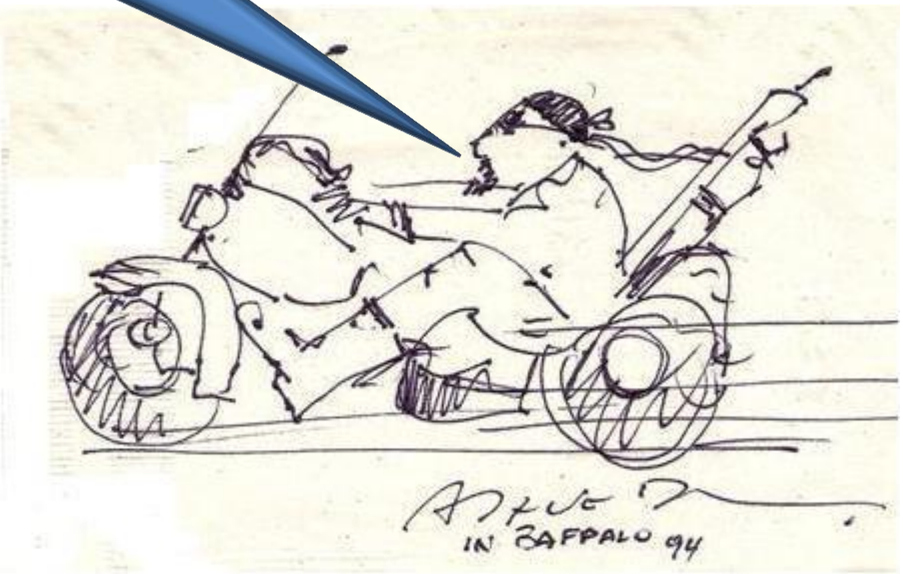
Aula 8 de fenômenos de transporte

04/04/2013

Resolvendo os problemas!




Obtendo a velocidade média para o escoamento turbulento em conduto forçado de seção transversal circular.
E agora?

$$v = \frac{1}{\pi R^2} \times \int_0^R v_{max} \times \left[1 - \frac{r}{R}\right]^{1/7} \times 2\pi r dr$$

$$v = \frac{v_{max} \times 2\pi}{\pi R^2 \times R^{1/7}} \times \int_0^R (R - r)^{1/7} \times r dr$$

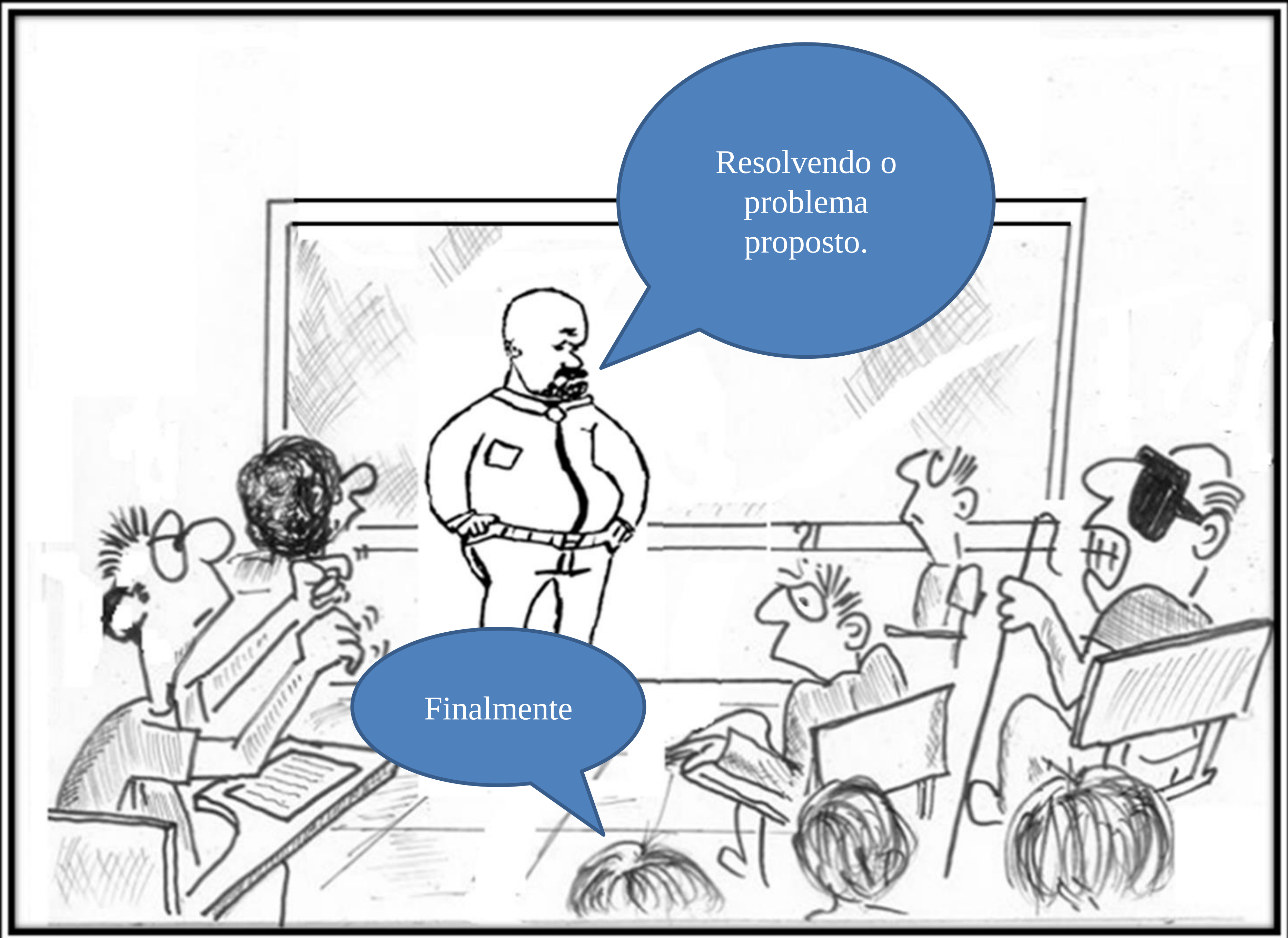
$$R - r = a \therefore r = R - a \Rightarrow dr = -da$$

$$\text{para } r = 0 \Rightarrow a = R$$

$$\text{para } r = R \Rightarrow a = 0 \Rightarrow v = \frac{v_{max} \times 2}{R^{15/7}} \times \int_R^0 a^{1/7} \times (R - a) \times (-da)$$

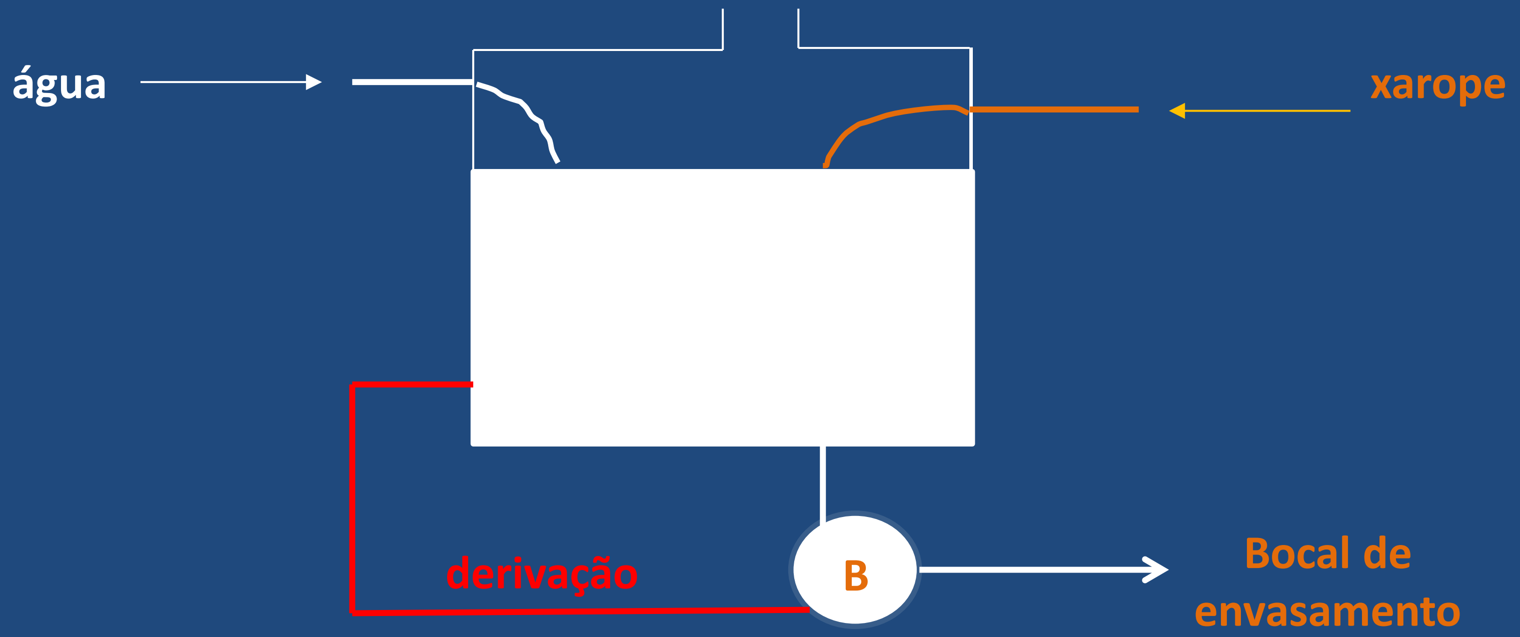
$$v = \frac{v_{max} \times 2}{R^{15/7}} \times \left[R \int_0^R a^{1/7} \times da - \int_0^R a^{8/7} \times da\right] = \frac{v_{max} \times 2}{R^{15/7}} \times \left[R \times \frac{7}{8} \times R^{8/7} - \frac{7}{15} \times R^{15/7}\right]$$

$$v = 2 \times v_{max} \times \left[\frac{105 - 56}{120}\right] = \frac{49}{60} \times v_{max}$$


Resolvendo o problema proposto.
Finalmente

O reservatório da figura, que se mantém a nível constante, é utilizado para preparar e engarrafar um produto que é constituído por um xarope diluído em água. O xarope tem viscosidade alta e assim, o escoamento é laminar no seu conduto de entrada de diâmetro 20 mm, onde a velocidade máxima é 3,18 m/s. O bocal de envasamento enche 200 garrafas de 750 mL com o produto em 1 minuto, alimentado por uma bomba que tem um conduto de derivação com o reservatório. No conduto de entrada da bomba de diâmetro de 40 mm, o escoamento é turbulento e tem velocidade de 2,3 m/s a 8 mm de distância da parede do conduto. Posto isto, determinar:

1. a vazão na derivação e o sentido do escoamento que deve ser indicado na figura;
2. a relação entre as vazões de xarope e água, ou seja, a que representa a composição do produto.



Solução

Xarope tem escoamento laminar, portanto :

$$v = \frac{v_{max}}{2} = \frac{3{,}18}{2} = 1{,}59\,\frac{m}{s} \therefore Q_{xarope} = 1{,}59 \times \frac{\pi \times 0{,}02^2}{4}$$

$$Q_{xarope} \cong 0{,}5 \times 10^{-3}\,\frac{m^3}{s} = 0{,}5\,\frac{L}{s}$$

Envasamento :

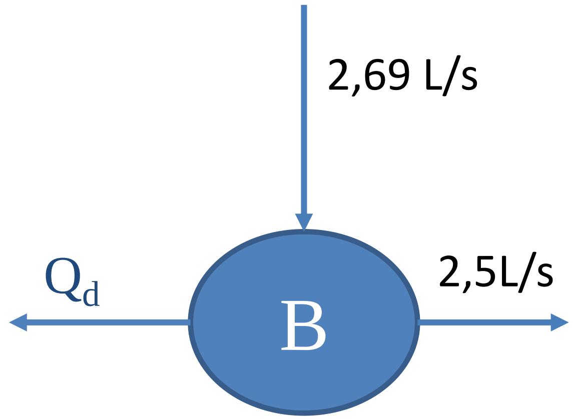
$$Q_{env} = \frac{V}{t} = \frac{200 \times 0{,}75}{60} \cong 2{,}5\,\frac{L}{s}$$

Na entrada da bomba o escoamento é turbulento, portanto :

$$2{,}3 = v_{max} \times \left(1 - \frac{12}{20}\right)^{1/7} \Rightarrow v_{max} \cong 2{,}622\,\frac{m}{s}$$

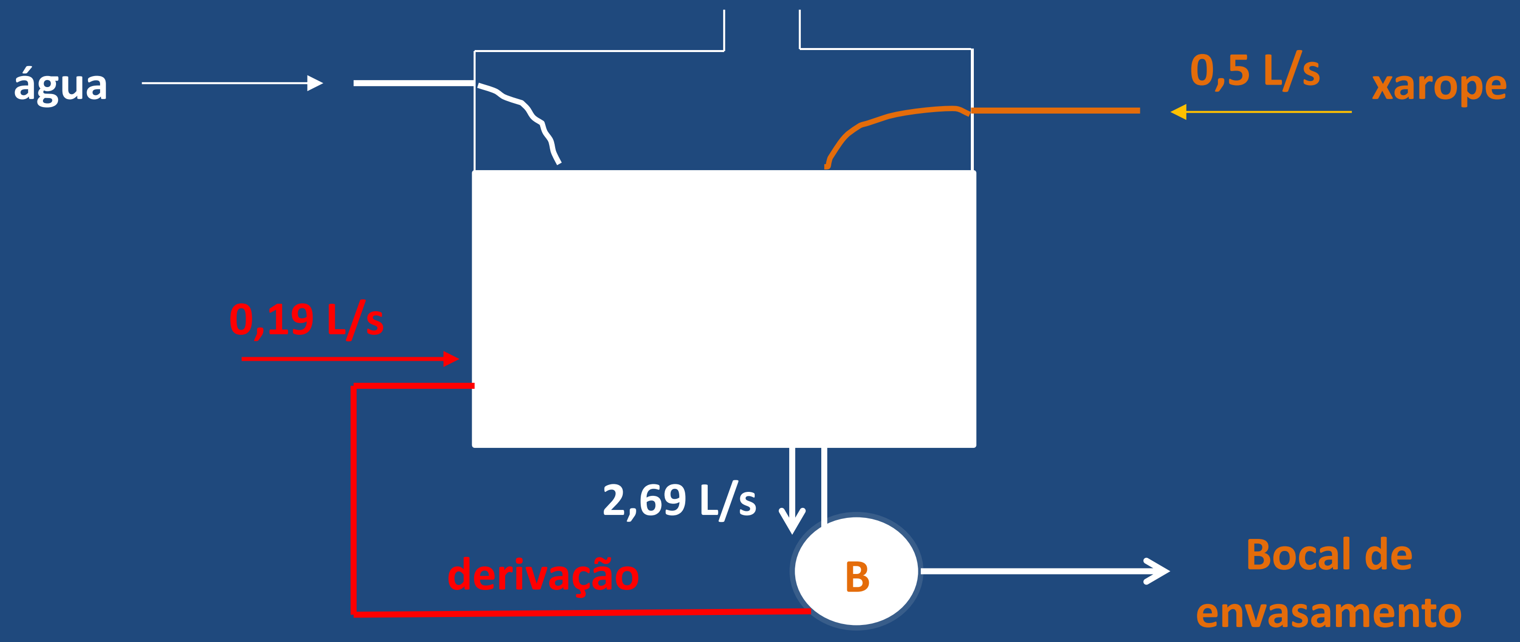
$$v = \frac{49}{60} \times 2{,}622 \cong 2{,}14\,\frac{m}{s} \therefore Q_{eB} = 2{,}14 \times \frac{\pi \times 0{,}04^2}{4}$$

$$Q_{eB} \cong 2{,}69 \times 10^{-3}\,\frac{m^3}{s} = 2{,}69\,\frac{L}{s}$$



$$Q_d = 2{,}69 - 2{,}5$$

$$Q_d = 0{,}19\,\frac{L}{s}$$



$$2{,}69 = Q_{\text{água}} + 0{,}5 + 0{,}19$$

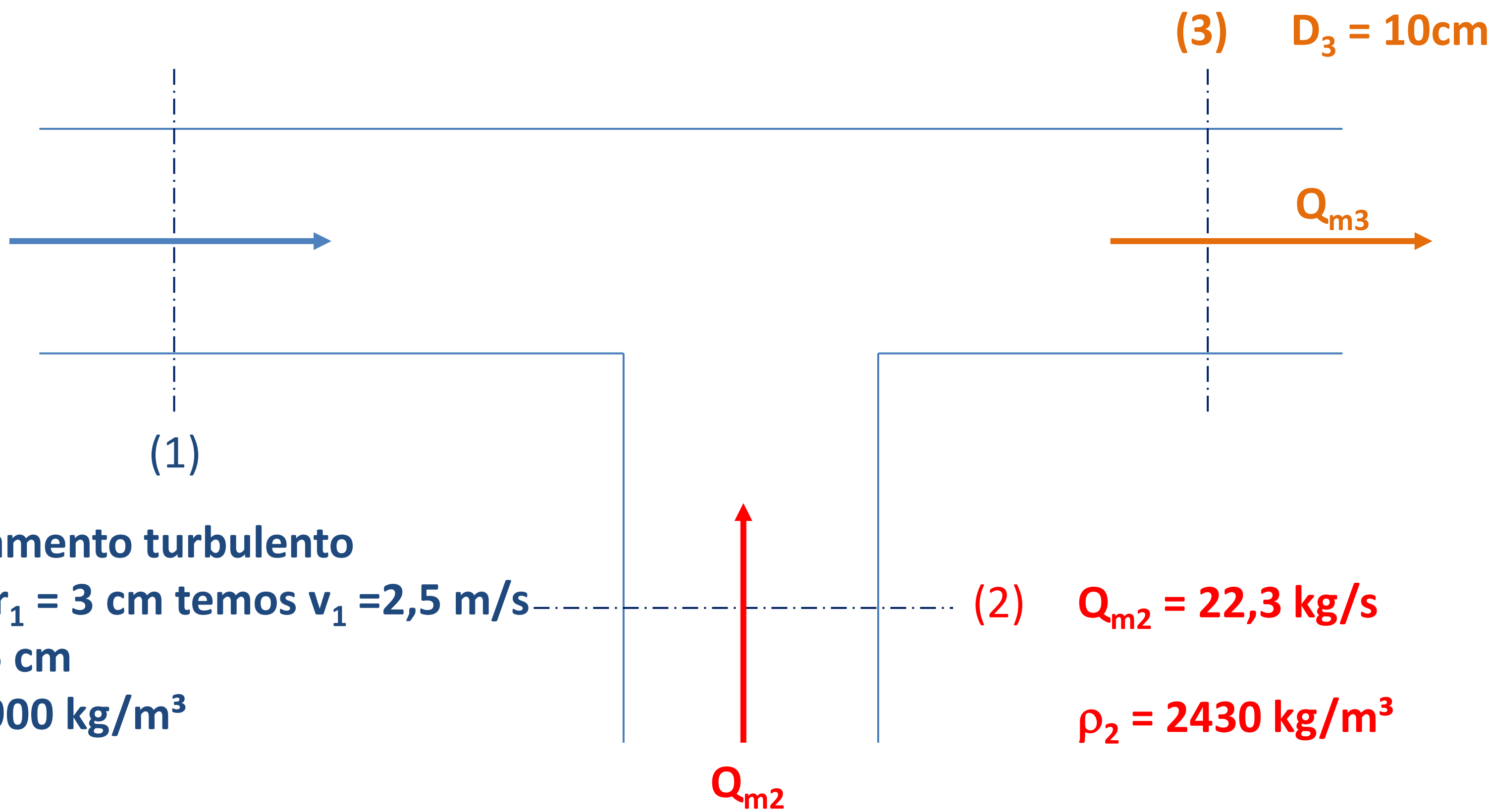
$$\therefore Q_{\text{água}} = 2\,\frac{L}{s}$$

$$\frac{Q_{\text{xarope}}}{Q_{\text{agua}}} = \frac{0{,}5}{2} = \frac{1}{4}$$


Proponho um novo problema agora valendo 1,0.
Que bom!

O sistema abaixo representa um escoamento em regime permanente onde na seção (3) temos uma mistura homogênea, nesta situação pede-se:

a. a vazão em massa na seção (1);
b. A massa específica na seção (3).



Escoamento turbulento

Para r_1 = 3 cm temos v_1 =2,5 m/s

R_1 = 5 cm

ρ_1 = 900 kg/m³

Solução do item a)

$$2{,}5 = v_{max_1} \times \left(1 - \frac{3}{5}\right)^{1/7} \therefore v_{max_1} \cong 2{,}85\,\frac{m}{s}$$

$$v_1 = \frac{49}{60} \times 2{,}85 \cong 2{,}33\,\frac{m}{s}$$

$$Q_1 = v_1 \times A_1 = 2{,}33 \times \pi \times 0{,}05^2$$

$$Q_1 \cong 0{,}0183\,\frac{m^3}{s} = 18{,}3\,\frac{L}{s}$$

$$Q_{m_1} = \rho_1 \times Q_1 = 900 \times 0{,}0183$$

$$Q_{m_1} \cong 16{,}5\,\frac{kg}{s}$$

Solução do item b)

$$Q_{m_1} + Q_{m_2} = Q_{m_3}$$

$$Q_{m_3} = 16{,}5 + 22{,}3 = 38{,}8 \frac{kg}{s}$$

Como trata de uma mistura homogênea, podemos escrever que:

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$Q_3 = 0{,}0183 + \frac{22{,}3}{2430}$$

$$Q_3 \cong 0{,}0275 \frac{m^3}{s}$$

$$\rho_3 = \frac{Q_{m_3}}{Q_3} = \frac{38{,}8}{0{,}0275}$$

$$\rho_3 \cong 1412{,}1 \frac{kg}{m^3}$$