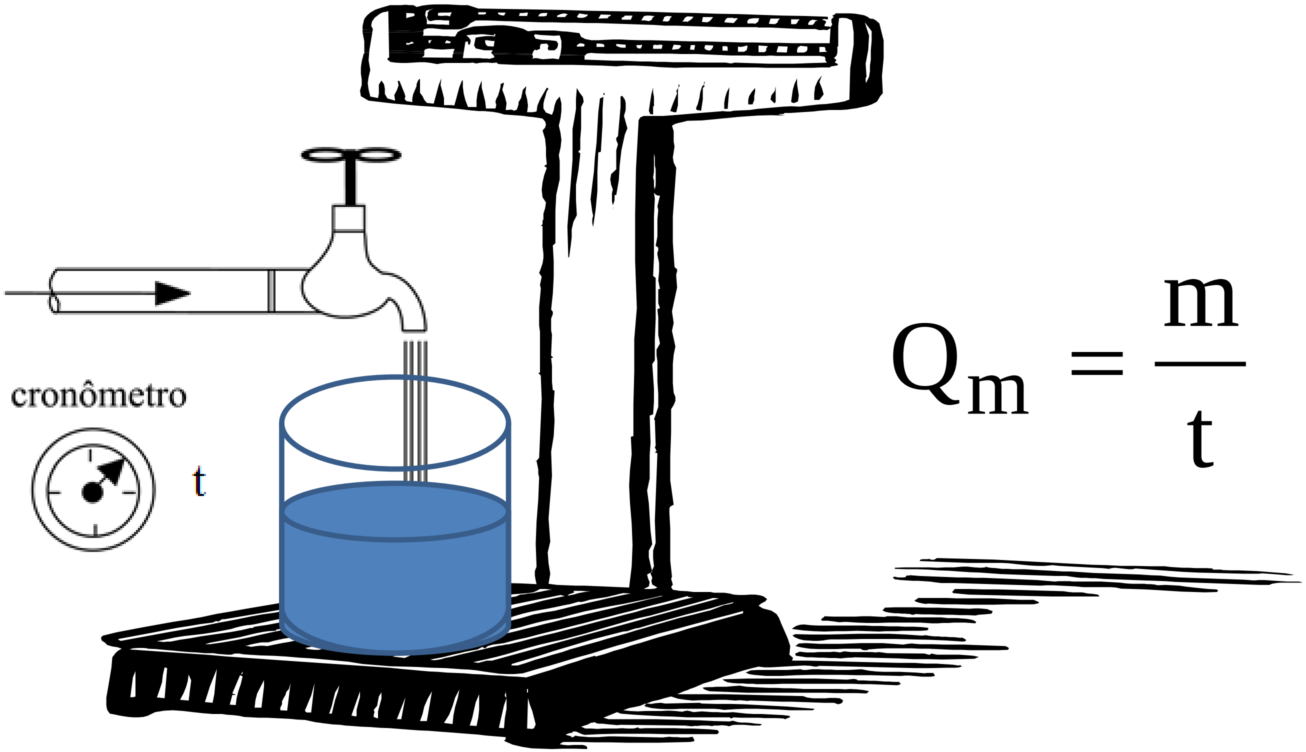
Oitava aula de FT

Segundo semestre de 2013

Fluxo de massa, ou vazão em massa, é a quantidade em massa do fluido que atravessa uma área A em um intervalo de tempo t.



$$Q_m = \frac{m}{t}$$

Evocando o conceito de massa específica e sabendo que é considerada constante, podemos escrever:

Agora podemos pensar em escrever a equação da conservação de massa!

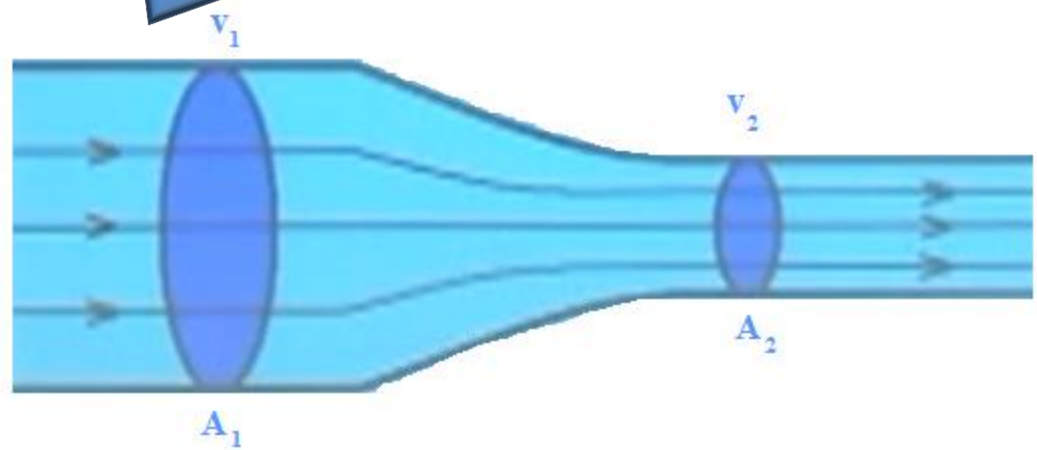
$$\rho = \frac{m}{V} \therefore m = \rho \times V$$

$$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho \times V}{t} = \rho \times Q$$

$$Q_m = \rho \times v \times A$$

Entre elas não existe acúmulo nem falta de massa!

Ou a equação da continuidade e para tal vamos considerar duas seções: A_1 e A_2



$$\therefore m_{entra} = m_{saí} \rightarrow (\div t)$$

$$Q_{m_1} = Q_{m_2}$$

$$\rho_1 \times v_1 \times A_1 = \rho_2 \times v_2 \times A_2$$

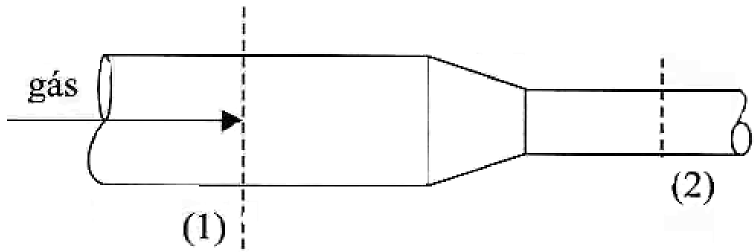
Para o escoamento incompressível , temos:

$$\rho_1 = \rho_2 = cte \Rightarrow v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 \therefore Q_1 = Q_2 = cte$$

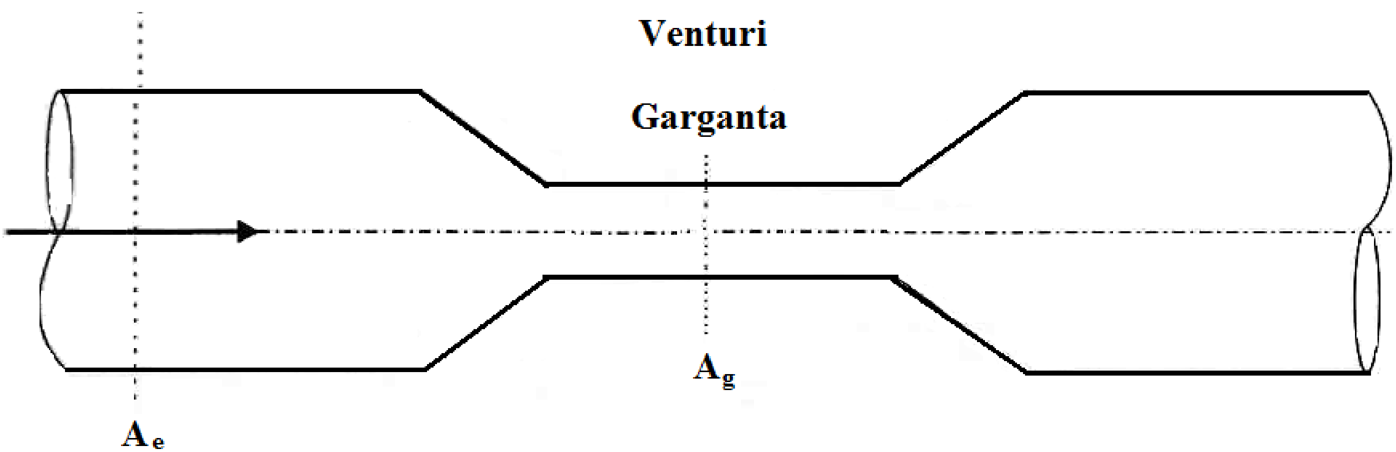

Mais alguns exemplos extraídos agora do livro do professor Franco Brunetti

Um gás escoa em regime permanente no trecho de tubulação da figura. Na seção (1), tem-se $A_1 = 20\ cm^2$, $\rho_1 = 4\ kg/m^3$ e $v_1 = 30\ m/s$. Na seção (2), $A_2 = 10\ cm^2$ e $\rho_2 = 12\ kg/m^3$.

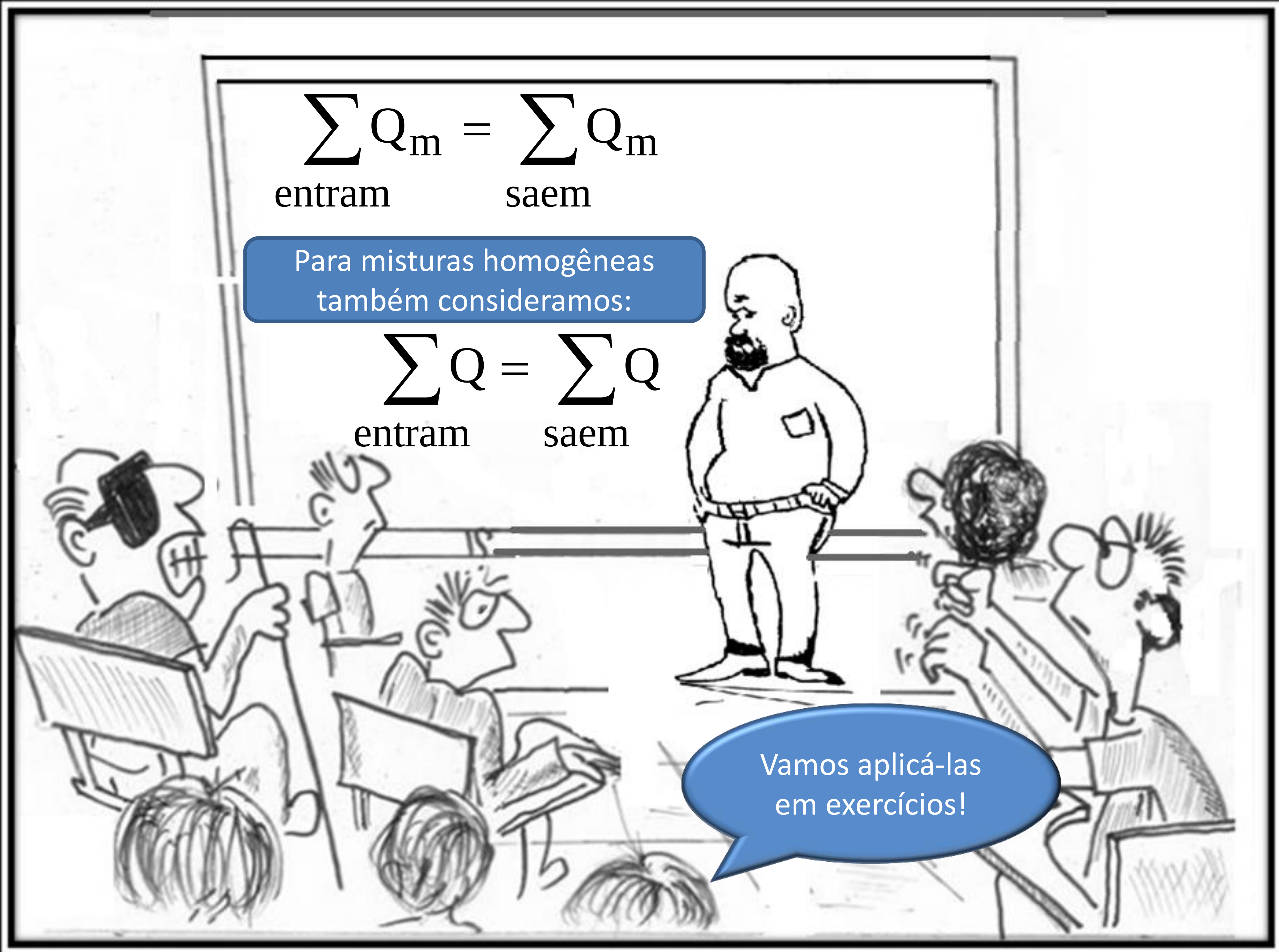
Qual é a velocidade na seção (2)?



O Venturi é um tubo convergente/divergente, como é mostrado na figura. determinar a velocidade na seção mínima (garganta) de área 5 cm², se na seção de entrada de área 20 cm² a velocidade é 2 m/s. O fluido é incompressível.

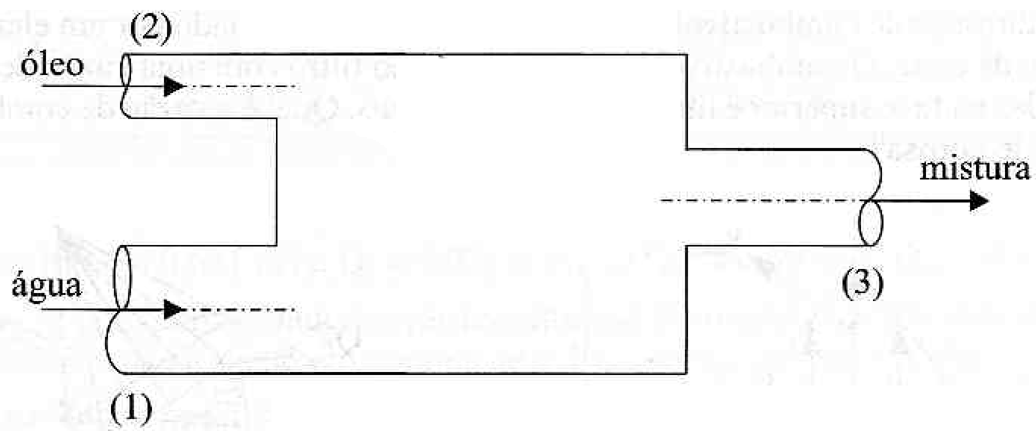



Vamos pensar agora nos sistemas com diversas entradas e diversas saídas e aplicamos a equação da conservação de massa.



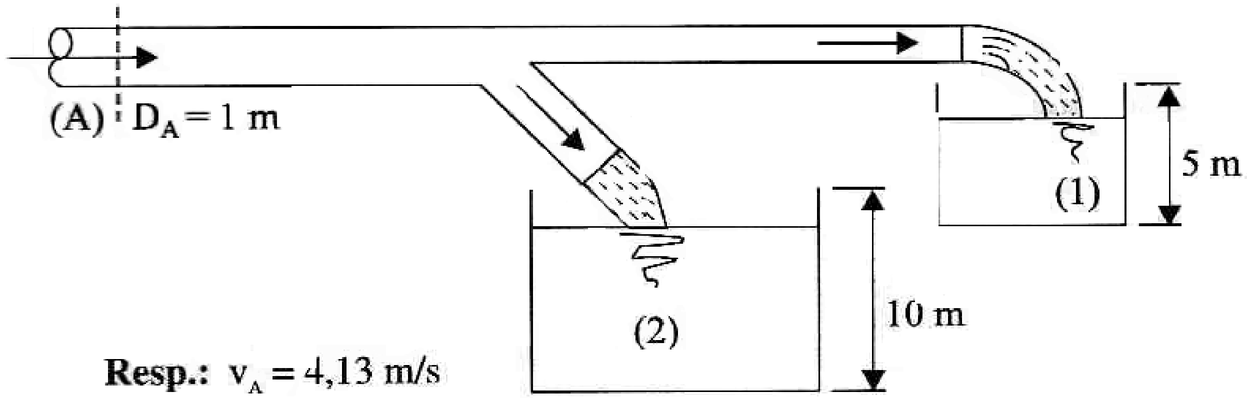
$$\sum_{entram} Q_m = \sum_{saem} Q_m$$
Para misturas homogêneas também consideramos:
$$\sum_{entram} Q = \sum_{saem} Q$$
Vamos aplicá-las em exercícios!

3.7 Um tubo admite água ($\rho = 1.000\ kg/m^3$) num reservatório com uma vazão de 20 L/s. No mesmo reservatório é trazido óleo ($\rho = 800\ kg/m^3$) por outro tubo com uma vazão de 10 L/s. A mistura homogênea formada é descarregada por um tubo cuja seção tem uma área de 30 cm^2. Determinar a massa específica da mistura no tubo de descarga e a velocidade da mesma.



Resp.: $\rho_3 = 933\ kg/m^3$; $v_3 = 10\ m/s$

3.9 Os reservatórios da figura são cúbicos. São enchidos pelos tubos, respectivamente, em 100 s e 500 s. Determinar a velocidade da água na seção (A), sabendo que o diâmetro do conduto nessa seção é 1 m.



Resp.: $v_A = 4{,}13$ m/s


A partir deste ponto, estudamos a equação de Bernoulli e para isto vamos lembrar do teorema de trabalho e energias, ou seja:
$W_{total} = \Delta E_{potencial} + \Delta E_{cinética}$

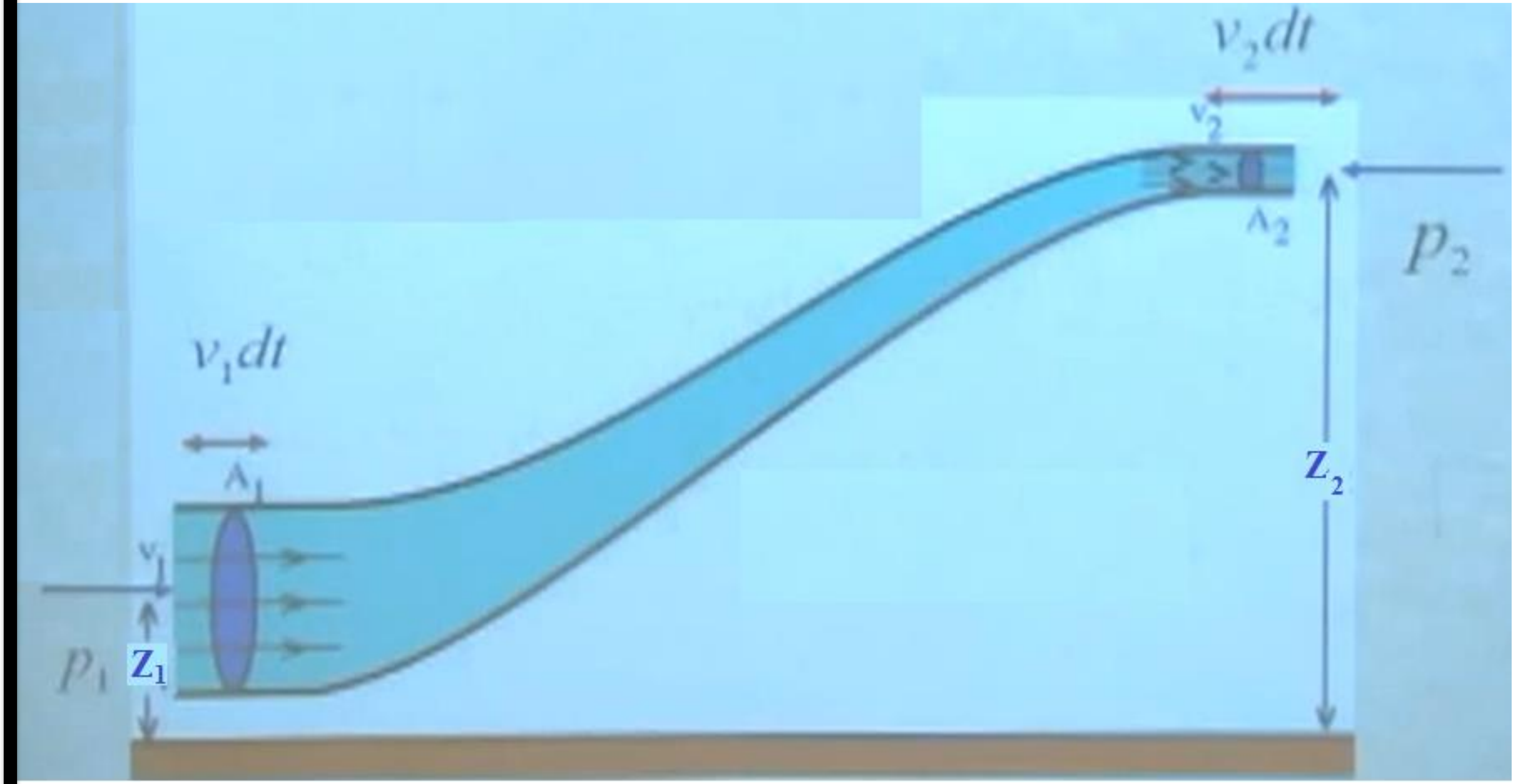

$\text{Trabalho} = \text{força} \times \text{deslocamento}$
$\text{força} = \text{pressão} \times \text{área} \Leftrightarrow \text{deslocamento} = \text{velocidade} \times dt$
$\text{energia} \cdot \text{potencial} = m \times g \times z$
$m = \rho \times V = \rho \times A \times v \times dt$
$\text{energia} \cdot \text{cinética} = \frac{1}{2} m \times v^2$

Considerando o trecho da instalação abaixo calculamos o trabalho total para mover o fluido no trecho abaixo:

$$W = \text{força} \times \text{deslocamento}$$

$$W_1 = (p_1 \times A_1) \times v_1 \times dt; W_2 = -(p_2 \times A_2) \times v_2 \times dt \therefore W_{total} = W_1 + W_2$$

$$v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 = v \times A = cte \therefore W_{total} = (p_1 - p_2) \times v \times A \times dt$$




Calculamos a variação da energia potencial e variação da energia cinética para aplicar os resultados na equação:
$W_{total} = \Delta E_{potencial} + \Delta E_{cinética}$

$$\Delta E_{potencial} = m \times g \times (z_2 - z_1) = \rho \times v \times A \times dt \times g \times (z_2 - z_1)$$

$$\Delta E_{cinética} = \frac{1}{2} \times m \times \left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2} \times \rho \times v \times A \times dt \times \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$(p_1 - p_2) \times v \times A \times dt = \rho \times v \times A \times dt \times g \times (z_2 - z_1) + \frac{1}{2} \times \rho \times v \times A \times dt \times \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$p_1 - p_2 = \rho \times g \times (z_2 - z_1) + \frac{1}{2} \times \rho \times \left(v_2^2 - v_1^2\right) \rightarrow (\div \rho \times g = \gamma)$$

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = z_2 - z_1 + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \therefore \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = H_1$$

$$\frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} = H_2$$

$$H = cte = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

Equação de Bernoulli