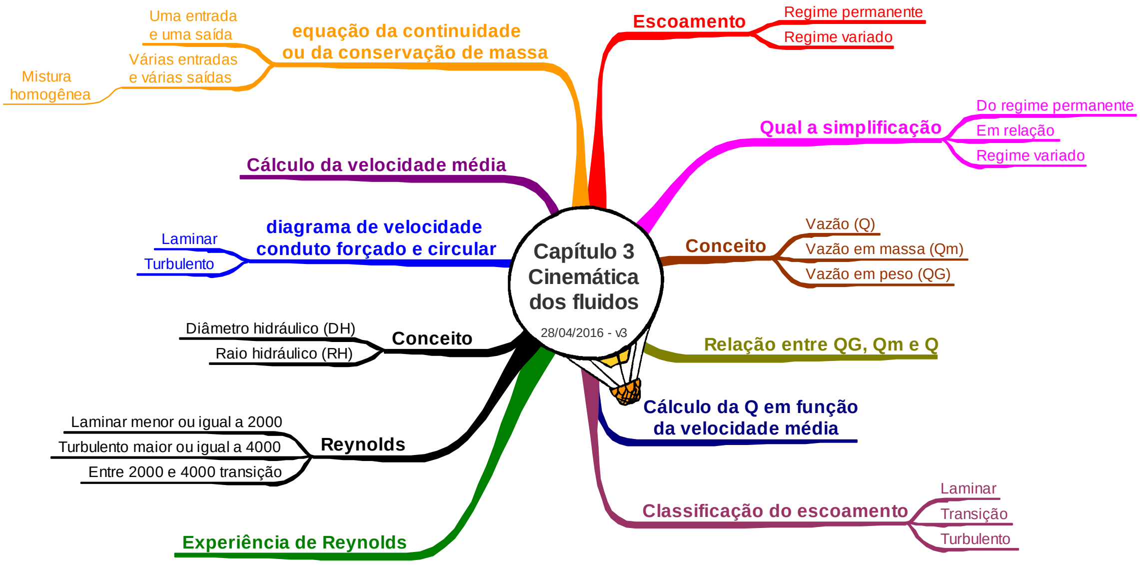


$$Q = \frac{V}{t} = v \times A$$

$$Q_m = \frac{m}{t} = \rho \times Q = \rho \times v \times A$$

$$Q_G = \frac{G}{t} = g \times Q_m = g \times \rho \times Q = \gamma \times Q = \gamma \times v \times A$$

$$\text{laminar} \rightarrow Re \le 2000$$

$$\text{transição} \rightarrow 2000 < Re < 4000$$

$$\text{turbulento} \rightarrow Re \ge 4000$$

$$D_H = 4 \times R_H = 4 \times \frac{A}{\sigma}$$

$$v_{média} = \frac{1}{A} \times \int_A v \times dA$$

CONDUTO FORÇADO DE SEÇÃO CIRCULAR

$$\text{laminar} \rightarrow v = v_{máx} \times \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \rightarrow v_{média} = \frac{v_{máx}}{2}$$

$$\text{turbulento} \rightarrow v = v_{máx} \times \left[1 - \frac{r}{R}\right]^{1/7} \rightarrow v_{média} = \frac{49}{60} \times v_{máx}$$

EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

$$\sum_{entram} Q_m = \sum_{saem} Q_m$$

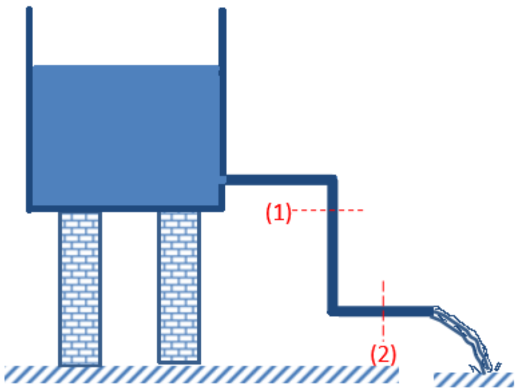
SE FOR MISTURA HOMOGÊNEA, ALÉM DA EQUAÇÃO ANTERIOR, IMPOMOS:

$$\sum_{entram} Q = \sum_{saem} Q$$

Capítulo 4: Equação da energia para um escoamento em regime permanente

4.1. Introdução

Evocando o conceito de escoamento incompressível e em regime permanente para a instalação (figura 24), podemos afirmar que não existe acúmulo nem falta de massa entre as seções (1) e (2), portanto, a massa que entra em (1), m_1, é igual a massa que saí em (2), m_2, o que possibilita concluir:



$$m_1 = m_2 = cte' \rightarrow (\div t)$$

$$\frac{m_1}{t} = \frac{m_2}{t} = cte$$

$$Q_{m1} = Qm_2$$

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 \rightarrow \rho_1 = \rho_2$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$\therefore Q_1 = Q_2 = cte$$

Figura 24

Por outro lado, sabemos que está associado ao deslocamento de massa um deslocamento de energias e no capítulo 4 estudamos o balanço destas energias entre duas seções do escoamento, onde sabemos que a energia não pode ser criada, nem tão pouco destruída, mas simplesmente transformada.

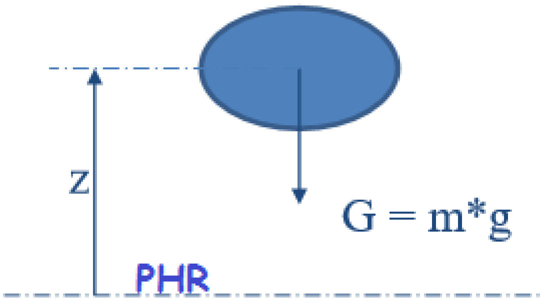
O balanço de massa (equação da continuidade) associado ao balanço de energia (equação da energia) permite resolver inúmeros problemas práticos, tais como: transformações de energias, determinação de perdas ao longo do escoamento, determinação de potências de máquinas hidráulicas, etc. ...

4.2. Tipos de energias mecânicas observadas em um escoamento incompressível e em regime permanente.

Para o escoamento ser considerado incompressível, é fundamental que ocorra em um processo isotérmico, isto implica em considerar as energias termodinâmicas constantes, pelo fato de realizarmos um balanço de energias entre duas seções do escoamento, as energias termodinâmicas desaparecem, o que nos leva a considerar somente as energias mecânicas.

4.2.1. Energia potencial de posição, ou energia potencial gravitacional – Ep

É a energia do fluido devido à sua posição no campo da gravidade (figura 25) em relação a um plano horizontal de referência (PHR); esta energia é medida pelo potencial de realização de trabalho do fluido.



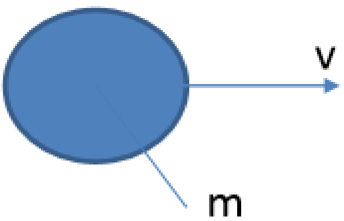
TRABALHO = FORÇA X DESLOCAMENTO

$$W = G \times z = m \times g \times z = Ep$$

Figura 25

4.2.2. Energia cinética – EC

É a energia originada pelo movimento, e isto nos leva a considerar que ela esta relacionada com a massa e com a velocidade (figura 26).



$$Ec = \frac{m \times v^2}{2}$$

Figura 26

4.2.3. Energia potencial de pressão – Eppr

Corresponde ao trabalho potencial das forças de pressão que atuam no escoamento do fluido (figura 27)

$$dW = F \times ds = p \times A \times ds = p \times dV \therefore W = Eppr = \int_V p \times dV$$

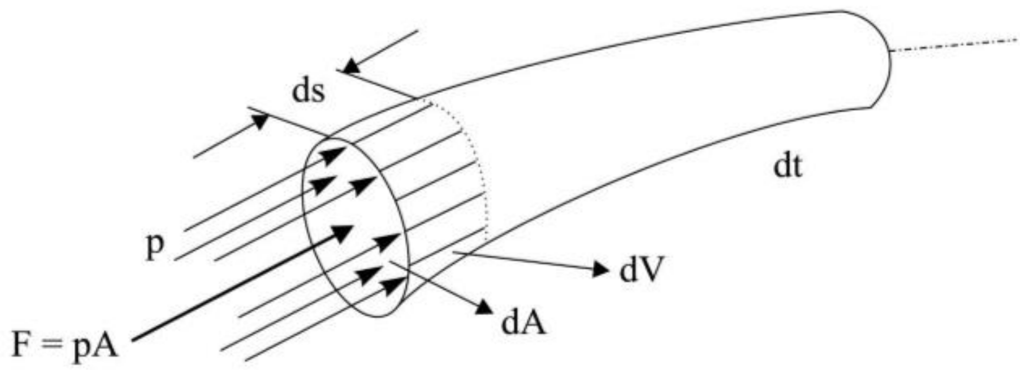


Figura 27

4.2.4. Energia mecânica total – E

Para o escoamento incompressível e em regime permanente, temos:

$$E = m \times g \times z + \int_V p \times dV + \frac{m \times v^2}{2}$$

Importante observar que no sistema internacional (SI) a unidade de energia seria o Joule (J), ou seja, N x m.

4.3. Carga Hidráulica – H

Definida como a energia por unidade de peso, nos leva a ter como unidade uma unidade de comprimento, por exemplo o metro, unidade facilmente visualizada.

$$H = \frac{E}{G} \Rightarrow [H] = \frac{F \times L}{F} = L$$

5. Equação de Bernoulli

No desenvolvimento desta equação adotaremos algumas hipóteses, as quais serão eliminadas pouco a pouco em aplicações futuras.

Hipóteses adotadas:

- escoamento considerado incompressível;
- escoamento considerado em regime permanente;
- escoamento de um fluido ideal, ou seja, aquele que tem viscosidade nula (μ = 0), o que garante a não existência de perda de energia;
- propriedades com distribuição uniforme nas seções do escoamento;
- escoamento sem troca de calor;
- escoamento sem presença de máquina hidráulica, ou seja, dispositivo que fornece ou retira energia do fluido.

Consideramos as hipóteses anteriores na figura 28, que representa um trecho de uma instalação hidráulica.

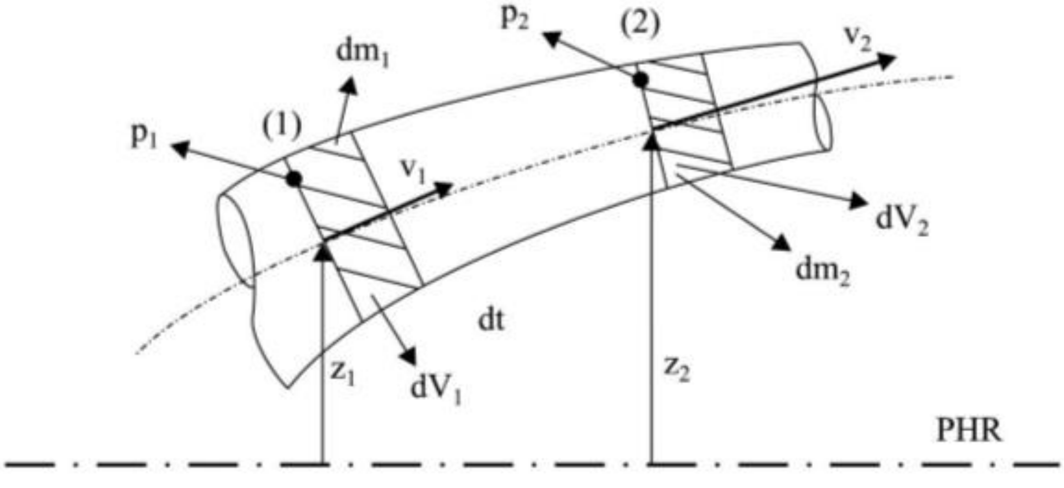


Figura 28

Como o escoamento é de um fluido ideal e sem a presença de máquina hidráulica, temos:

$$dE_1 = dE_2$$

$$dm_1 \times g \times z_1 + p_1 \times dV_1 + \frac{dm_1 \times v_1^2}{2} = dm_2 \times g \times z_2 + p_2 \times dV_2 + \frac{dm_2 \times v_2^2}{2}$$

Evocando o conceito de massa específica, temos:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dV = \frac{dm}{\rho}$$

$$dm_1 \times g \times z_1 + p_1 \times \frac{dm_1}{\rho_1} + \frac{dm_1 \times v_1^2}{2} = dm_2 \times g \times z_2 + p_2 \times \frac{dm_2}{\rho_2} + \frac{dm_2 \times v_2^2}{2}$$

Por outro lado, como o fluido é considerado incompressível e o escoamento ocorre em regime permanente, podemos escrever:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho = cte \mapsto dm_1 = dm_2 = dm = cte$$

$$\therefore dm \times g \times z_1 + p_1 \times \frac{dm}{\rho} + \frac{dm \times v_1^2}{2} = dm \times g \times z_2 + p_2 \times \frac{dm}{\rho} + \frac{dm \times v_2^2}{2}$$

Dividindo todos os termos por dm, estaremos considerando a energia por unidade de massa, o que origina:

$$g \times z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = g \times z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$

Ao refletir sobre a unidade de energia por unidade de massa (m^2/s^2), concluímos que também não apresenta uma visualização adequada, por este motivo dividimos todos os termos por g (aceleração da gravidade), originando a energia por unidade de peso (carga), que tem como unidade uma unidade de comprimento (por exemplo metro), a qual é facilmente visualizada.

$$\frac{g \times z_1}{g} + \frac{p_1}{\rho \times g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{g \times z_2}{g} + \frac{p_2}{\rho \times g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z \rightarrow \text{carga potencia de posição} \rightarrow [z] = L$$

$$\frac{p}{\gamma} \rightarrow \text{carga de pressão} \rightarrow \left[\frac{p}{\gamma}\right] = L$$

$$\frac{v^2}{2g} \rightarrow \text{carga cinética} \rightarrow \left[\frac{v^2}{2g}\right] = L$$

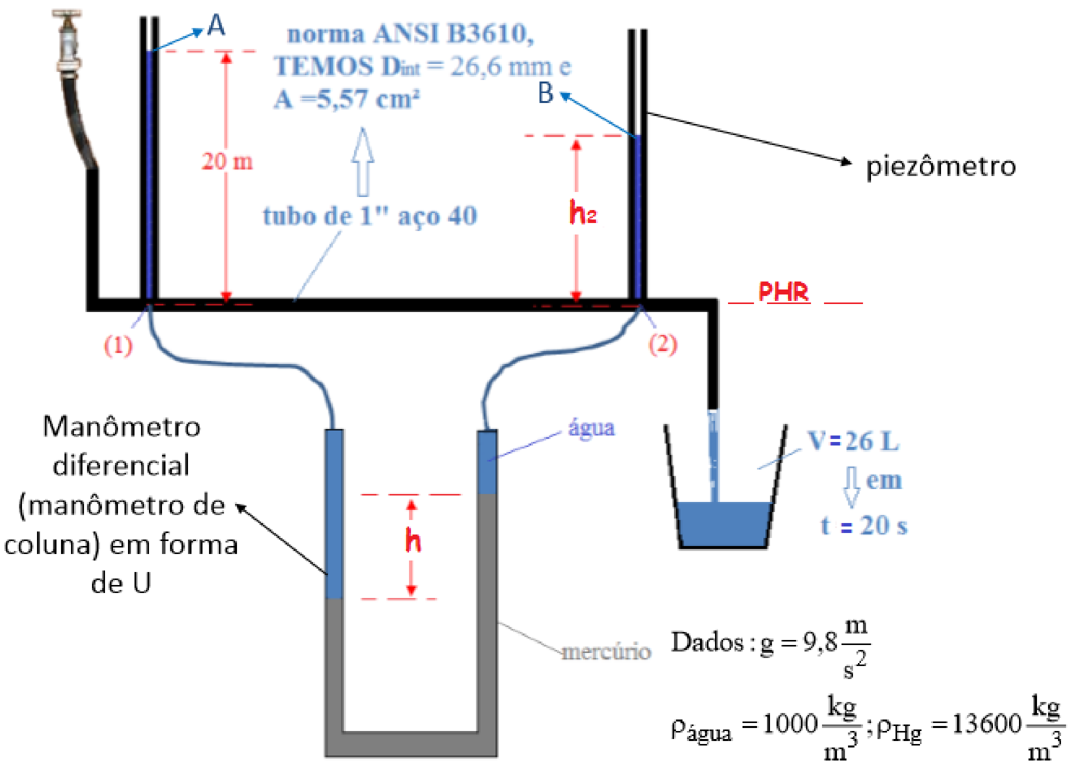
A equação 32, representa a equação de Bernoulli.

$$H_1 = H_2 \Rightarrow H_{inicial} = H_{final}$$

equação 32

$$z_{inicial} + \frac{p_{inicial}}{\gamma} + \frac{v_{inicial}^2}{2g} = z_{final} + \frac{p_{final}}{\gamma} + \frac{v_{final}^2}{2g}$$

Exercício 61: Considerando o trecho da instalação representado abaixo, pede-se calcular a carga de pressão na seção (2) e o desnível h do mercúrio utilizado no manômetro diferencial em forma de U. Resolva considerando as hipóteses estabelecidas para a equação de Bernoulli.

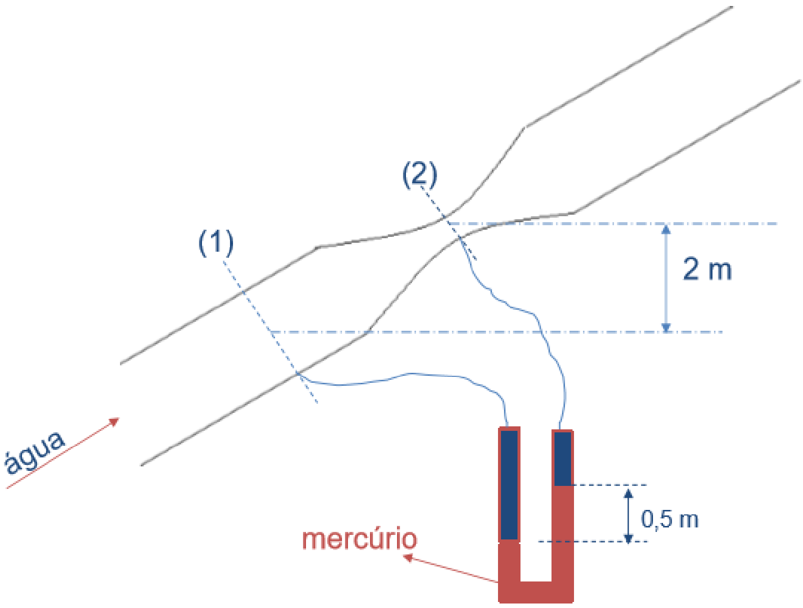


TRECHO DA NORMA ANSI B36.10

Diâmetro nominal (pol) -- Diâmetro externo (mm)	Designação de espessura (v. Nota 2)	Espessura de parede (mm) (v. Nota 3)	Diâmetro interno (mm)	Área da seção livre (cm^2)	Área da seção de metal (cm^2)	Superfície externa (m^2/m)	Peso aproximado (kg/m) Tubo vazio (Nota 5)	Peso aproximado (kg/m) Conteúdo de água	Momento de inércia (cm^4)	Momento resistente (cm^3)	Raio de giração (cm)
¼ -- 13,7	10S	1,65	10,4	0,85	0,62	0,043	0,49	0,085	0,116	0,169	0,430
	Std, 40, 40S	2,23	9,2	0,67	0,81		0,62	0,067	0,138	0,202	0,413
	XS, 80, 80S	3,02	7,7	0,46	1,01		0,79	0,046	0,157	0,229	0,393
1 -- 33	Std, 40, 40S	3,37	26,6	5,57	3,19	0,105	2,50	0,56	2,64	2,18	1,07
	XS, 80, 80S	4,55	24,3	4,64	4,12		3,23	0,46	4,40	2,63	1,03
	160	6,35	20,7	3,37	5,39		4,23	0,34	5,21	3,12	0,98
	XXS	9,09	15,2	1,82	6,94		5,44	0,18	5,85	3,50	0,92
1¼	Std, 40, 40S	3,56	35	9,65	4,32	0,132	3,38	0,96	8,11	3,85	1,37

Exercício 62: Para o exercício anterior sabendo que a viscosidade cinemática da água é igual a 10^{-6} m²/s, pede-se especificar a vazão em massa, a vazão em peso e o tipo de escoamento observado.

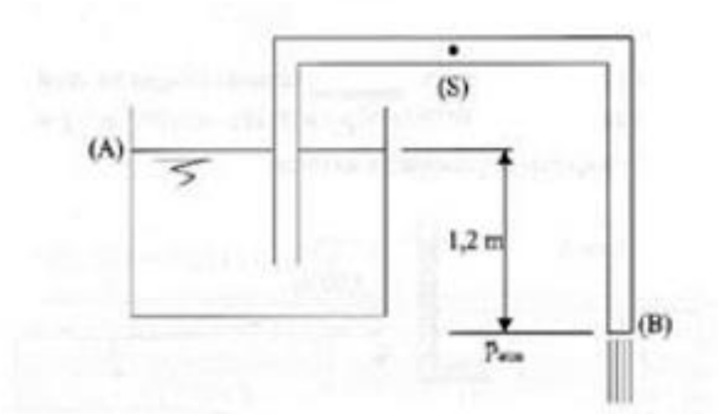
Exercício 63: Sabendo que o Venturi a seguir opera com as hipóteses estabelecidas para a equação de Bernoulli, pede-se determinar a vazão do escoamento (vazão teórica). São dados: $A1 = 10$ cm²; $A2 = 5$ cm²; $\gamma_{água} = 1000$ kgf/m³ e $\gamma_{Hg} = 13600$ kgf/m³.



Exercício 64: Considerando que no ponto S do sifão da figura a pressão não deve cair abaixo de 32 kPa (abs) e que o fluido é considerado ideal, calcule:

a. a velocidade média do escoamento;
b. a máxima altura do ponto S em relação a A

Dados: p_{atm} = 100 kPa; $\gamma_{água}$ = 9800 N/m³.



Exercício 65: Para a instalação hidráulica esquematizada a seguir, sabendo que a tubulação é de aço de espessura 40 de D_N = 3" (D_{int} = 77,9 mm e A = 47,7 cm²) e que o fluido é considerado ideal, pede-se determinar a vazão, a vazão em massa e a vazão em peso do escoamento.