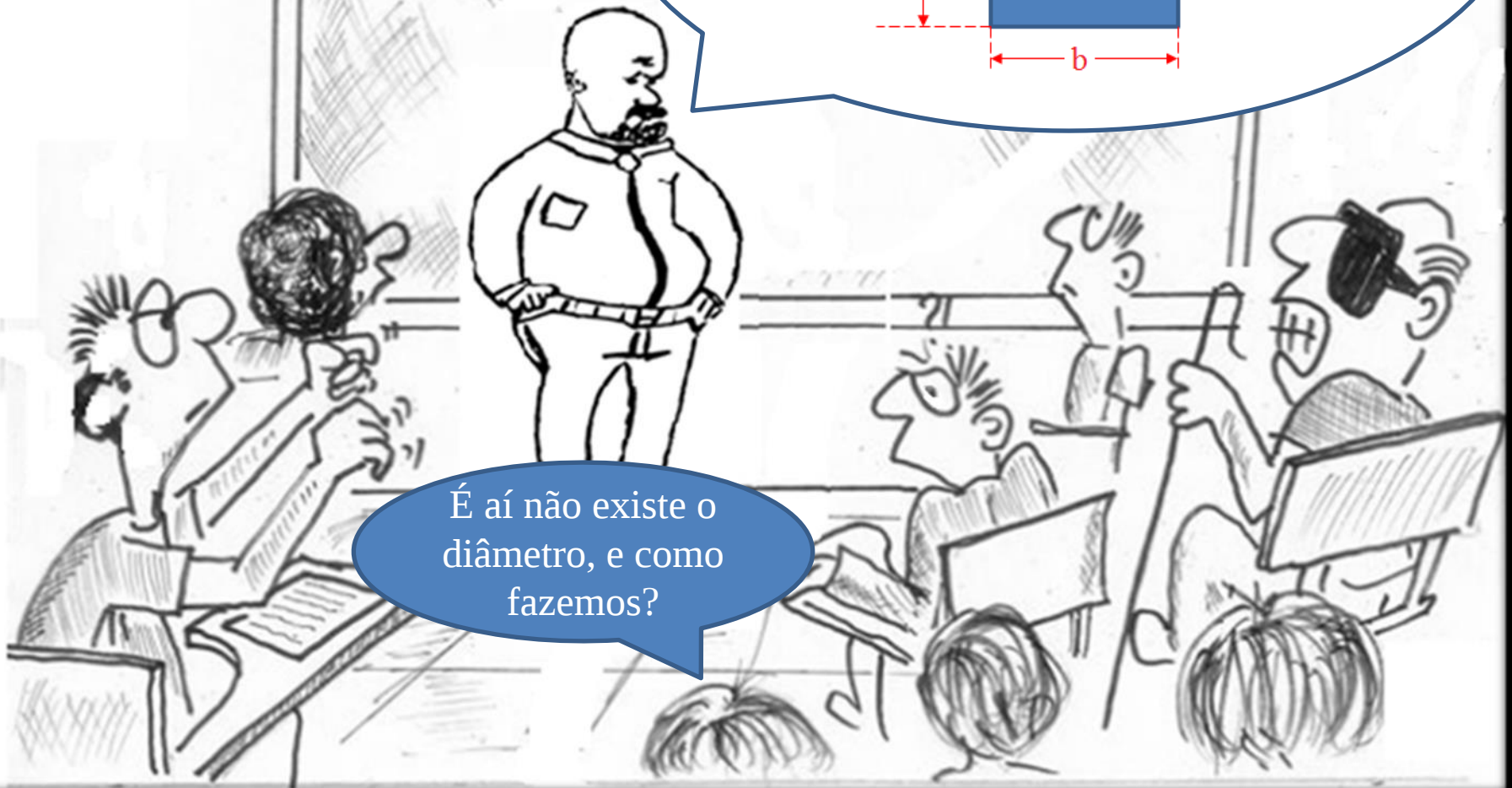


Mas será que este  
número é universal  
mesmo?

Não ,basta pensar no exemplo:



É aí não existe o  
diâmetro, e como  
fazemos?



10. Recorremos ao  
conceito de diâmetro  
hidráulico ( $D_H$ )

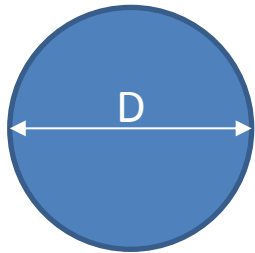


$$D_H = 4 \times \frac{\text{área da seção formada pelo fluido}}{\text{perímetro molhado}}$$

$$D_H = 4 \times \frac{A}{\sigma}$$

$\sigma$  = formada pelo contato do fluido com superfície sólida

Importante observar que no caso do conduto de seção circular e forçado o diâmetro hidráulico é igual ao diâmetro interno ( $D_H = D$ )



$$D_H = 4 \times \frac{\pi \times R^2}{2 \times \pi \times R} = 2 \times R = D$$



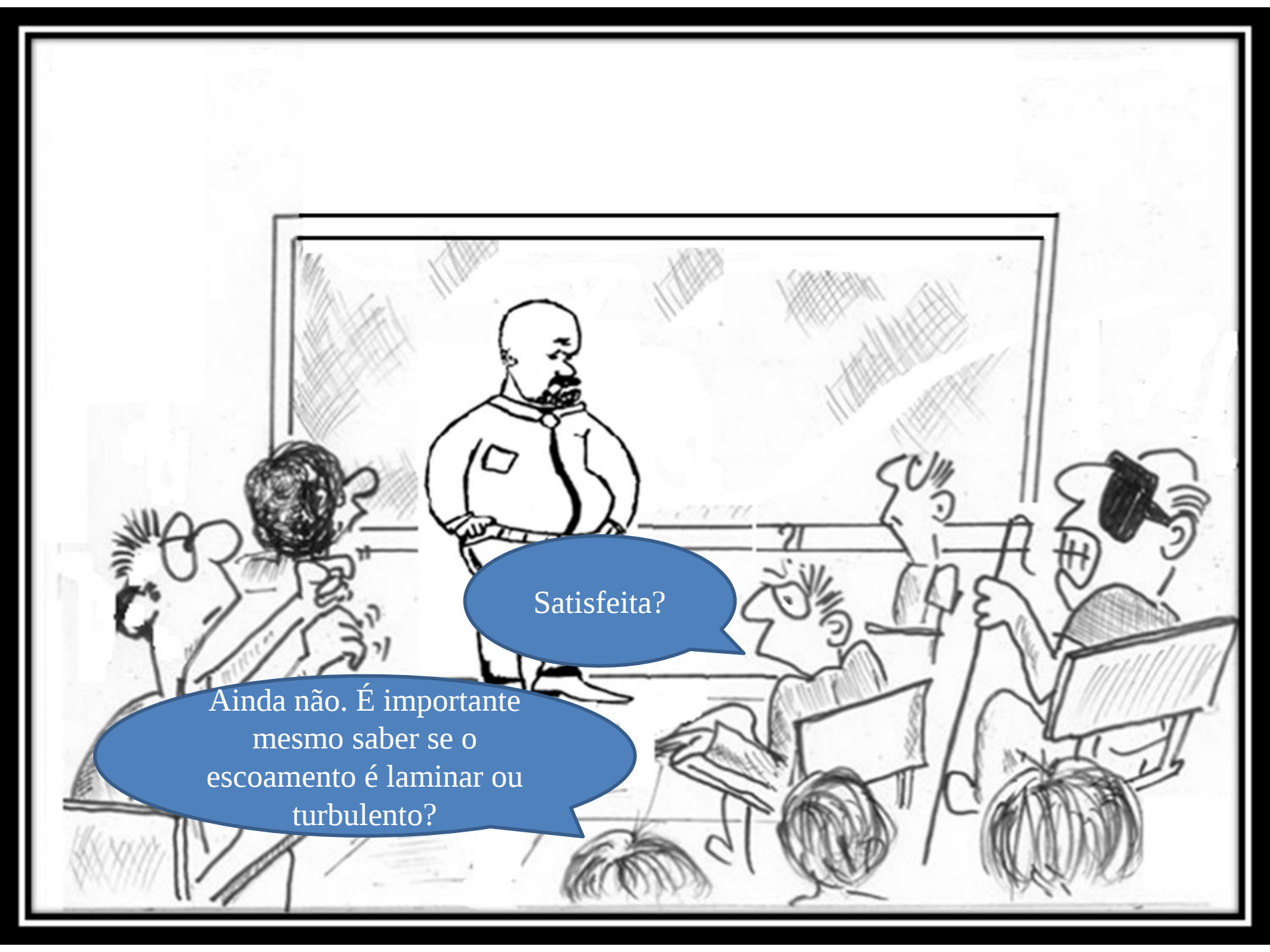
Portanto, podemos substituir o  $D$  por  $D_H$  e nada se altera.



$$Re = \frac{\rho \times v \times D_H}{\mu} = \frac{v \times D_H}{\nu}$$

E aí temos que o número de Reynolds passa a ser um número universal!





Satisfeita?

Ainda não. É importante mesmo saber se o escoamento é laminar ou turbulento?

A black and white cartoon illustration of a classroom. A professor with a beard and a small square on his shirt stands at the front, looking towards the students. Several students are seated at desks, some looking at the professor, others looking away. One student on the left is wearing large sunglasses and holding a book. The scene is set in a simple classroom with a chalkboard in the background.

Sim, tanto para o cálculo da perda de carga, como para o cálculo da velocidade média do escoamento.

Satisfeita?

Ainda não. E como calculamos a velocidade média do escoamento.



Conhecendo  $Q$  e  $A$  é fácil:

$$v = \frac{Q}{A}$$

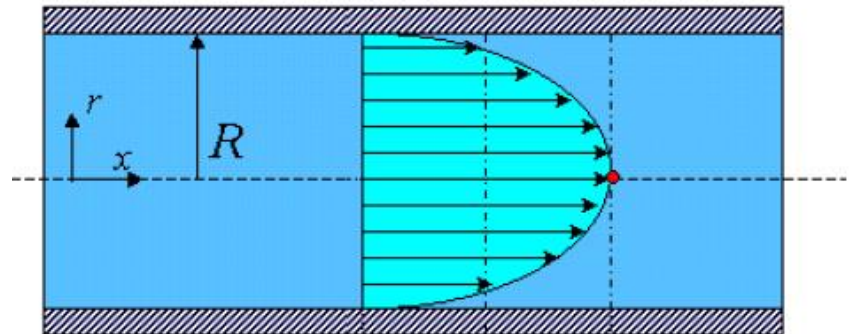
Se conhecermos  $Re$ ,  $D_H$  e  $v$ , temos:

$$v = \frac{Re \times \nu}{D_H}$$

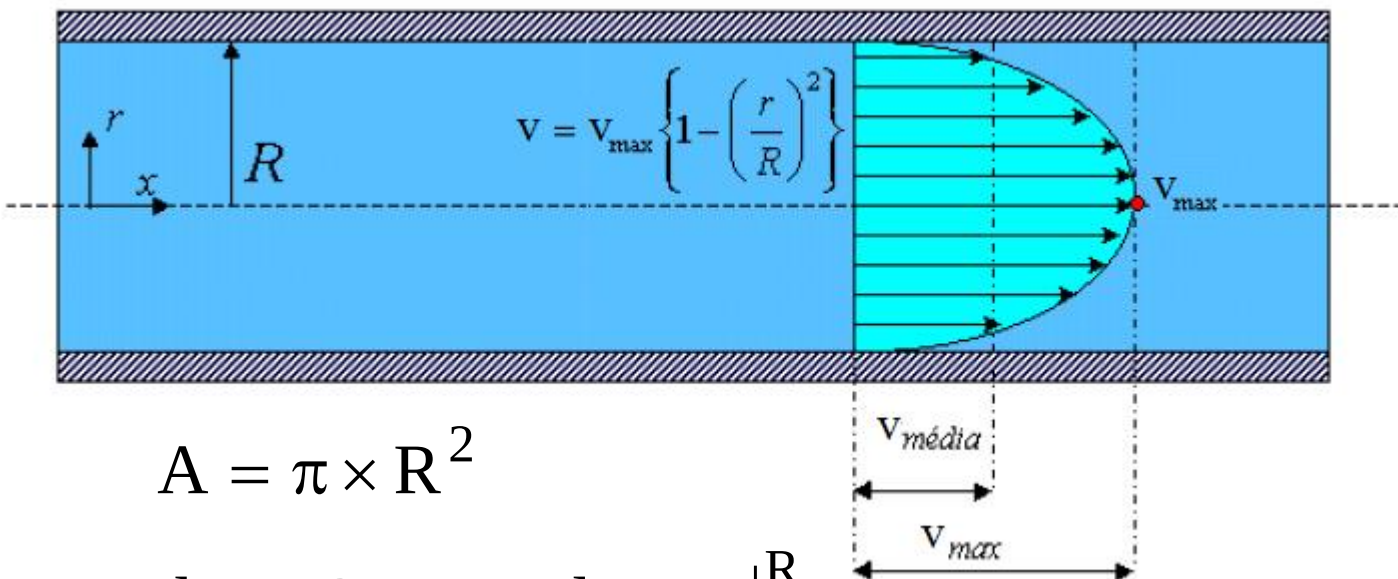


11. O que desejamos agora é estudar o cálculo da velocidade média pela expressão:

$$v_{\text{média}} = \frac{1}{A} \times \int_A (\text{função da velocidade}) \times dA$$



12. Cálculo da velocidade média  
para o escoamento laminar em  
um conduto de seção circular e  
escoamento forçado



$$A = \pi \times R^2$$

$$dA = 2\pi \times r \times dr \rightarrow r \Big|_0^R$$

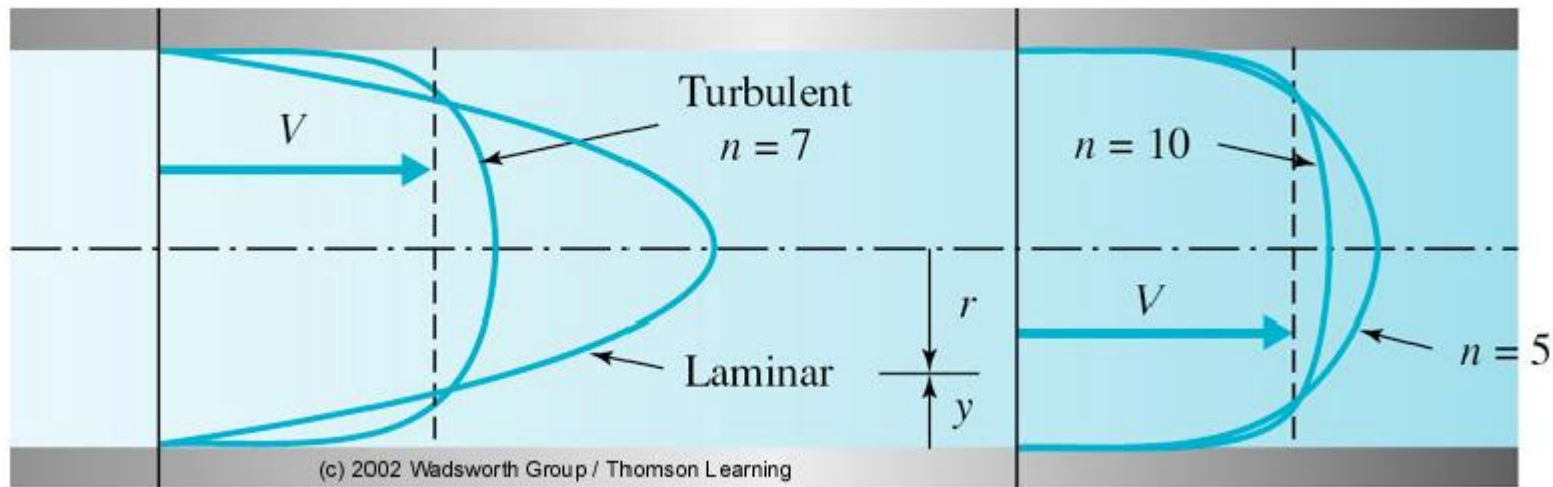
$$V_{\text{média}} = \frac{1}{\pi R^2} \times \int_0^R v_{\text{max}} \times \left( \frac{R^2 - r^2}{R^2} \right) \times 2\pi r dr$$

$$V_{\text{média}} = \frac{2\pi \times v_{\text{max}}}{\pi R^4} \times \left[ \int_0^R R^2 r dr - \int_0^R r^3 dr \right]$$

$$V_{\text{média}} = \frac{2 \times v_{\text{max}}}{R^4} \times \left[ R^2 \times \frac{r^2}{2} \Big|_0^R - \frac{r^4}{4} \Big|_0^R \right]$$

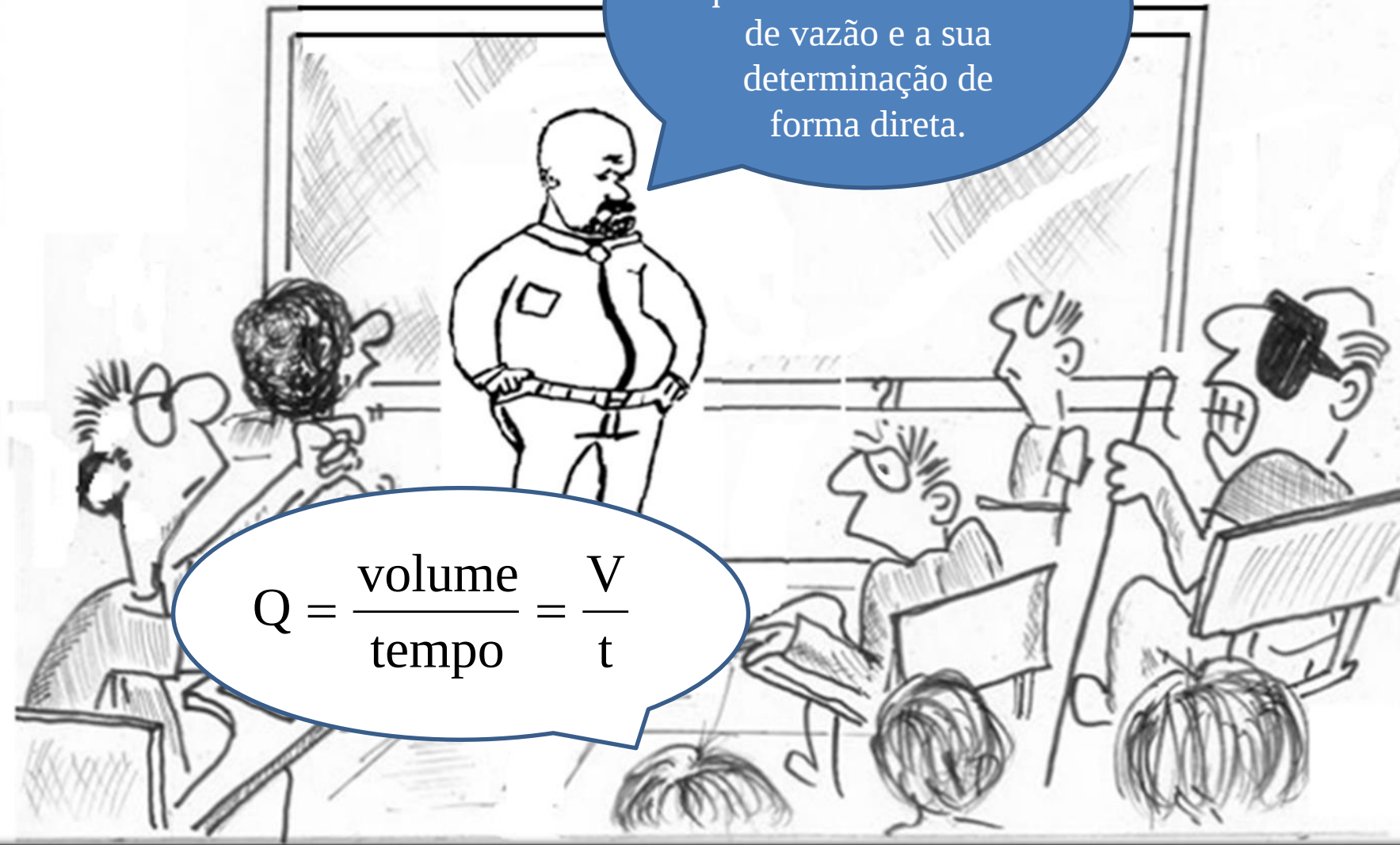
$$V_{\text{média}} = \frac{2 \times v_{\text{max}}}{R^4} \times R^4 \times \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right] = \frac{v_{\text{max}}}{2}$$

13. Cálculo da velocidade média  
para o escoamento turbulento  
em um conduto de seção circular  
e escoamento forçado



Geralmente:

$$V = V_{\max} \times \left[ 1 - \frac{r}{R} \right]^{\frac{1}{7}}$$

A black and white cartoon illustration of a classroom. A teacher with a beard and a bow tie stands at the front, facing a group of students. The students are seated at desks, some looking at books or papers. The teacher is speaking, and his words are captured in a blue speech bubble. One student in the foreground is looking at a book. Another student on the right is wearing glasses and holding a book. The background shows a simple classroom setting with a window.

14. Voltando ao problema ainda temos que evocar o conceito de vazão e a sua determinação de forma direta.

$$Q = \frac{\text{volume}}{\text{tempo}} = \frac{V}{t}$$

15. Neste problema também utilizamos a equação da conservação de massa, ou equação da continuidade, para um sistema com diversas entradas e saídas, onde a mistura é considerada homogênea.



$$\sum_{\text{entram}} Q = \sum_{\text{saem}} Q$$

e

$$\sum_{\text{entram}} Q_m = \sum_{\text{saem}} Q_m$$

$Q_m$  = vazão em massa

$$Q_m = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} = \frac{m}{t} = \rho \times \frac{V}{t} = \rho \times Q$$

A black and white cartoon illustration of a classroom. A professor, a bald man with a beard wearing a white shirt and tie, stands at the front of the room with his hands on his hips. He is looking at a group of students. The students are seated at desks, some looking at the professor, some looking at their papers. One student on the right is wearing sunglasses and holding a book. The room has a chalkboard in the background.

Proposta: resolver o problema proposto e desenvolver o cálculo da velocidade média para o escoamento turbulento em conduto forçado de seção transversal circular.

E agora?