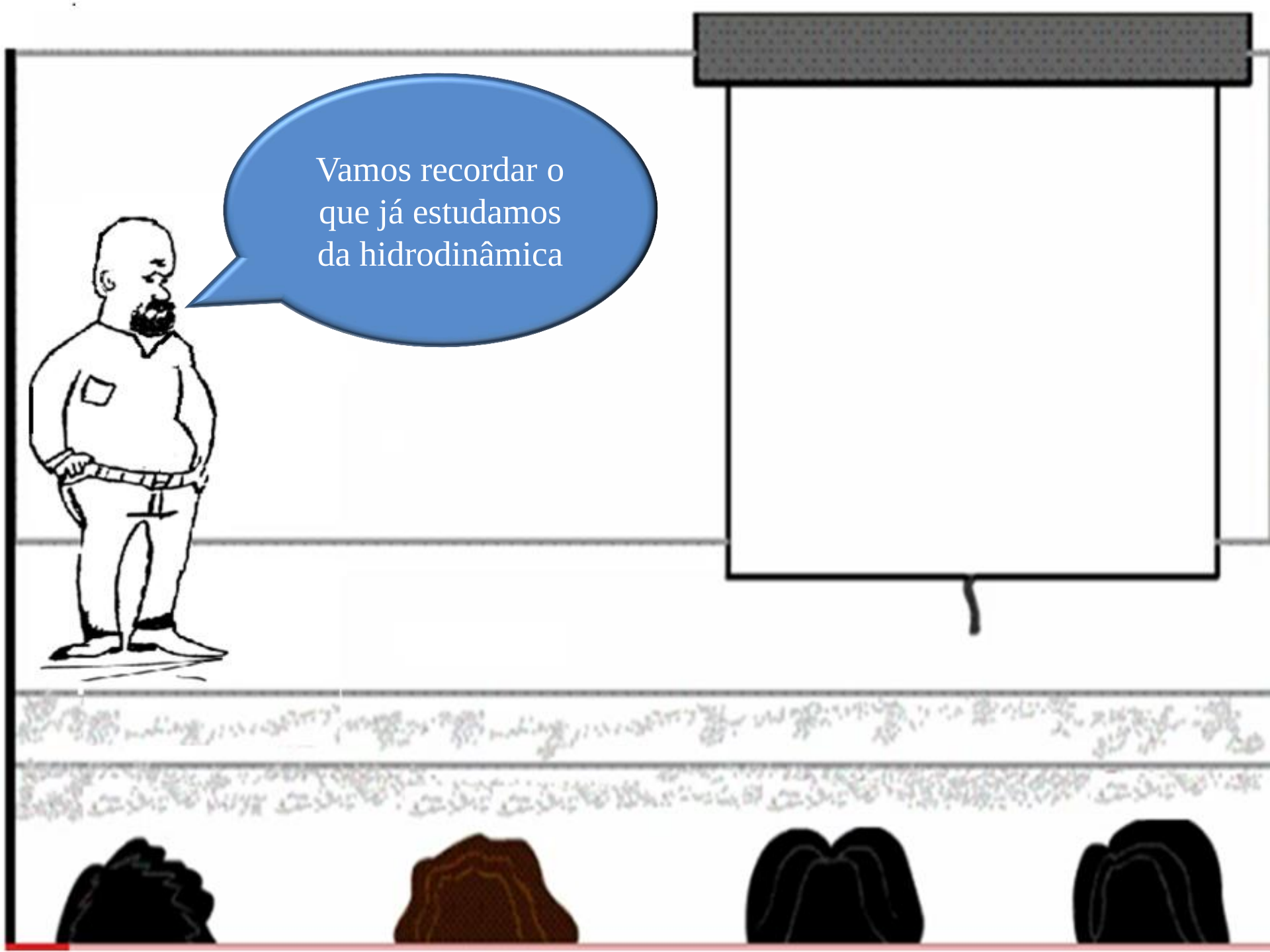


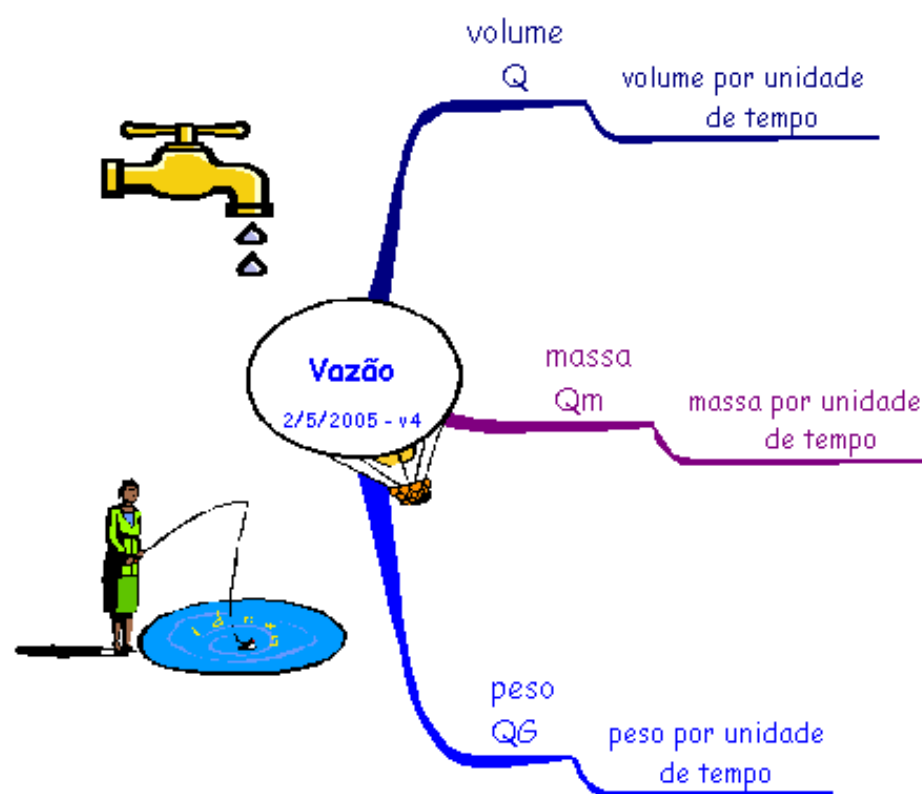
# Décima primeira aula de FT



Segundo semestre de 2014



Vamos recordar o  
que já estudamos  
da hidrodinâmica



$$Q = \frac{\text{Volume}}{\text{tempo}} = \frac{V}{t} \rightarrow Q_m = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} = \frac{m}{t} \rightarrow Q_G = \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} = \frac{G}{t}$$

$$Q_G = g \times Q_m = \rho \times g \times Q = \gamma \times Q \therefore Q_m = \rho \times Q$$

Equação da continuidade para um escoamento em regime permanente representa um balanço do fluxo de massa no “sistema” estudado

$$\sum_{\text{entram}} Q_m = \sum_{\text{saem}} Q_m$$

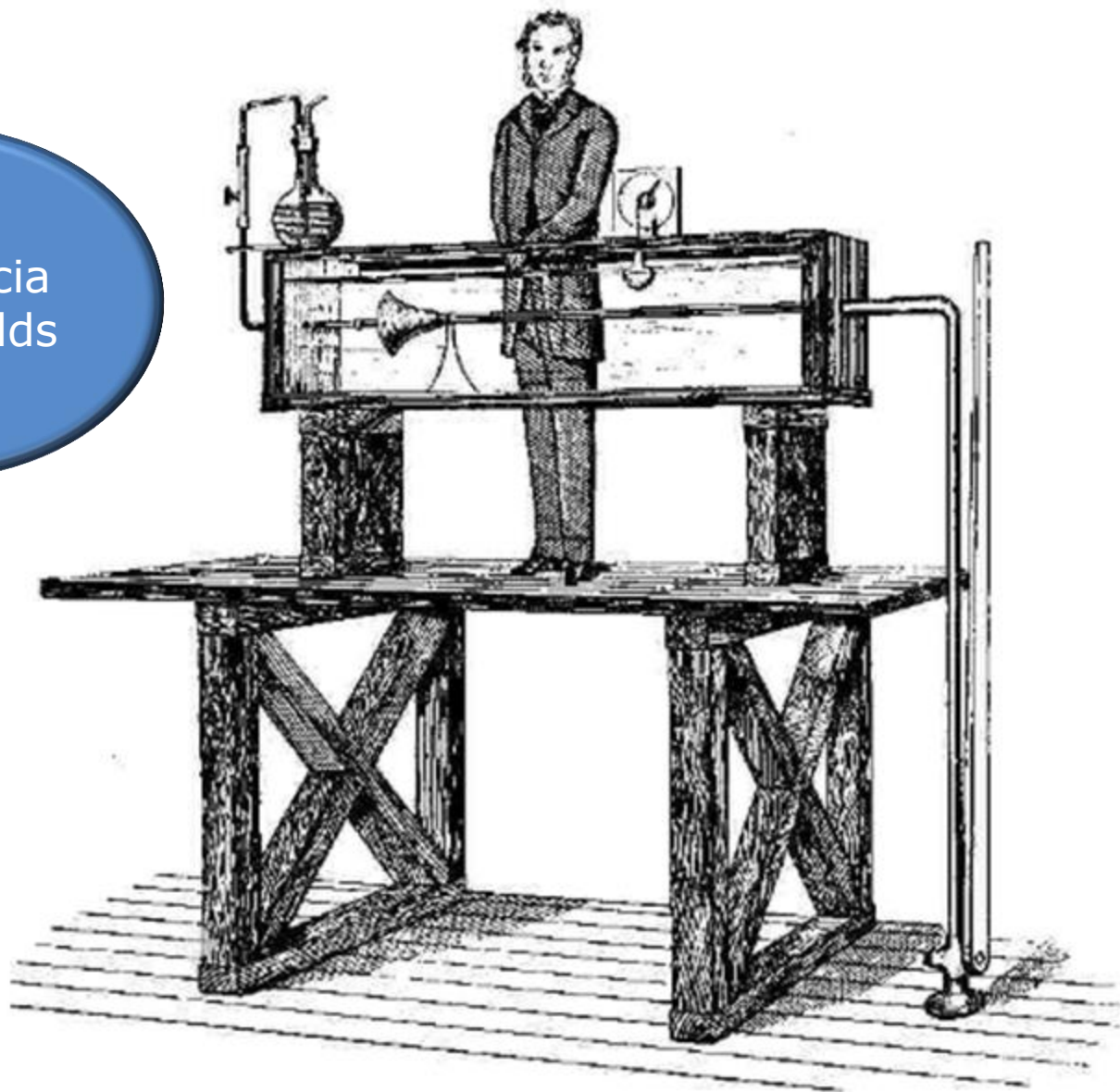
$$\sum_{\text{entram}} (\rho_{ei} \times v_{ei} \times A_{ei}) = \sum_{\text{saem}} (\rho_{si} \times v_{si} \times A_{si})$$

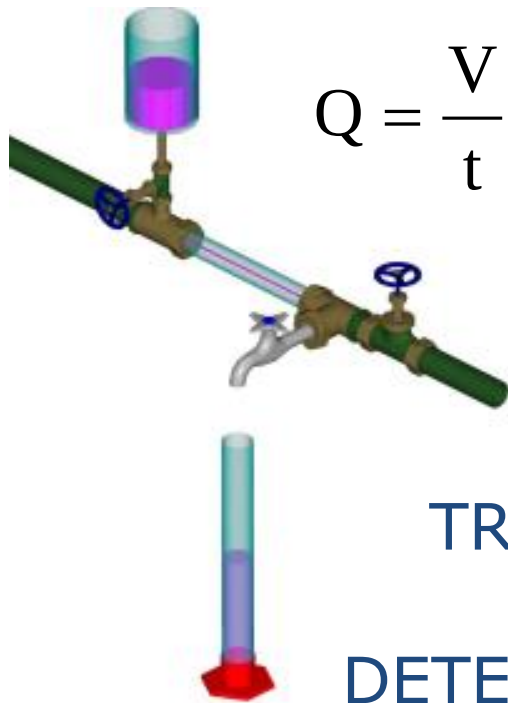
Se considerarmos um escoamento incompressível, em regime permanente e com apenas uma entrada e uma saída, temos:

$$Q_1 = Q_2 = Q = \text{cte}'$$

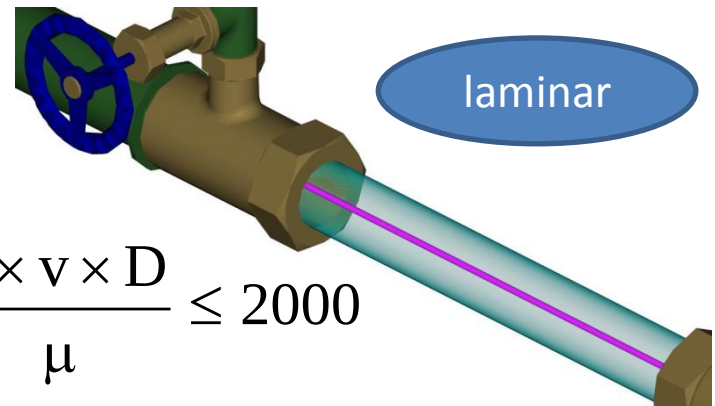
$$v_1 \times A_1 = A_2 = A = \text{cte}$$

Experiência  
de Reynolds



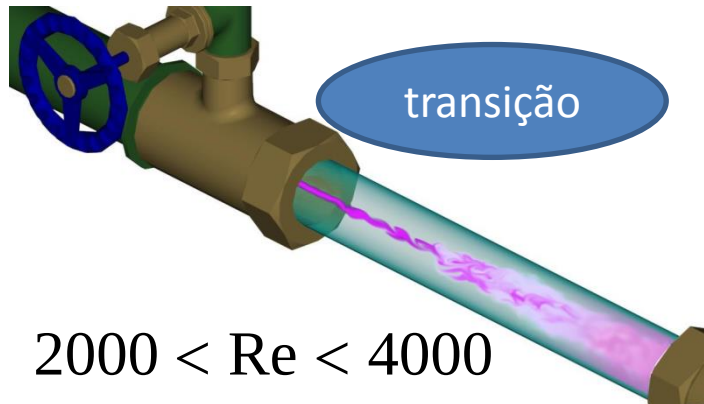


$$Q = \frac{V}{t} = v \times A$$

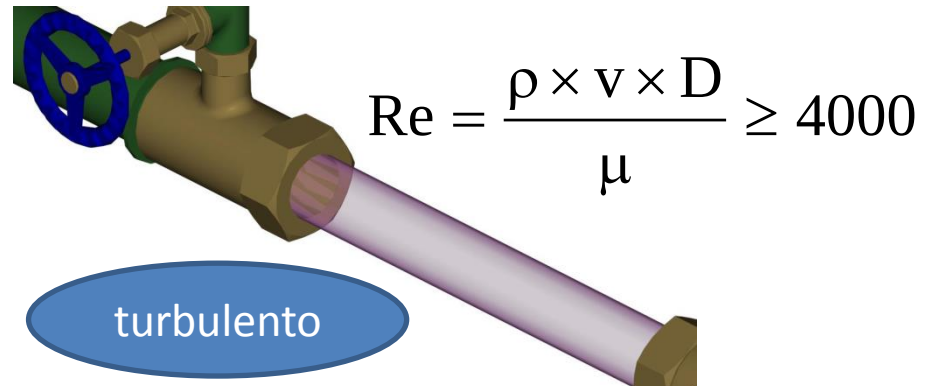


$$Re = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} \leq 2000$$

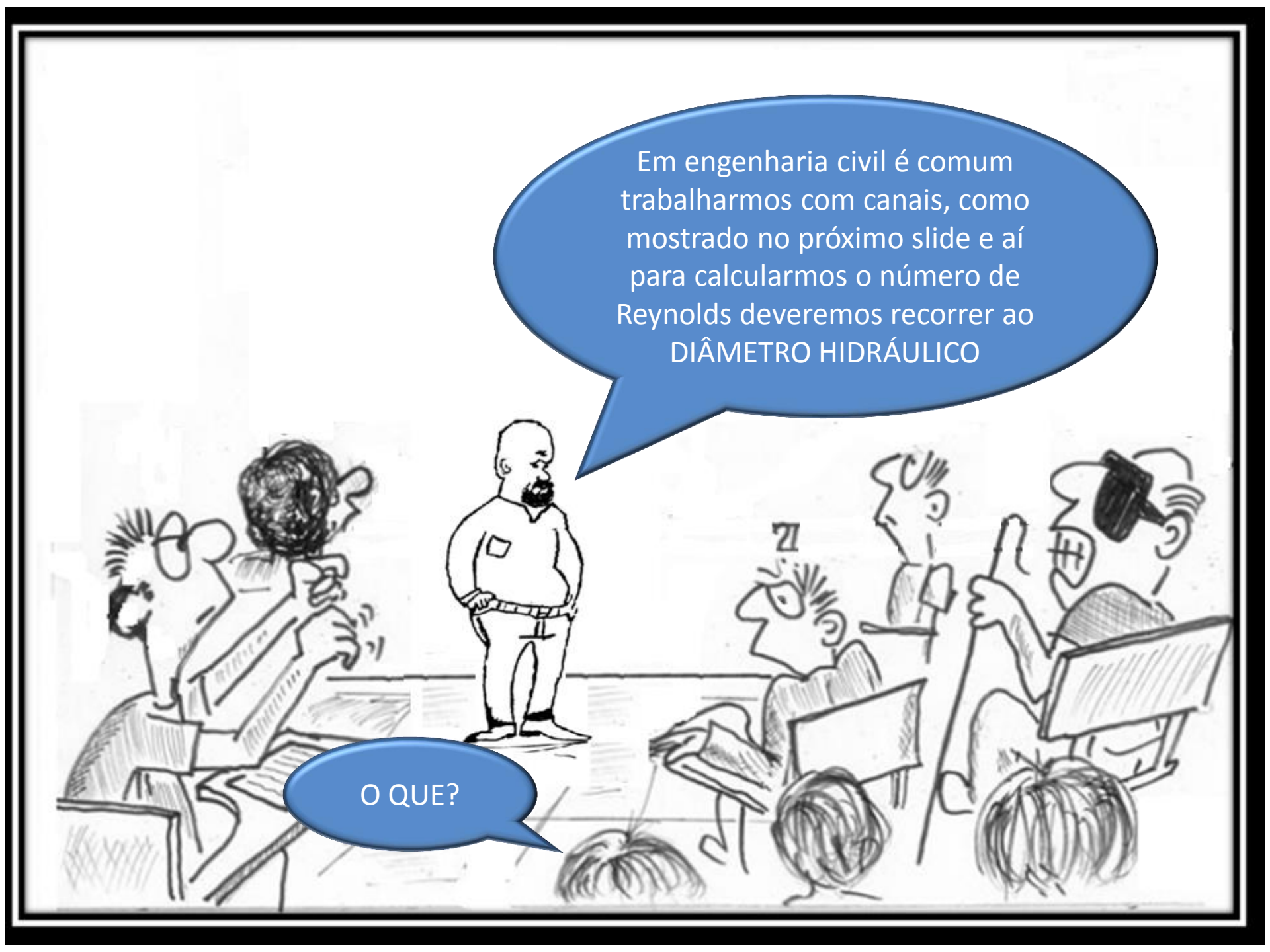
TRECHO ONDE OCORREM OS  
ESCOAMENTOS, ONDE  
DETERMINAMOS A VAZÃO E ONDE  
VISUALIZAMOS OS TIPOS DE  
ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEIS.



$$2000 < Re < 4000$$



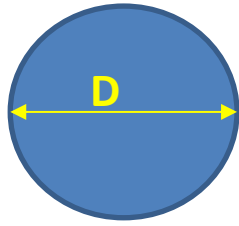
$$Re = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} \geq 4000$$



A black and white cartoon illustration of a lecture hall. A lecturer, a bald man with a beard wearing a white shirt and trousers, stands at the front with his hands on his hips. He is speaking into a large blue speech bubble. The audience consists of several students sitting at desks. On the left, a student with glasses is looking towards the lecturer. In the center, a student is looking down at a book. On the right, a student with glasses is looking up and pointing a finger. Another student in the foreground is looking down. A small blue speech bubble from one of the students contains the text 'O QUE?'. The entire scene is framed by a thick black border.

Em engenharia civil é comum  
trabalharmos com canais, como  
mostrado no próximo slide e aí  
para calcularmos o número de  
Reynolds deveremos recorrer ao  
DIÂMETRO HIDRÁULICO

O QUE?



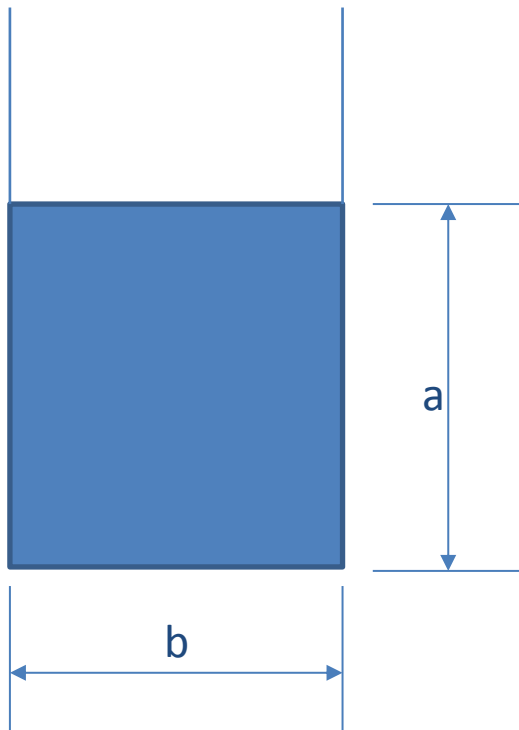
$$D_H = 4 \times \frac{\pi R^2}{2\pi R}$$

$$\therefore D_H = 2R = D$$

Diâmetro hidráulico foi definido para ao se considerar um conduto forçado (fluido em contato com toda a superfície interna) de seção transversal circular coincidir com o diâmetro interno, isto possibilitaria substituir em todas as fórmulas o diâmetro interno (D) pelo diâmetro hidráulico ( $D_H$ ).

$$D_H = 4 \times \frac{\text{área da seção formada pelo fluido}}{\text{perímetro molhado}} = 4 \times \frac{A}{\sigma}$$

$\sigma$  = formado pelo contato do fluido com parede sólida

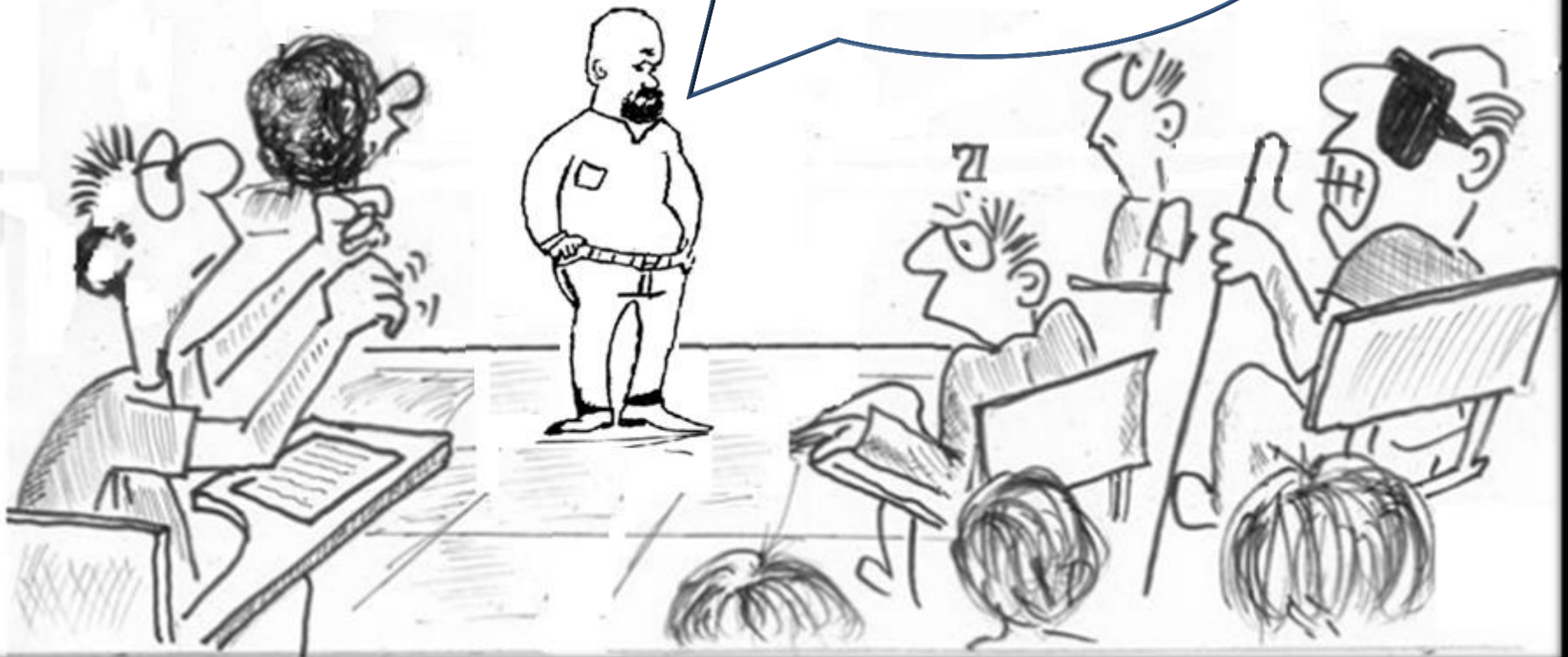


$$D_H = 4 \times \frac{a \times b}{2a + b}$$

**Importante:**

$$R_H = \text{raio hidráulico} = \frac{A}{\sigma}$$

$$\therefore R_H = \frac{D_H}{4}$$



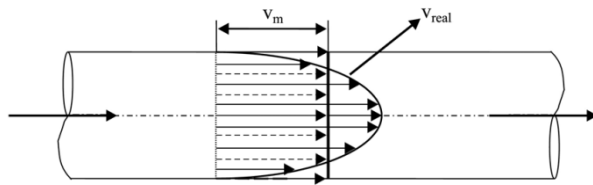
Vamos retomar a  
expressão  
importante para  
dimensionar tubos

$$Q = v \times A$$

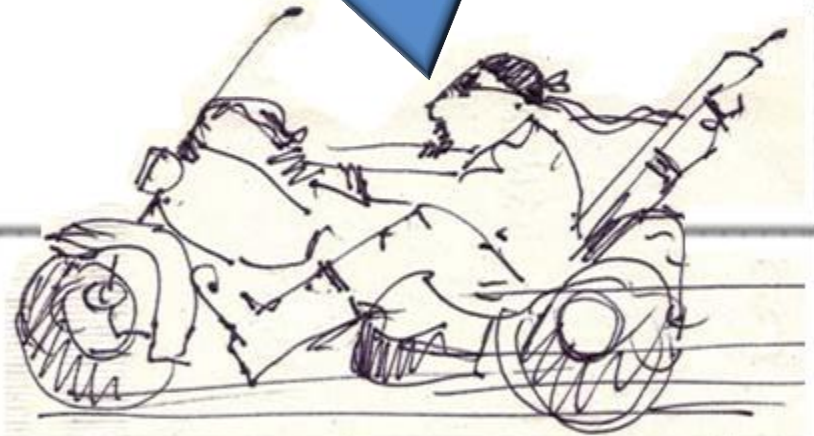


É aquela: o Alemão que vá?

Isto  
mesmo!



E isto pelo  
princípio de  
aderência não  
acontece!



A expressão anterior só é válida se a  
velocidade tiver uma distribuição  
uniforme na seção considerada.

Então é por isto que  
consideramos a  
velocidade média?

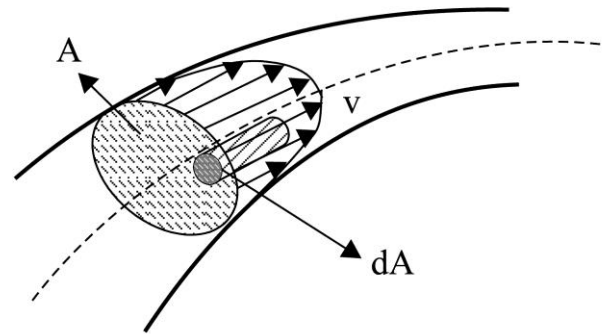


Sim!

E como obtemos a  
velocidade média?

Considera-se um  $dA$  onde se tem uma única  
velocidade o que possibilita escrever:

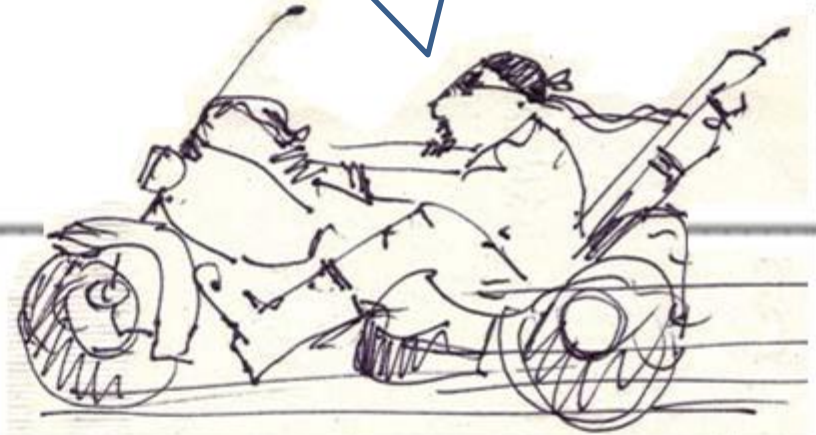
$$dQ = v \times dA$$



Basta integrar, o que  
resultará:

$$Q = \int_A \mathbf{v} \times d\mathbf{A}$$

Ok, mas como  
achar a vazão  
total?

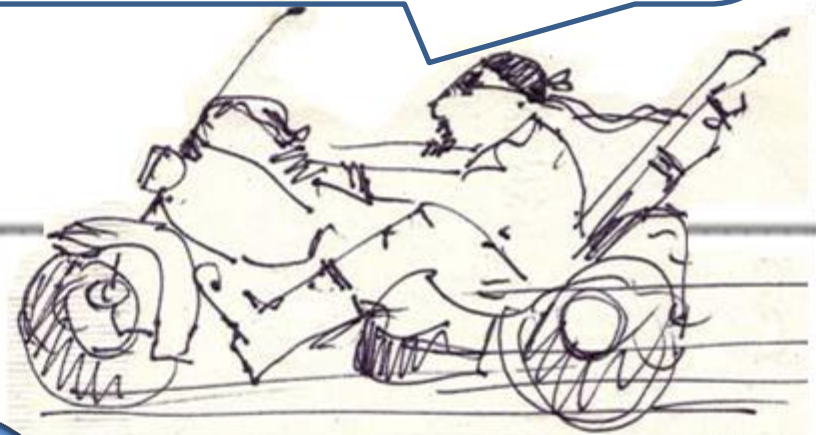


Sim, portanto:

$$Q = v_{\text{média}} \times A = \int_A v \times dA$$

$$\therefore v_{\text{média}} = \frac{1}{A} \times \int_A v \times dA$$

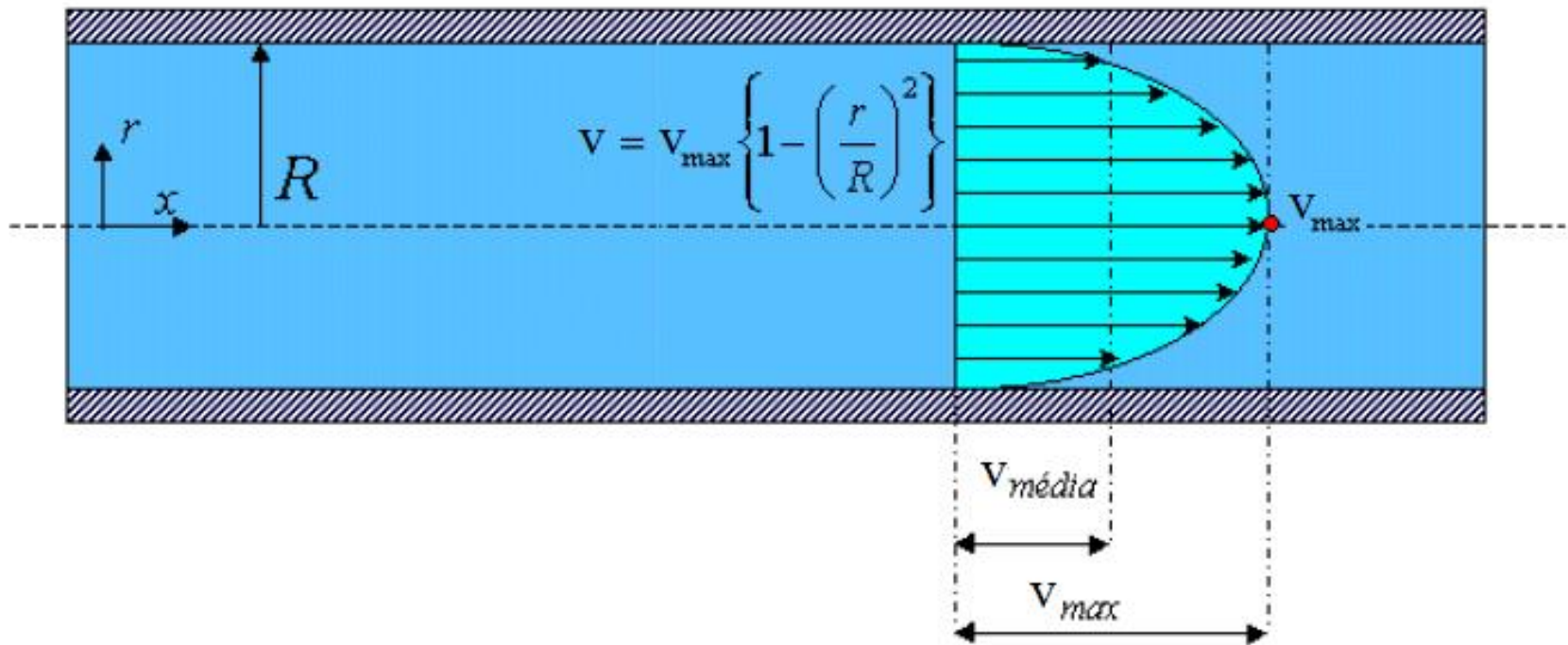
O cálculo da vazão tem  
que ser o mesmo nas  
duas expressões?



Vamos pensar em calcular  
a velocidade média para o  
escoamento laminar e  
turbulento.



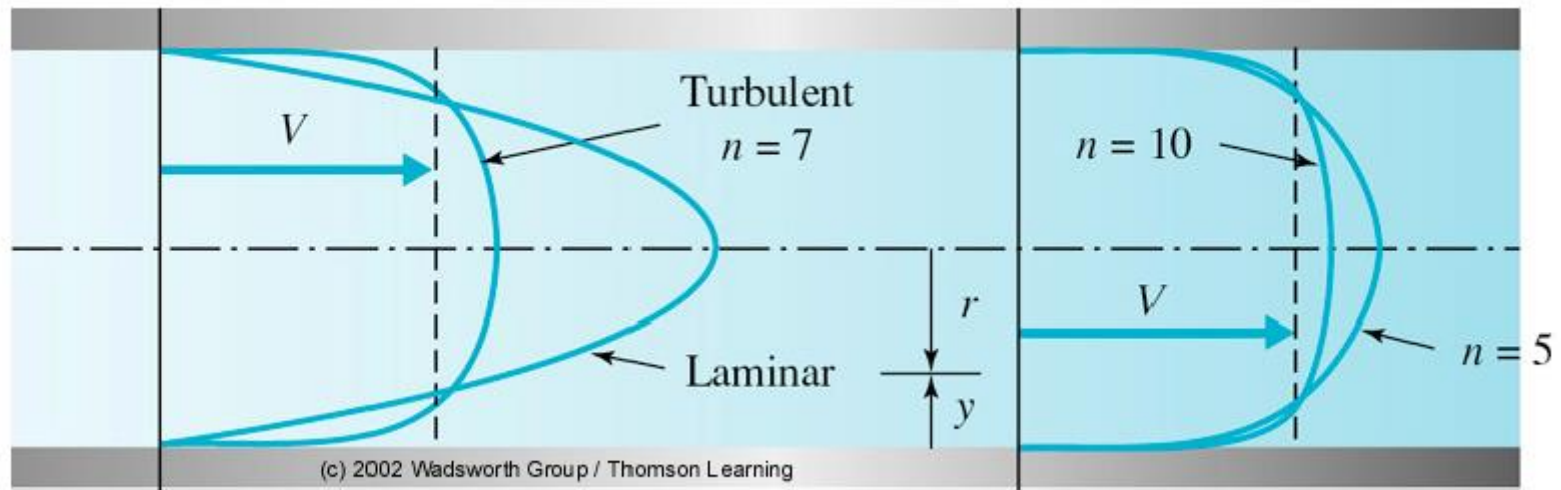
## Escoamento laminar em um conduto forçado de seção circular



$$V_{\text{média}} = \frac{1}{\pi \times R^2} \times \int_0^R \left[ V_{\max} \times \left( \frac{R^2 - r^2}{R^2} \right) \right] \times 2\pi \times r \times dr$$

$$V_{\text{média}} = \frac{V_{\text{máx}}}{2}$$

## Escoamento turbulento em um conduto forçado de seção circular



$$v = v_{\max} \times \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7}$$

$$v_{\text{média}} = \frac{1}{\pi \times R^2} \times \int_0^R \left[ v_{\max} \times \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7} \right] \times 2\pi \times r \times dr$$

$$v_{\text{média}} = \frac{49}{60} \times v_{\text{máx}}$$

# Exemplo:

Água escoa por um conduto principal que possui três ramais em derivação. O diâmetro do conduto principal é 4 cm e os das derivações são 5 cm, 3 cm e 2 cm, respectivamente  $d_2$ ,  $d_3$  e  $d_4$ . Sabe-se que os escoamentos nas derivações são todos turbulentos com velocidades  $v_{\text{máx}} = 0,40 \text{ m/s}$ , pede-se:

- a). a vazão e a vazão em massa no conduto principal;
- b). o tipo de escoamento no conduto principal;
- c). a velocidade máxima no conduto principal.

**Dados:**  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$  e que os condutos são todos forçados

Figura do exemplo anterior:

