

# Nona aula de FT

## Segundo semestre de 2013



Recordando:

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \text{Bernoulli}$$

$$H = \text{carga total} \Rightarrow [H] = m$$

$$z = \text{carga potencial} \Rightarrow [z] = m$$

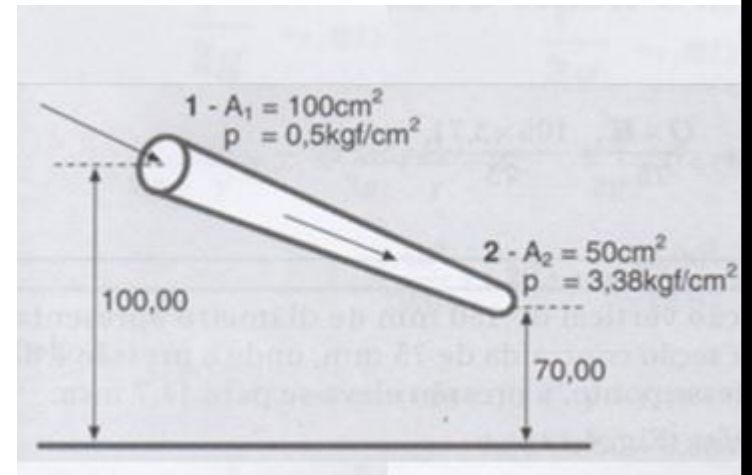
$$\frac{p}{\gamma} = \text{carga de pressão} \Rightarrow \left[ \frac{p}{\gamma} \right] = m$$

$$\frac{v^2}{2g} = \text{carga cinética} \Rightarrow \left[ \frac{v^2}{2g} \right] = m$$

Vamos aplicar a equação de Bernoulli em mais alguns exercícios extraídos do livro do professor Azevedo Netto



Exercício 4.3 - A água pelo tubo indicado na Fig. 4.10, cuja seção varia do ponto 1 para o ponto 2, de  $100 \text{ cm}^2$  para  $50 \text{ cm}^2$ . Em 1, a pressão é de  $0,5 \text{ kgf/cm}^2$  e a elevação 100, ao passo que, no ponto 2, a pressão é de  $3,38 \text{ kgf/cm}^2$  na elevação 70. Calcular a vazão em litros por segundo.



Exercício 4.4 – De uma pequena barragem, parte uma canalização de 250 mm de diâmetro, com poucos metros de extensão, havendo depois uma redução para 125 mm; do tubo de 125 mm, a água passa para a atmosfera sob a forma de jato. A vazão foi medida, encontrando-se  $105 \text{ l/s}$ .

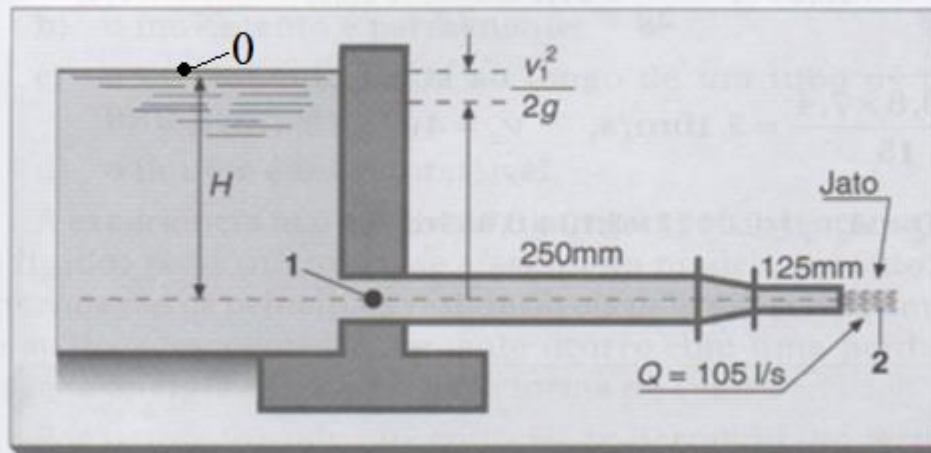
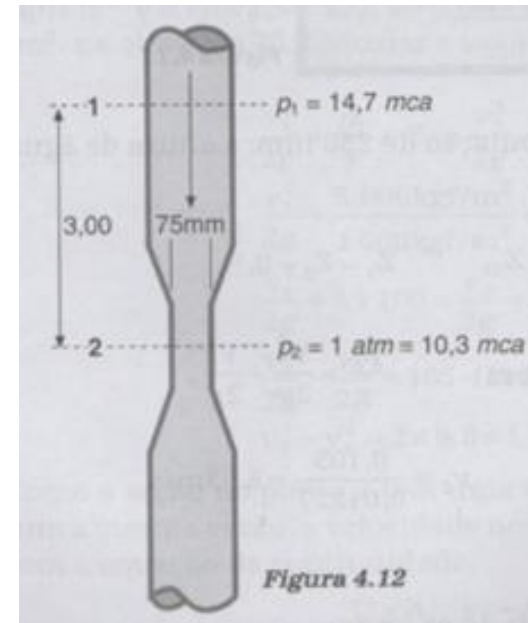


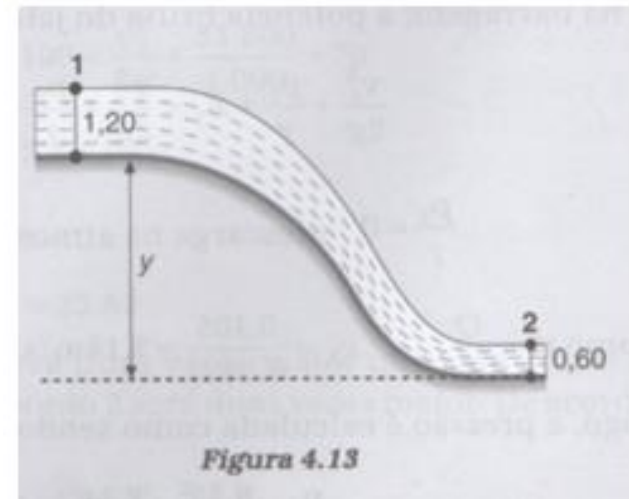
Figura 4.11

Calcular a pressão na seção inicial da tubulação de 250 mm; a altura de água  $H$  na barragem; a potência bruta do jato.

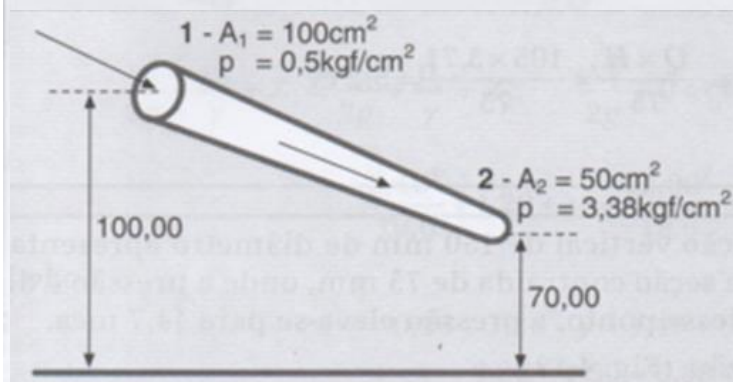
Exercício 4.5 – Uma tubulação vertical de 150 mm de diâmetro apresenta, em um pequeno trecho, uma seção contraída de 75 mm, onde a pressão é de 1 atm. A três metros acima desse ponto, a pressão eleva-se para 14,7 mca. Calcular a velocidade e a vazão (Fig. 4.12).



Exercício 4.6 – Em um canal de concreto, a profundidade é de 1,20 m e as águas escoam com uma velocidade média de 2,40 m/s, até um certo ponto, onde, devido a uma queda, a velocidade se eleva a 12 m/s, reduzindo-se a profundidade a 0,60 m. Desprezando as possíveis perdas por atrito, determinar a diferença de nível entre as duas partes do canal (Fig. 4.13)



**Exercício 4.3** – A água escoá pelo tubo indicado na Fig. 4.10, cuja seção varia do ponto 1 para o ponto 2, de 100 cm<sup>2</sup> para 50 cm<sup>2</sup>. Em 1, a pressão é de 0,5 kgf/cm<sup>2</sup> e a elevação 100, ao passo que, no ponto 2, a pressão é de 3,38 kgf/cm<sup>2</sup> na elevação 70. Calcular a vazão em litros por segundo.



**Figura 4.10**

$$\begin{aligned} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + Z_1 &= \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 \\ \frac{v_1^2}{2g} + \frac{5\,000\text{kgf/m}^2}{1\,000\text{kgf/m}^3} + 100 &= \frac{v_2^2}{2g} + \frac{33\,800}{1\,000} + 70 \\ \frac{v_1^2}{2g} + 5 + 100 &= \frac{v_2^2}{2g} + 33,8 + 70 \\ \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} &= 105 - 103,8 = 1,2 \\ v_2^2 - v_1^2 &= 2 \times 9,8 \times 1,2 = 23,52 \end{aligned}$$

Como a seção no ponto 1 tem uma área duas vezes maior que a do ponto 2, com a mesma vazão, a velocidade no ponto 2 será duas vezes maior. De acordo com a equação da continuidade,

$$Q = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \therefore v_2 = 2 v_1$$

Substituindo,

$$v_1 = \sqrt{\frac{23,52}{3}} = \sqrt{7,84} = 2,8\text{m/s}$$

∴

$$Q = A_1 \cdot v_1 = 0,0100 \times 2,8 = 0,028\text{m}^3/\text{s} \text{ (ou } = 28 \text{ l/s).}$$

**Exercício 4.4** – De uma pequena barragem, parte uma canalização de 250 mm de diâmetro, com poucos metros de extensão, havendo depois uma redução para 125 mm; do tubo de 125 mm, a água passa para a atmosfera sob a forma de jato. A vazão foi medida, encontrando-se 105 ℓ/s.

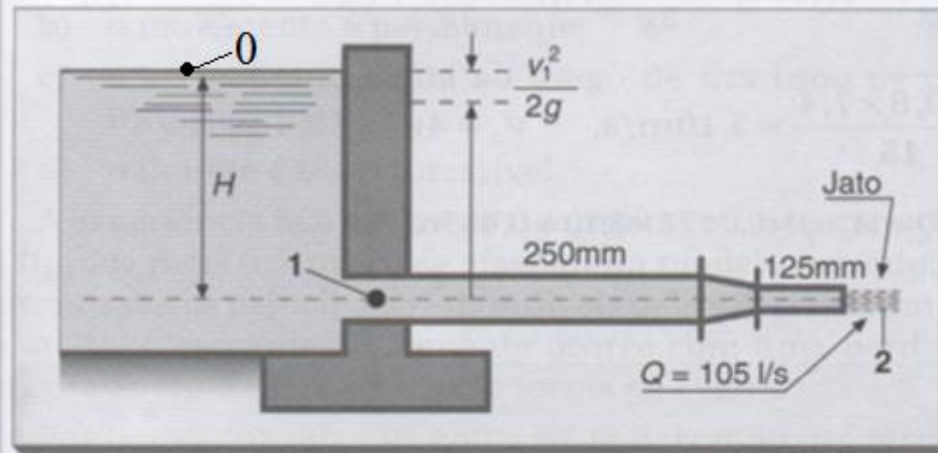


Figura 4.11

Calcular a pressão na seção inicial da tubulação de 250 mm; a altura de água H na barragem; a potência bruta do jato.

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + Z_2, \quad Z_1 = Z_2 = 0,$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = 0 \quad (\text{descarga na atmosfera}) \quad \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g},$$

$$\text{Como } v = \frac{Q}{A}, \quad v_1 = \frac{0,105}{0,0491} = 2,14 \text{ m/s}, \quad v_2 = \frac{0,105}{0,01227} = 8,53 \text{ m/s}.$$

Logo, a pressão é calculada como sendo

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{8,53^2}{19,6} - \frac{2,14^2}{19,6} = 3,71 - 0,23 = 3,48 \text{ m}$$

Aplicamos Bernoulli da seção 0 a 1:

$$H = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = 3,48 + 0,23$$

Devemos saber que H é denominado de carga total e representa a energia por unidade de peso, portanto:

$$\text{energia} = H \times G = H \times \gamma \times V (\div t)$$

$$\frac{\text{energia}}{t} = \text{potência} = \frac{H \times \gamma \times V}{t}$$

$$\text{Potência} = \gamma \times Q \times H$$

$$\text{Potência} = 10^3 \times 105 \times 10^{-3} \times 3,71$$

$$\text{Potência} \cong 389,6 \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = \frac{389,6}{75}$$

$$\text{Potência} \cong 5,2 \text{ CV}$$

**Exercício 4.5** — Uma tubulação vertical de 150 mm de diâmetro apresenta, em um pequeno trecho, uma seção contraída de 75 mm, onde a pressão é de 1 atm. A três metros acima desse ponto, a pressão eleva-se para 14,7 mca.

Calcular a velocidade e a vazão. (Fig. 4.12).

Se a velocidade na tubulação, propriamente dita, for  $v_1$ , a velocidade  $v_2$ , na garganta, será muito superior.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2, \quad v_2 = \frac{A_1}{A_2} \times v_1 = 4v_1,$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + Z_2,$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + 14,7 + 3 = \frac{(4v_1)^2}{2g} + 10,3 + 0,$$

$$\frac{15v_1^2}{2g} = 7,4, \quad v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 9,8 \times 7,4}{15}} = 3,10 \text{ m/s},$$

$$v_2 = 4v_1 = 12,4 \text{ m/s},$$

$$Q = A_1 v_1 = 0,0177 \times 3,10 = 0,055 \text{ m}^3/\text{s}.$$

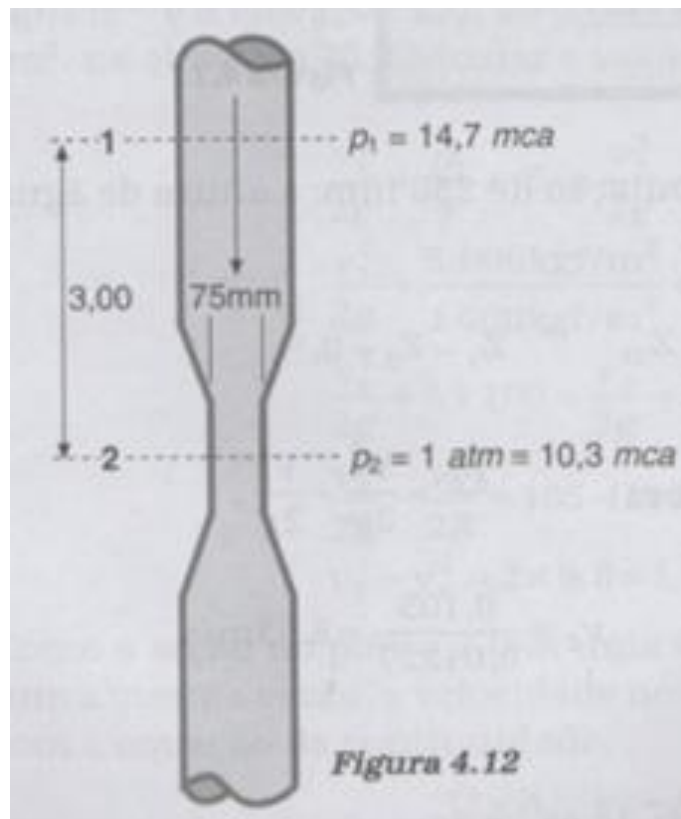


Figura 4.12

**Exercício 4.6** — Em um canal de concreto, a profundidade é de 1,20 m e as águas escoam com uma velocidade média de 2,40 m/s, até um certo ponto, onde, devido a uma queda, a velocidade se eleva a 12 m/s, reduzindo-se a profundidade a 0,60 m. Desprezando as possíveis perdas por atrito, determinar a diferença de nível entre as duas partes do canal (Fig. 4.13).

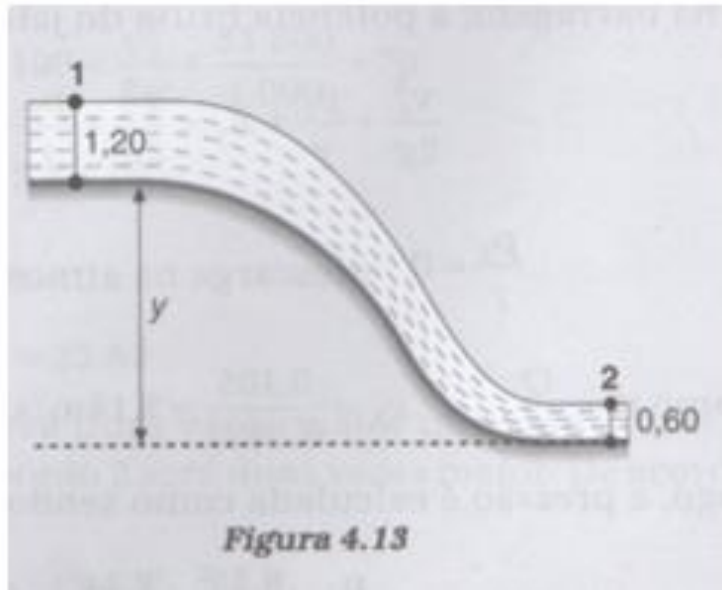


Figura 4.13

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2,$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + 0 + (y + 1,20) = \frac{v_2^2}{2g} + 0 + 0,60$$

$$\frac{2,40^2}{19,6} + 1,20 + y = \frac{12,00^2}{19,6} + 0,60.$$

Logo.

$$0,30 + 1,20 + y = 7,40 + 0,60.$$

$$y = 8,00 - 1,50 = 6,50 \text{ m.}$$



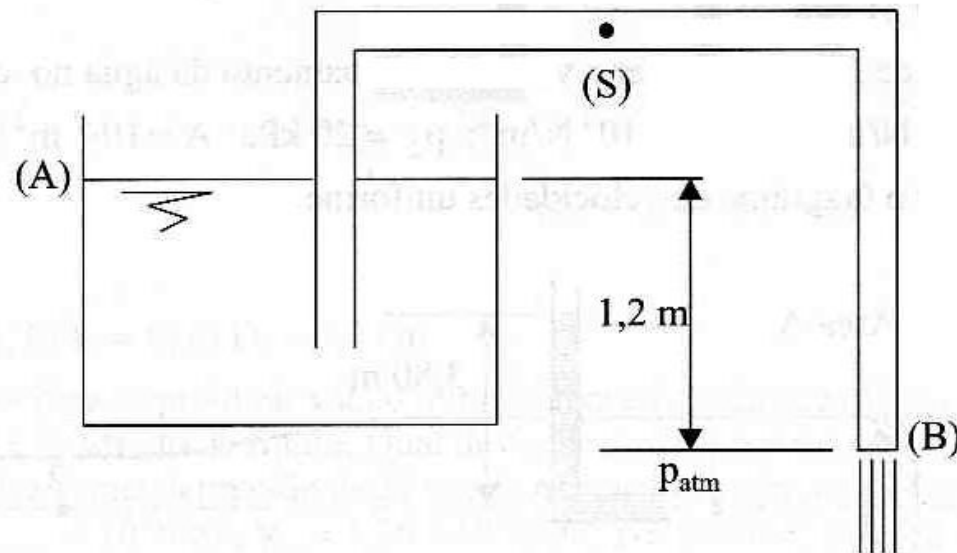
Vamos aplicar a equação de Bernoulli também em um exercício do livro do professor Brunetti.



4.3 A pressão no ponto S do sifão da figura não deve cair abaixo de 25 kPa (abs). Desprezando as perdas, determinar:

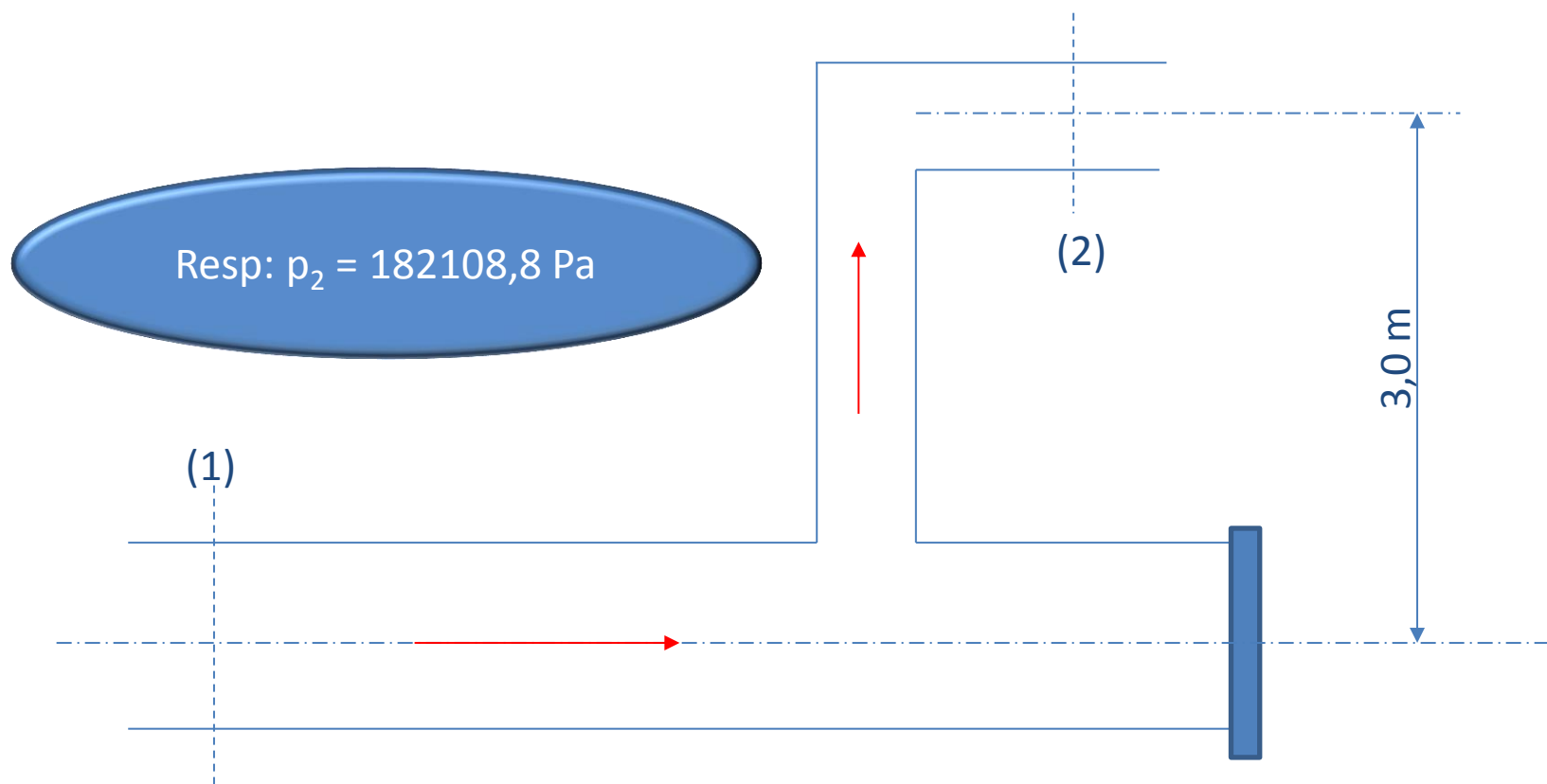
- a) Qual é a velocidade do fluido?
- b) Qual é a máxima altura do ponto S em relação ao ponto (A)?

$$p_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa}; \gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$$



Resp.: a) 4,9 m/s; b)  $z = 6,3 \text{ m}$

Considere o escoamento d'água com massa específica igual a  $1000 \text{ kg/m}^3$  no trecho de uma instalação representado a seguir. Na seção 1 de diâmetro interno igual a  $210 \text{ mm}$  a pressão estática é igual a  $224 \text{ kPa}$  e a velocidade média igual a  $0,850 \text{ m/s}$ . A seção 2 encontra-se a  $3 \text{ m}$  acima e tem um diâmetro interno igual a  $86 \text{ mm}$ . Sabendo que o escoamento é considerado ideal calcule a pressão estática na seção 2.



No trecho a seguir na seção 1 o ar tem uma velocidade igual a 75 m/s. Calcule:

- a vazão em volume na seção 1;
- a vazão em massa;
- a velocidade média na seção 2.

