

Exercício 12: Demonstre a grande diferença que há entre massa (m) e peso (G).

Massa (m) é uma propriedade característica do corpo e especifica a sua quantidade de matéria, que pode ser considerada constante, já o peso (G, que é definido em função da massa e da aceleração da gravidade) muda em função do local considerado, isto porque **a aceleração muda com a altitude e a latitude** (equação 5¹)

$$g = 980,616 - 2,5928 \times \cos 2\varphi + 0,0069 \times (\cos 2\varphi)^2 - 0,3086 \times H \quad \text{equação 5}$$

Onde:

$$[g] = \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

φ = latitude em graus

H = altitude em km

Exercício 13: Especifique a aceleração da gravidade de Cotia

1.5. Equação de Clapeyron



Benoit Pierre Emile Clapeyron (1799-1864)

O físico parisiense, Benoit Pierre Emile Clapeyron, estabeleceu uma equação que relaciona pressão (p), volume (V) e temperatura (T), três variáveis de estado para uma quantidade de matéria igual a n, descrevendo totalmente o comportamento de um gás ideal.

Ele partiu da equação geral dos gases perfeitos (equação 6) e obteve a chamada equação de Clapeyron (equação 7).

$$\frac{p \times V}{T} = \text{cte} \quad \text{equação 6}$$

¹ Esta equação foi extraída do livro: Manual de Hidráulica –8ª edição - AZEVEDO NETTO – página 7

$$p \times V = n \times R \times T$$

equação 7

Onde:

p = pressão do gás na escala absoluta

V = volume do gás

n = número de mols do gás

R = constante universal do gás $\left(R = 0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}} \right)$

T = temperatura absoluta do gás (SI – K = °C + 273,15)

Notas:

- a. A constante universal dos gases é obtida pela própria equação de

Clapeyron: $R = \frac{p \times V}{n \times T}$, onde:

p = pressão absoluta definida nas CNPT, onde temos:

1atm = 760 mmHg = 101325 Pa = 1,01325 bar = 14,7 psi;

V = 22,4 L, que é o volume ocupado por 1 mol de qualquer gás nas CNPT, sendo que a unidade deste volume pode ser alterada;

n = 1 mol;

T = 273,15 K, que é a temperatura correspondente as CNPT (0 °C)

Exemplos:

$$R = \frac{p \times V}{n \times T} = \frac{1\text{atm} \times 22,4\text{L}}{1\text{mol} \times 273,15\text{K}} = 0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}$$

$$R = \frac{p \times V}{n \times T} = \frac{760\text{mmHg} \times 22,4\text{L}}{1\text{mol} \times 273,15\text{K}} = 62,3 \frac{\text{mmHg} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}$$

$$R = \frac{p \times V}{n \times T} = \frac{101325\text{Pa} \times 0,0224\text{m}^3}{1\text{mol} \times 273,15\text{K}} = 8,309 \frac{\text{Pa} \times \text{m}^3}{\text{mol} \times \text{K}}$$

- b. A equação de Clapeyron reuniu as equações de Boyle-Mariotte, Gay-Lussac e Charles.

- a. Boyle-Mariotte = processo isotérmico, ou seja, aquele que ocorre a temperatura constante (equação 8)

$$p \times V = \text{cte}$$

equação 8

- b. Gay-Lussac = processo isobárico, ou seja, aquele que ocorre a pressão constante (equação 9)

$$\frac{V}{T} = \text{cte} \quad \text{equação 9}$$

- c. Charles = processo isocórico (ou isovolumétrico), ou seja, aquele que ocorre a volume constante (equação 10)

$$\frac{p}{T} = \text{cte} \quad \text{equação 10}$$

Nota:

Outro processo a ser mencionado é o **processo adiabático reversível**, que é aquele que ocorre sem troca de calor e que é representado pela equação de Poisson (equação 11)

$$p \times V^k = \text{cte} \quad \text{equação 11}$$

Onde:

K = constante adiabática, que para o ar é igual a 1,4

A partir da equação de Poisson e a equação de Clapeyron, obtemos as equações 12 e 13, as quais também são válidas para os **processos adiabáticos reversíveis**.

$$T \times V^{k-1} = \text{cte} \quad \text{equação 12}$$

$$p^{1-k} \times T^k = \text{cte} \quad \text{equação 13}$$

Exercício 14: Determine a massa específica do ar nas CNPT, **sendo que esta massa específica é a considerada padrão** para determinação da massa específica padrão dos gases. Dado: $R_{ar} = 287 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \times \text{K})$

Como neste caso o ar encontra-se em um sistema aberto, seria praticamente impossível se calcular o seu volume e isto nos leva a reescrever a equação de Clapeyron:

$$p \times V = n \times R \times T \Rightarrow p \times V = \frac{m}{M} \times R \times T \Rightarrow p \times \frac{V}{m} = \frac{R}{M} \times T$$

$$\frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \text{ e } \frac{R}{M} = R_{\text{gás}} \therefore \frac{p}{\rho} = R_{\text{gas}} \times T$$

$$\frac{101325}{\rho_{\text{ar}}} = 287 \times 273,15 \Rightarrow \rho_{\text{ar}} \cong 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \rho_{\text{padrão}_{\text{gases}}}$$

Exercício 15: Qual é o volume ocupado por 1 mol de um gás perfeito nas CNPT?

$$\text{Dado: } R = 0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}$$

$$p \times V = n \times R \times T \Rightarrow 1 \times V = 1 \times 0,082 \times 273,15$$

$$V = \frac{1 \times 0,082 \times 273,15}{1} \cong 22,3983 \text{L} \approx 22,4 \text{L}$$

Exercício 16: Um gás a 20°C e 0,21 Mpa absoluta tem volume de 41 L. Determine a massa específica, a massa específica relativa e a massa do gás.

$$\text{Dado: } R_{\text{gás}} = 210 \frac{\text{N} \times \text{m}}{\text{kg} \times \text{K}}$$

$$\frac{p}{\rho} = R_{\text{gás}} \times T \Rightarrow \frac{0,21 \times 10^6}{\rho_{\text{gás}}} = 210 \times (20 + 273,15)$$

$$\rho_{\text{gás}} = \frac{0,21 \times 10^6}{210 \times (20 + 273,15)} \cong 3,411 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_R = \frac{\rho_{\text{gás}}}{\rho_{\text{padrão}}} = \frac{3,411}{1,293} \cong 2,638$$

$$m_{\text{gás}} = \rho_{\text{gás}} \times V = 3,411 \times 41 \times 10^{-3} \cong 0,140 \text{kg}$$

Exercício 17: Calcule a massa específica do vapor d'água a 350 kPa (abs) e 20°C.

$$\text{Dado: } R_{\text{vapor}_{\text{água}}} = 0,462 \frac{\text{kPa} \times \text{m}^3}{\text{kg} \times \text{K}}$$

$$\frac{p}{\rho} = R_{\text{vapor}_{\text{água}}} \times T \Rightarrow \frac{350}{\rho_{\text{vapor}_{\text{água}}}} = 0,462 \times (20 + 273,15)$$

$$\rho_{\text{gás}} = \frac{350}{0,462 \times (20 + 273,15)} \cong 2,584 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Exercício 18: Um quilograma de hidrogênio é confinado em um volume de 200L a -45°C .

Qual a sua pressão absoluta? Dado: $R_{\text{hidrogênio}} = 4,115 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \times \text{K}}$

Resposta: 4,694 Mpa (abs)

Exercício 19: Um cilindro contém $12,5 \text{ ft}^3$ de ar a 120°F e 40 psia. O ar foi comprimido até $2,5 \text{ ft}^3$.

- Considerando que a compressão foi isotérmica, qual é a pressão do volume final? **Resp.:** 200 psia
- Assumindo que o processo de compressão foi adiabático reversível, calcule a pressão e a temperatura final. **Resp.:** 380,730 psia e $1104,119^{\circ}\text{R}$ ou $644,118^{\circ}\text{F}$

1.6. Tensão

Para estudar o comportamento de um corpo submetido a uma força qualquer, é vantajoso se considerar o quociente força pela área da superfície onde ela é exercida, a este quociente denominamos de **tensão**.

A resistência que o corpo impõe a tensão se denomina de esforço e há o equilíbrio quando o esforço tem a mesma intensidade da tensão.

Na mecânica as principais tensões são: tensão de tração (tende a alongar o corpo), tensão de pressão (tende a comprimir o corpo) e tensão tangencial, **também denominada de tensão de cisalhamento** (tende a cortar (cisalhar) o corpo), respectivamente **(a)**, **(b)** e **(c)** da figura 1.

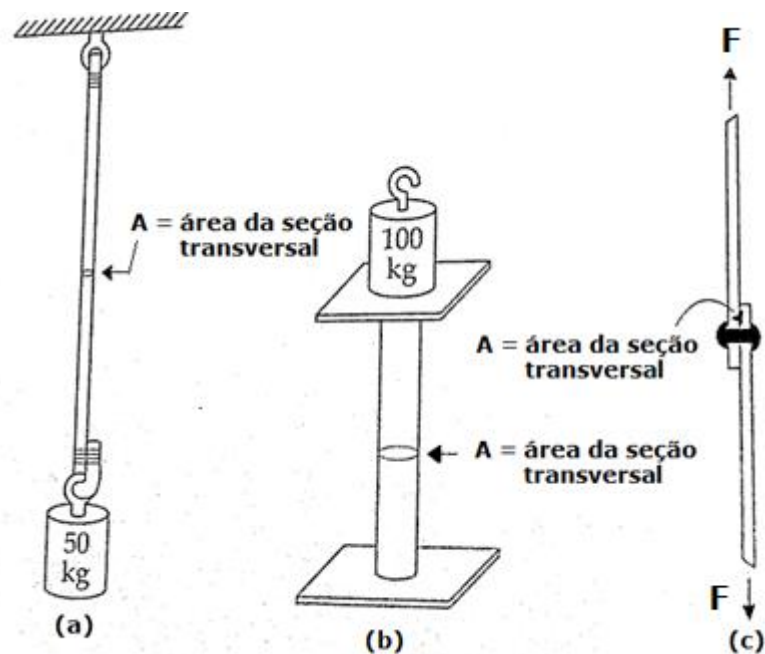


Figura 1

1.7. Viscosidade (μ)

Quando um fluido escoa, verifica-se um movimento relativo entre as suas partículas, resultando um atrito entre as mesmas.

Atrito interno ou **viscosidade** é a propriedade dos fluidos responsável pela sua resistência ao escoamento.

Matematicamente a **viscosidade (μ)** é a constante de proporcionalidade da **lei de Newton da viscosidade**.

1.8. Lei de Newton da Viscosidade

Para a compreensão desta lei, evocamos o **princípio de aderência** e a **experiência das duas placas**.

1.8.1. Princípio da aderência

O fluido em contato com uma superfície sólida tem a velocidade igual a da superfície.

1.8.2. Experiência das duas placas

Consideramos duas placas com comprimentos e larguras infinitas, que estão separadas entre si por um fluido lubrificante, sendo que a placa inferior está fixa e a placa superior livre e onde se aplica uma força $\vec{F}_t$.

Decorrido um intervalo de tempo elementar dt a placa superior adquire uma velocidade v_p constante, o que mostra que a força externa aplicada $\vec{F}_t$ é equilibrada por forças internas do fluido.

Pelo princípio de aderência constatamos que as camadas fluidas apresentam uma variação de velocidade de v_p a 0 (figura 2).

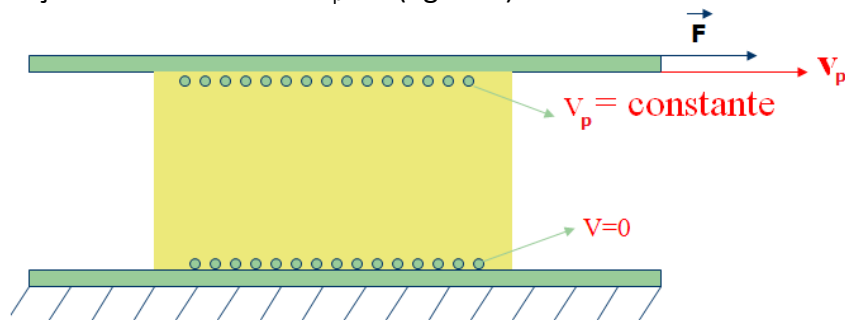


Figura 2

A variação da velocidade nas camadas fluidas ocorre pela presença de atrito entre elas, isto porque existe um deslizamento entre as camadas originando as **tensões de cisalhamento (τ)** que multiplicada pela área de contato do fluido com a superfície em movimento resulta na força tangencial interna ao fluido, que é responsável pelo equilíbrio da força externa $\vec{F}_t$ (equação 14) e desta forma se cria o movimento da placa superior com uma velocidade constante.

$$F_t = \tau \times A_{\text{contato}} \quad \text{equação 14}$$

1.8.3. Enunciado da lei de Newton da viscosidade

Através das observações, Newton enunciou:

“ A TENSÃO DE CISALHAMENTO É DIRETAMENTE PROPORCIONAL AO GRADIENTE DE VELOCIDADE. ” (equação 15)

$$\frac{\tau}{\frac{dv}{dy}} = \text{cte} \quad \text{equação 15}$$

Notas:

- Os fluidos que obedecem a equação 15 são denominados de fluidos newtonianos.
- Os fluidos que não obedecem a equação 15 são denominados de fluidos não-newtonianos.

Para obter a equação que representa a **lei de Newton da viscosidade** se introduz a viscosidade, também denominada de viscosidade absoluta ou viscosidade dinâmica (μ), como constante de proporcionalidade entre a tensão de cisalhamento e o gradiente de velocidade (equação 16).

$$\tau = \mu \times \frac{dv}{dy} \quad \text{equação 16}$$

Qualitativamente, temos:

$$\frac{M \times L \times T^{-2}}{L^2} = [\mu] \times \frac{L \times T^{-1}}{L} \therefore [\mu] = \frac{M}{L \times T} = \frac{F \times T}{L^2}$$

Quantitativamente, temos:

$$[\mu]_{SI} = \frac{kg}{m \times s} = \frac{N \times s}{m^2} = Pa \times s$$

$$[\mu]_{CGS} = \frac{g}{cm \times s} = \frac{dina \times s}{cm^2} = \text{poise} = P = 0,1 \frac{N \times s}{m^2} = 0,1 Pa \times s$$

$$\text{centipoise} = cP = 10^{-2} P = 10^{-3} \frac{N \times s}{m^2} = 10^{-3} Pa \times s$$

1.9. Simplificação prática da lei de Newton da Viscosidade

Como na prática a espessura do fluido lubrificante existente entre a placa fixa e a placa móvel é muito pequena **se considera a variação da velocidade em y como sendo linear** (figura 3).

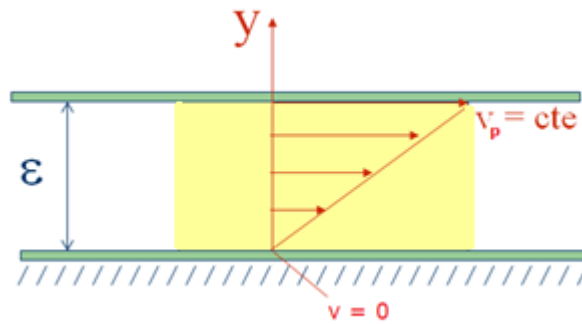


Figura 3

$$v = ay + b$$

$$\text{para } y = 0 \Rightarrow v = 0 \therefore b = 0$$

$$\text{para } y = \varepsilon \Rightarrow v = v_p \therefore v_p = a \times \varepsilon \Rightarrow a = \frac{v_p}{\varepsilon}$$

$$v = \frac{v_p}{\varepsilon} \times y \Rightarrow \frac{dv}{dy} = \frac{v_p}{\varepsilon}$$

Portanto a simplificação prática da lei de Newton da viscosidade está representada pela equação 17:

$$\tau = \mu \times \frac{v_p}{\varepsilon} \quad \text{equação 17}$$

1.10. Viscosidade cinemática (ν)

Em muitos dos equacionamentos da mecânica dos fluidos surge a relação entre a viscosidade e a massa específica do fluido, por este motivo a relação passou a ser denominada de **viscosidade cinemática** (equação 18).

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{equação 18}$$

Qualitativamente, temos:

$$[\nu] = \frac{M \times L^{-1} \times T^{-1}}{M \times L^{-3}} = L^2 \times T^{-1} = \frac{L^2}{T}$$

Quantitativamente, temos:

$$[\nu]_{SI} = \frac{m^2}{s}$$

$$[\nu]_{CGS} = \frac{cm^2}{s} = \text{stoke} = \text{St}$$

$$\text{centistoke} = \text{cSt} = 10^{-2} \text{St} = 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

Exercício 20: A viscosidade cinemática de um óleo é $0,032 \text{ m}^2/\text{s}$ e seu peso específico relativo é 0,79. Determine a viscosidade dinâmica no SI e no CGS.

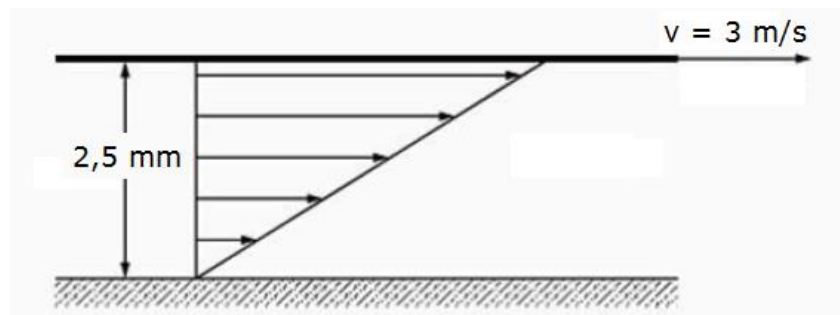
$$\gamma_R = \rho_R = 0,79 = \frac{\rho}{1000 \left(\frac{kg}{m^3} \right)} \therefore \rho = 790 \frac{kg}{m^3}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow \mu = 0,032 \left(\frac{m^2}{s} \right) \times 790 \left(\frac{kg}{m^3} \right) = 25,28 \frac{kg}{m \times s} = 25,28 \frac{N \times s}{m^2} \Rightarrow [\mu]_{SI}$$

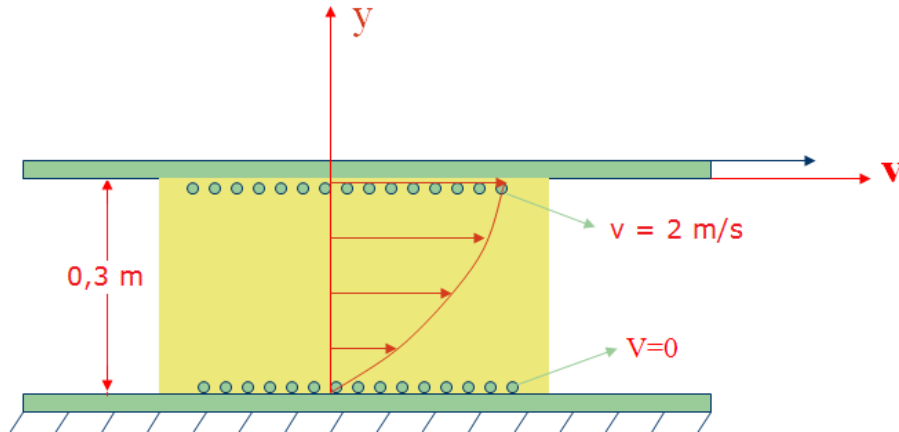
$$[\mu]_{CGS} = 25,28 \times \frac{10^5 \text{ dina} \times s}{10^4 \text{ cm}^2} = 252,8 \frac{\text{dina} \times s}{\text{cm}^2} = 252,8 \text{P}$$

Exercício 21: O peso de 3 dm^3 de uma substância é 23,5 N. A viscosidade cinemática é $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. se $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, qual será a viscosidade dinâmica no SI e em cP (centipoise).

Exercício 22: São dadas duas placas planas paralelas à distância de 2,5 mm. A placa superior move-se com velocidade de 3 m/s, enquanto a inferior é fixa. Se o espaço entre as duas placas for preenchido com óleo ($\nu = 0,18 \text{ St}$ e $\rho_R = 0,85$), qual será a força de resistência viscosa observada. Dado: área de contato entre fluido e placa superior igual a $2,5 \text{ m}^2$.



Exercício 23: Observou-se na experiência das duas placas que a velocidade em relação ao eixo y , que é perpendicular às placas, obedecia a equação: $v = ay^2 + by + c$. Pelo princípio de aderência constatou-se que para $y = 0,3 \text{ m}$ a velocidade é constante e igual a 2 m/s e que para $y = 0$ a velocidade é nula, sabendo ainda que para $y = 0,3 \text{ m}$ o gradiente de velocidade é nulo, pede-se calcular o gradiente de velocidade para $y = 0,2 \text{ m}$.



Importante: os fluidos considerados newtonianos têm a representação da função

$$\tau = f\left(\frac{dv}{dy}\right) \text{ como mostrada a seguir:}$$

