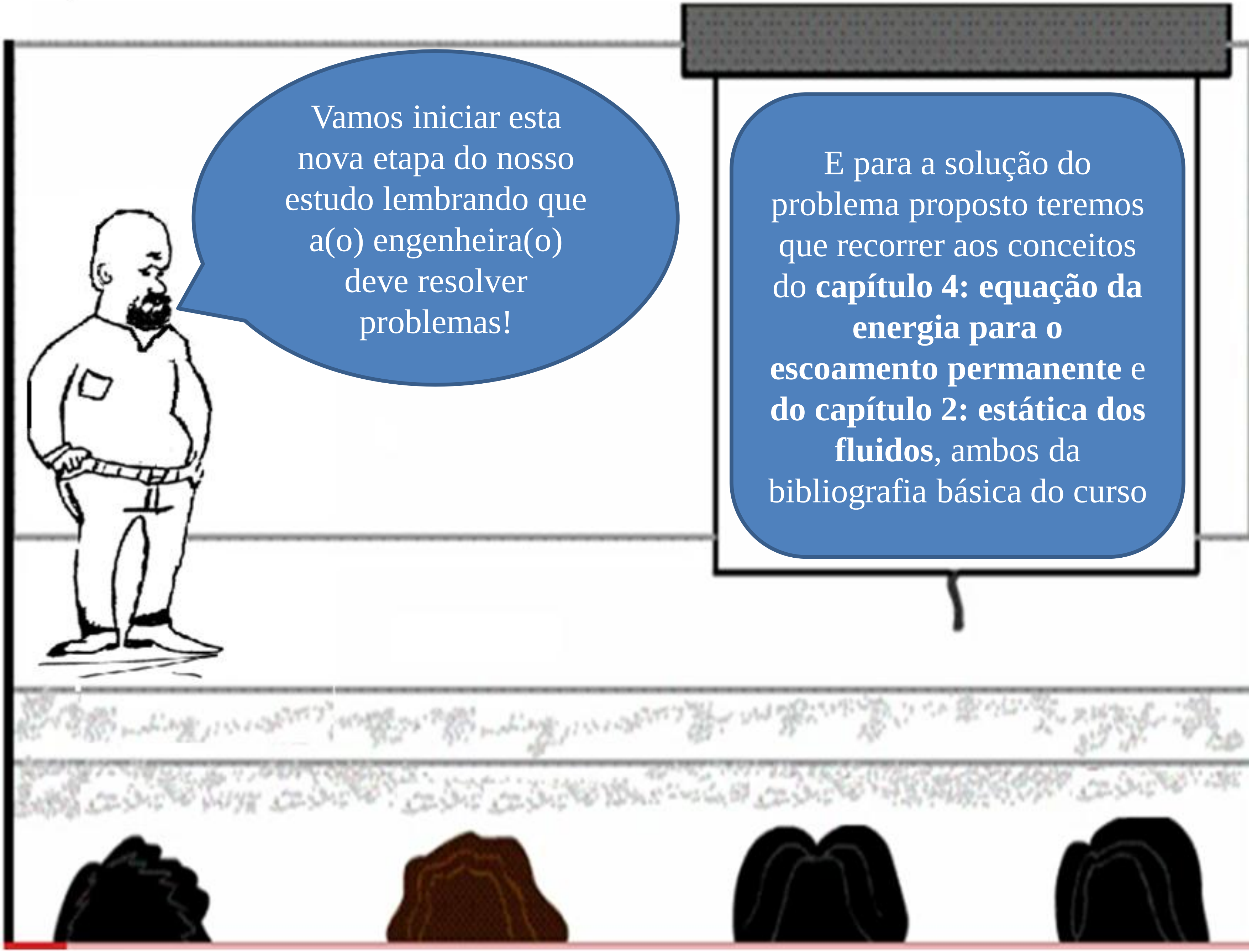
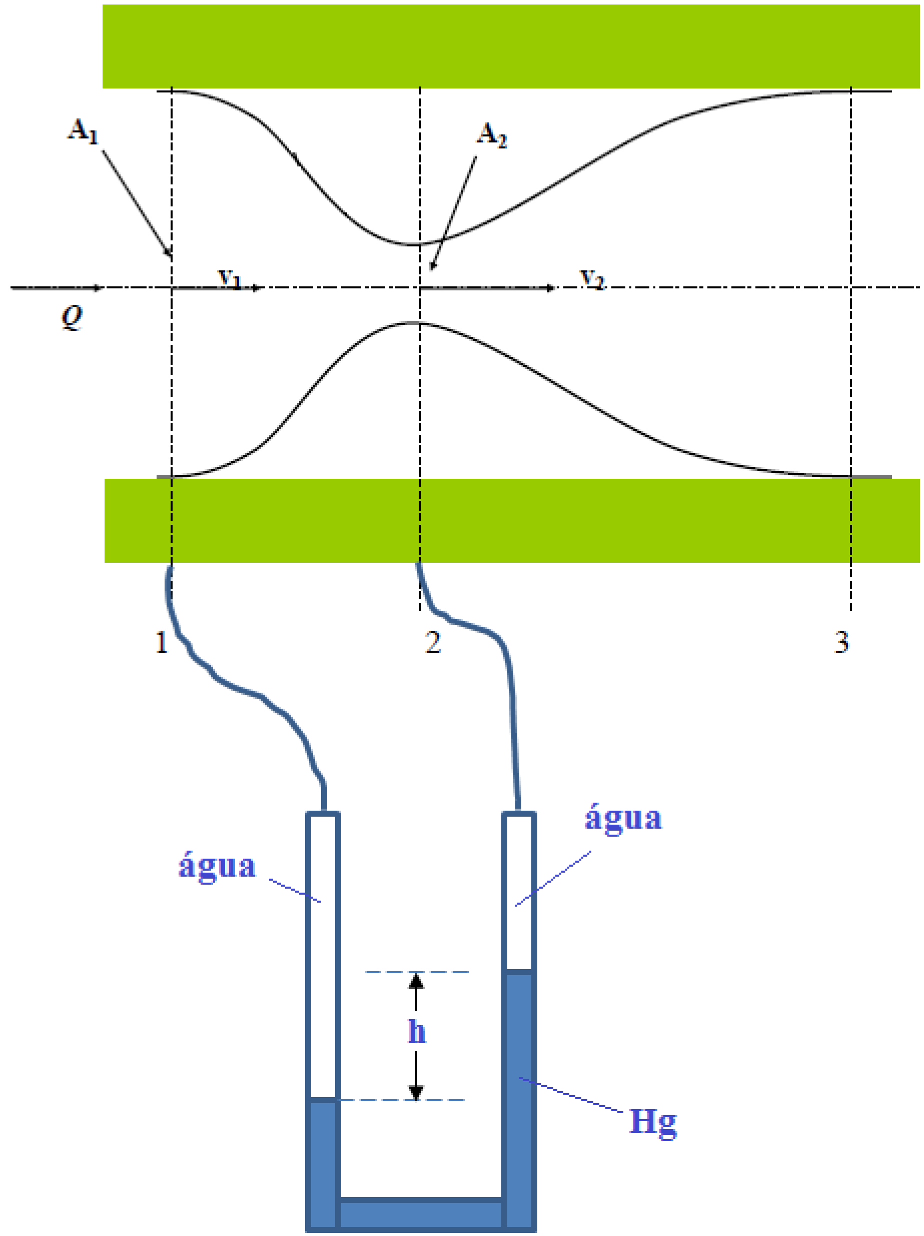
Oitava aula de FT

Raimundo (Alemão) Ferreira Ignácio


Vamos iniciar esta nova etapa do nosso estudo lembrando que a(o) engenheira(o) deve resolver problemas!
E para a solução do problema proposto teremos que recorrer aos conceitos do **capítulo 4: equação da energia para o escoamento permanente** e **do capítulo 2: estática dos fluidos**, ambos da bibliografia básica do curso

O esquema ao lado representa o que denominamos de Venturi e que é um medidor de vazão. Sabendo que A_1 = 20 cm²; A_2 = 10 cm²; g = 9,8 m/s²; $\rho_{água}$ = 998 kg/m³; ρ_{Hg} = 13546 kg/m³ e h = 10 cm, calcule a vazão de escoamento considerando a água como um fluido ideal.



Capítulo 4: Equação da energia para um escoamento em regime permanente

4.1 – Introdução

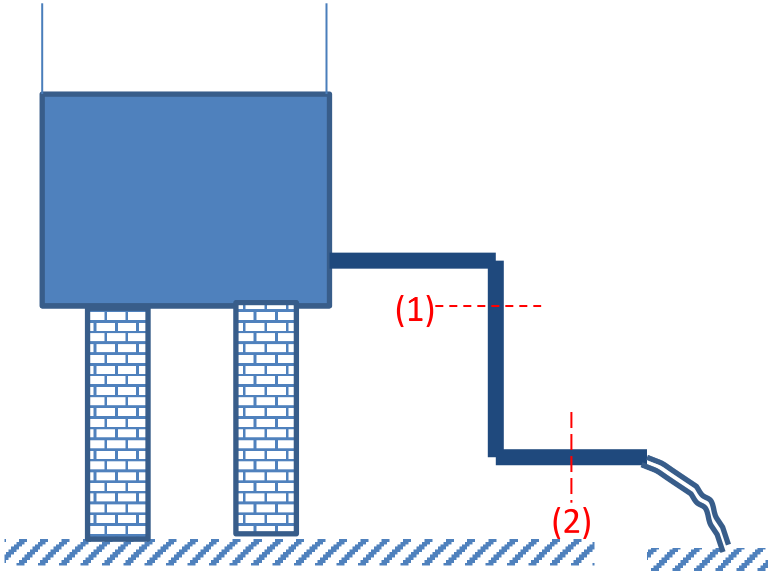
Evocando o conceito de regime permanente para a instalação a seguir, podemos afirmar que não existe acúmulo nem falta de massa entre as seções (1) e (2), portanto a massa que entra em (1), m_1, é igual a massa que saí em (2), m_2, portanto:

$$m_1 = m_2 = cte \rightarrow \div t :$$

$$\frac{m_1}{t} = \frac{m_2}{t} = cte \therefore Q_{m_1} = Q_{m_2} = cte$$

$$\rho_1 \times Q_1 = \rho_2 \times Q_2 = cte$$

$$\rho_1 \times v_1 \times A_1 = \rho_2 \times v_2 \times A_2 = cte$$



Como no nosso curso só estudaremos o escoamento considerado incompressível, ou seja, aquele que a massa específica e o peso específico permanece constante, temos:

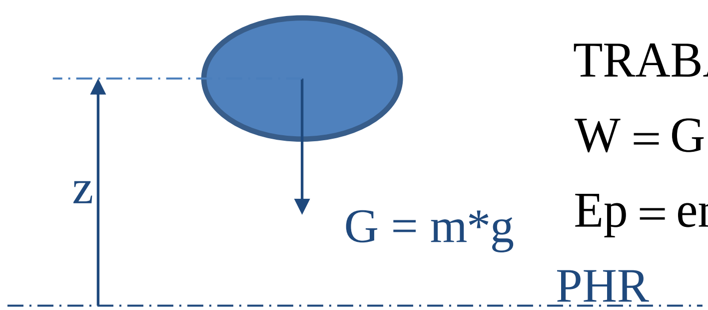
$$\rho_1 = \rho_2 = cte \Rightarrow v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 = cte$$

Por outro lado, sabemos que está associado ao deslocamento de massa um deslocamento de energias e no capítulo 4 estudamos o balanço destas energias entre duas seções do escoamento, onde sabemos que a energia não pode ser criada, nem tão pouco destruída, mas simplesmente transformada.

O balanço de massa (equação da continuidade) associado ao balanço de energia (equação da energia) permite resolver inúmeros problemas práticos, tais como: transformações de energias, determinação de perdas ao longo do escoamento, determinação de potências de máquinas hidráulicas, etc. …

4.2 – Tipos de energias mecânicas associadas a um fluido

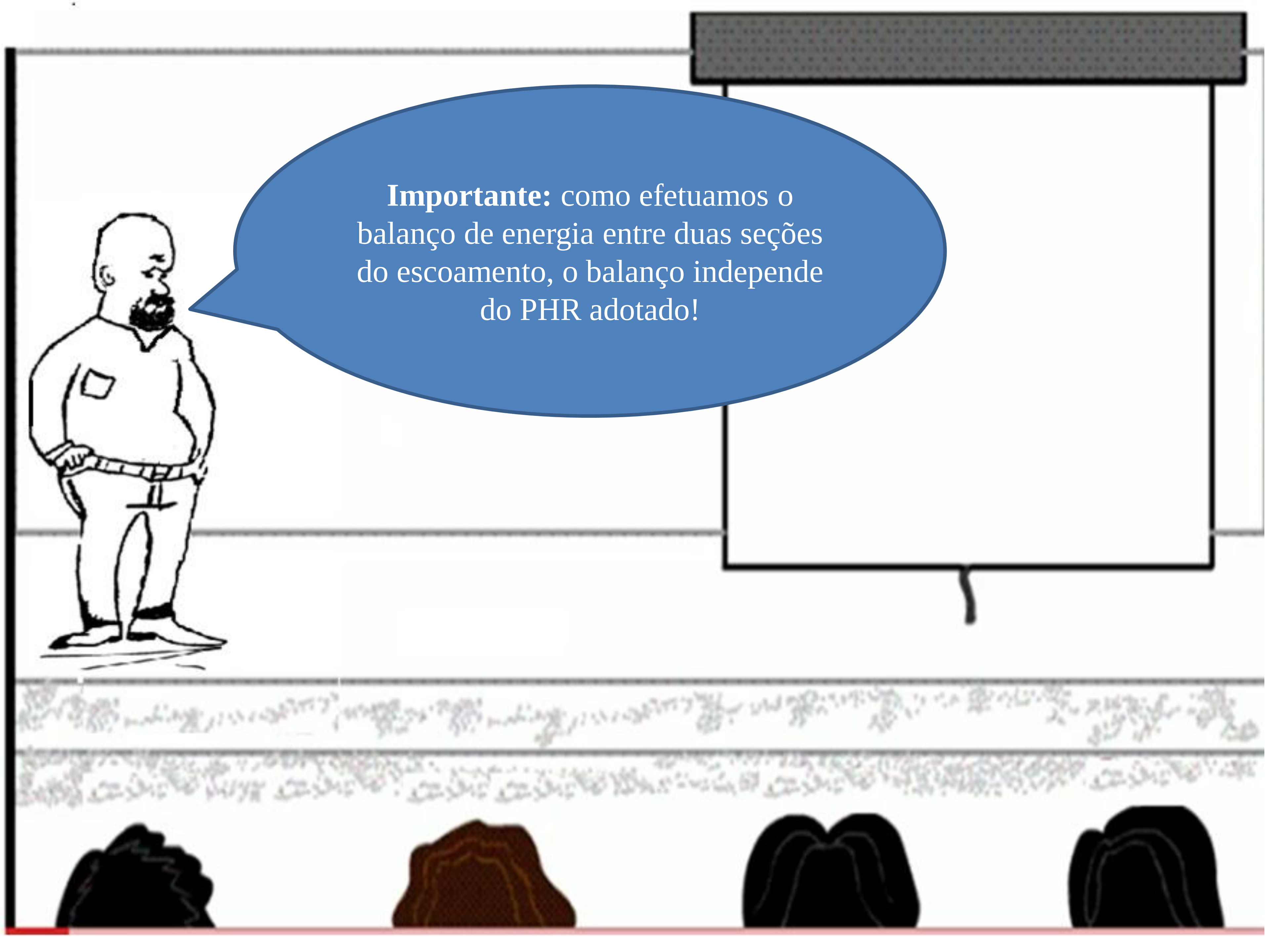
a. Energia potencial (Ep) – é a energia do fluido devido à sua posição no campo da gravidade em relação a um plano horizontal de referência (PHR); esta energia é medida pelo potencial de realização de trabalho do fluido.



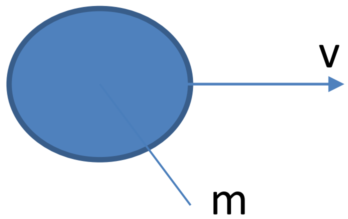
$$\text{TRABALHO} = \text{FORÇA} \times \text{DESLOCAMENTO}$$

$$W = G \times z = m \times g \times z = Ep$$

$$Ep = \text{energia potencial de posição}$$


Importante: como efetuamos o balanço de energia entre duas seções do escoamento, o balanço independe do PHR adotado!

b. Energia cinética (Ec) – é o estado da energia determinado pelo movimento do fluido.



$$Ec = \frac{m \times v^2}{2}$$

c. Energia de pressão (Epr) – corresponde ao trabalho potencial das forças de pressão que atuam no escoamento do fluido, para sua compreensão, estudaremos os conceitos de pressão, pressão em um ponto fluido e a carga de pressão, todos estudados no **capítulo 2: Estática dos fluidos.**

2.1 - Pressão – p

$$p = \frac{dF_N}{dA}$$

$$\text{unidade de pressão} = \frac{\text{unidade de força}}{\text{unidade de área}}$$

$$SI \Rightarrow [p] = \frac{N}{m^2} = Pa(Pascal)$$

Importante observar que a pressão (p) atuando em uma área elementar (dA) sempre originará uma força elementar normal à área (dF_N), ou seja:

$$dF_N = p \times dA$$

Se desejarmos determinar a força resultante de uma forma exata, recorremos a integral que resulta:

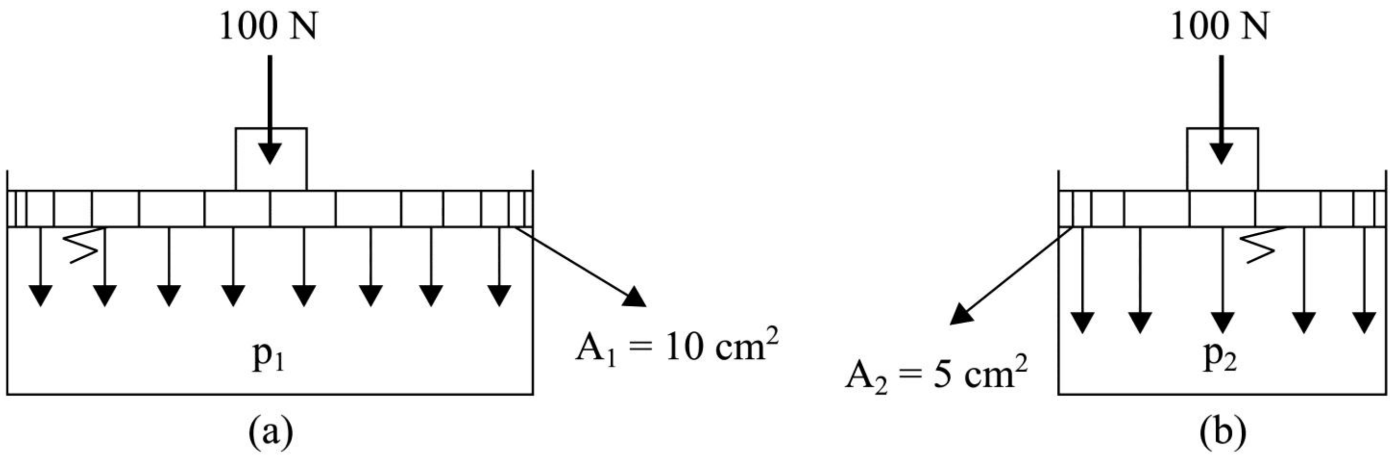
$$F_N = \int p \times dA$$

Se a pressão for constante. Ou se o interesse for a pressão média, podemos escrever que:

$$F_N = p \times A \Rightarrow p = \frac{F_N}{A}$$

Não devemos confundir pressão com força!

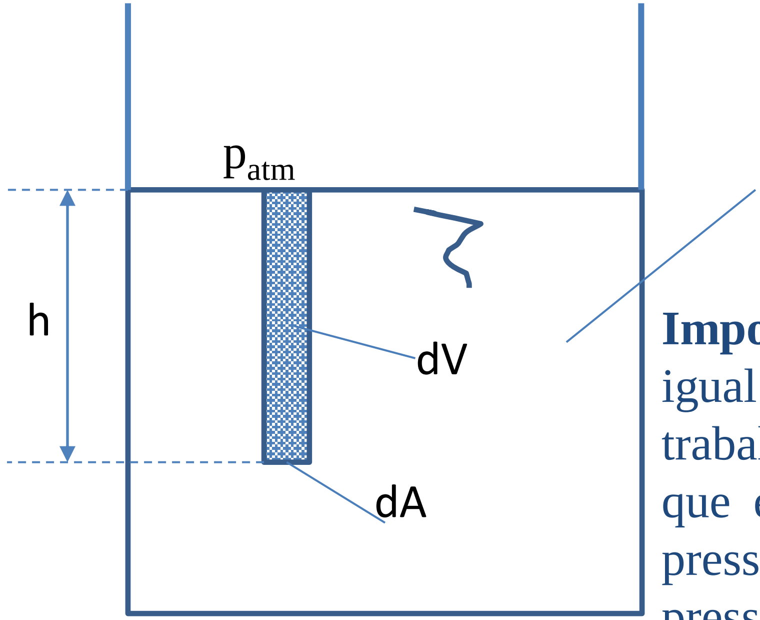
Mesma força vai originar pressões diferentes!



$$p_1 = \frac{100}{10} = 10\,\frac{N}{m^2} \Rightarrow p_2 = \frac{100}{5} = 20\,\frac{N}{m^2}$$

2.2 – Pressão em um ponto fluido

Importante: pela hipótese do contínuo, iremos considerar que um ponto fluido tem uma área dA, portanto:



Fluido incompressível (ρ e γ constantes), contínuo (ponto fluido tem dA) e em repouso

Importante: adotamos pressão atmosférica igual a zero, o que implica dizer que trabalhamos na escala efetiva ou relativa, já que esta é que adota como zero da escala a pressão atmosférica, nesta escala podemos ter pressões positivas, negativas (denominadas também de depressões ou vácuos técnicos) ou nulas.

$$dV = dA \times h$$

$$dG = \gamma \times dV = \gamma \times dA \times h \Rightarrow \div dA$$

$$\frac{dG}{dA} = \frac{\gamma \times dA \times h}{dA} = \gamma \times h \rightarrow h = \text{carga de pressão} = \frac{p}{\gamma}$$

Importante notar que a carga de pressão terá como unidade uma unidade de comprimento acrescida do nome do fluido considerado, exemplos:

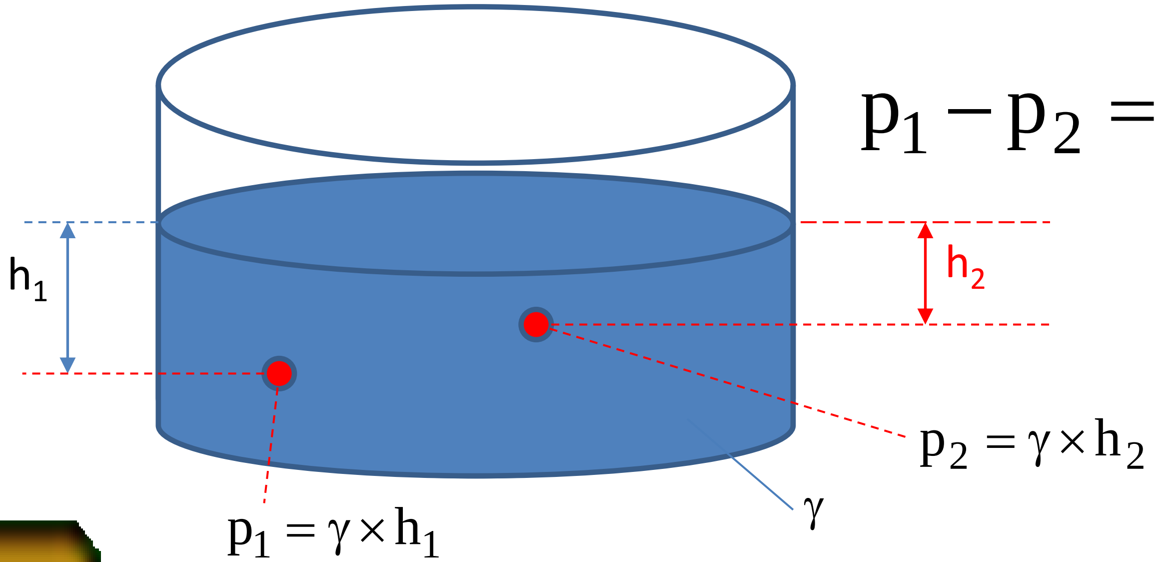
mca = metro de coluna d'água

mmHg = milímetro de mercúrio

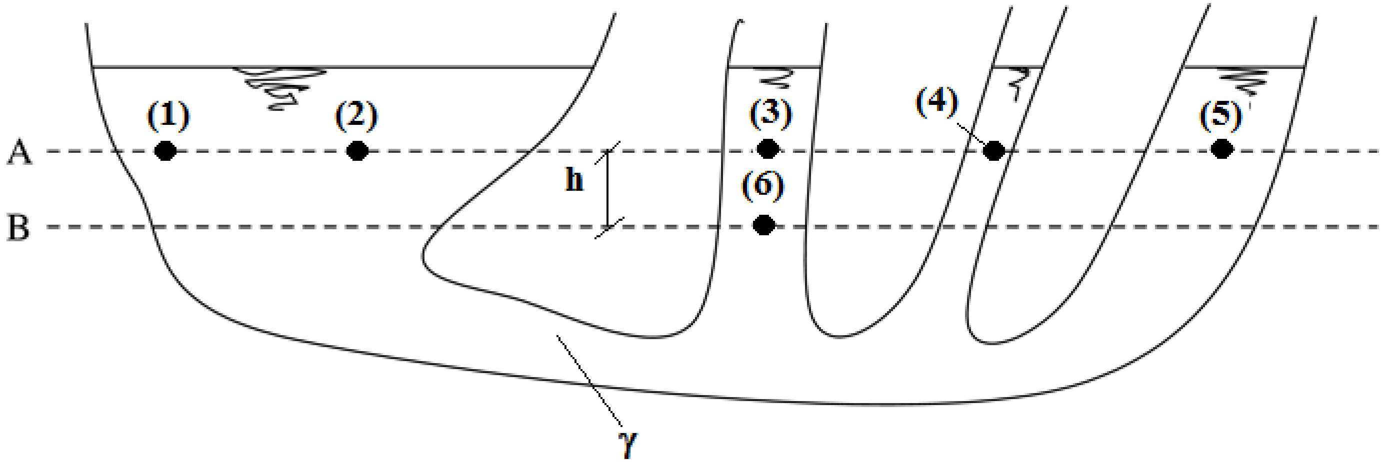
Exercício: Sabendo que o mercúrio tem para a temperatura considerada uma massa específica igual a 13546 kg/m³, pede-se determinar a pressão correspondente a 700 mmHg

2.3 – Teorema de Stevin: "a diferença de pressão entre dois pontos fluidos pertencentes a um fluido incompressível, continuo e em repouso é igual ao produto do seu peso específico pela diferença de cotas entre os pontos.

$$p_1 - p_2 = \gamma \times (h_1 - h_2)$$



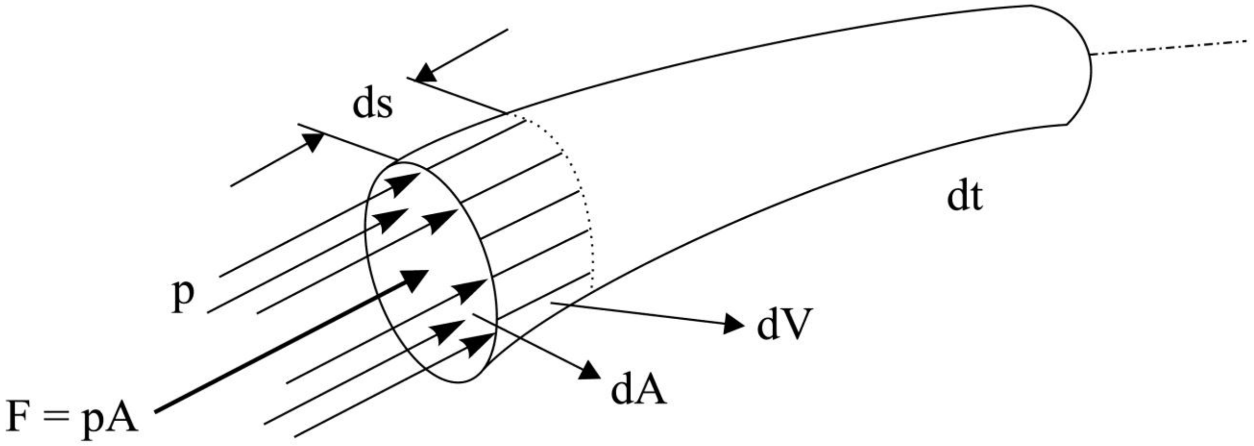
Conclusões



$$p_6 - p_1 = p_6 - p_2 = p_6 - p_3 = p_6 - p_4 = p_6 - p_5 = \gamma \times h$$

C1 – todos os pontos do PH estão submetidos a mesma pressão
C2 – pressão não depende da distância entre os pontos
C3 – pressão não depende do formato do recipiente.

Voltando ao capítulo 4



O deslocamento ds sob ação da força F, origina um trabalho dW, onde:

$$dw = F \times ds = p \times A \times ds = p \times dV = dEpr$$

$$Epr = \int_V p \times dV$$

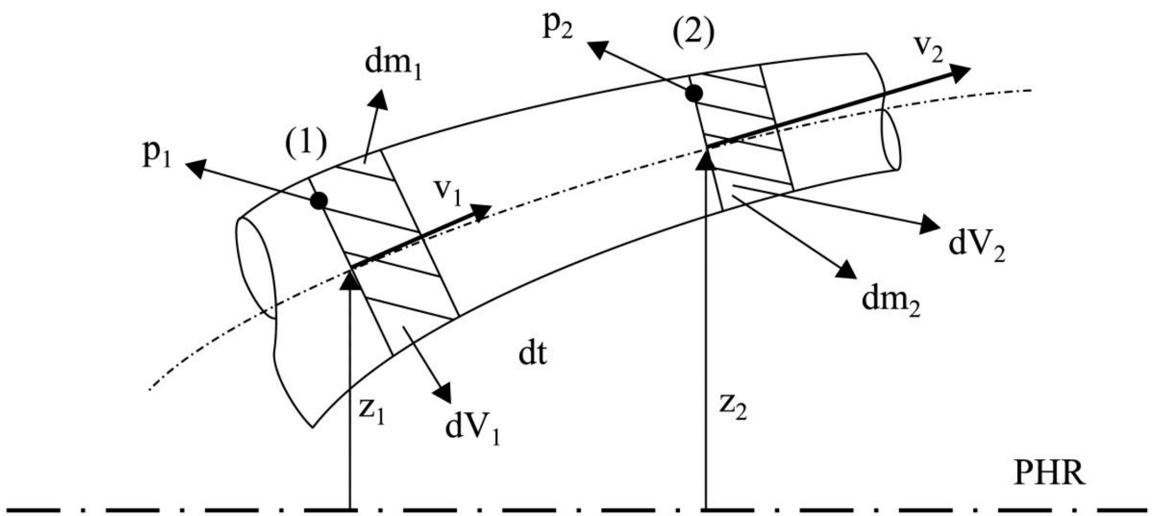
d. Energia mecânica total do fluido (E)

$$E = Ep + Ec + Epr$$

$$E = m \times g \times z + \frac{m \times v^2}{2} + \int_V p \times dV$$

4.3 – Equação de Bernoulli – é o balanço de energias entre duas seções do escoamento fluido considerando as seguintes hipóteses:

1. regime permanente;
2. sem máquina no trecho em estudo, consider-se máquina o dispositivo que fornece ou retira energia do fluido;
3. Fluido ideal, ou seja, aquele que tem a viscosidade nula e isto garante um escoamento sem perdas;
4. Propriedades uniformes na seção;
5. Fluido incompressível;
6. Sem troca de calor.



$$dE_1 = dE_2$$

$$dm_1 \times g \times z_1 + \frac{dm_1 \times v_1^2}{2} + p_1 \times dV_1 = dm_2 \times g \times z_2 + \frac{dm_2 \times v_2^2}{2} + p_2 \times dV_2$$

Evocando o conceito de massa específica, podemos escrever que:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \therefore dV = \frac{dm}{\rho}$$

$$dm_1 \times g \times z_1 + \frac{dm_1 \times v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \times dm_1 = dm_2 \times g \times z_2 + \frac{dm_2 \times v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \times dm_2$$

Como o fluido é incompressível e escoa em regime permanente, temos:

$$\rho_1 = \rho_2 \rightarrow dm_1 = dm_2$$

$$\therefore gz_1 + \frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = gz_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} \rightarrow \div g:$$

$$z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$z = \frac{mgz}{mg} = \frac{Ep}{G} \Rightarrow \text{carga potencial}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{mg} = \frac{Ec}{G} \Rightarrow \text{carga cinética}$$

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p \times V}{\gamma \times V} = \frac{Epr}{G} \Rightarrow \text{carga de pressão}$$

$$H = \text{carga total na seção}$$

$$H_1 = H_2$$