Décima quarta aula de FT

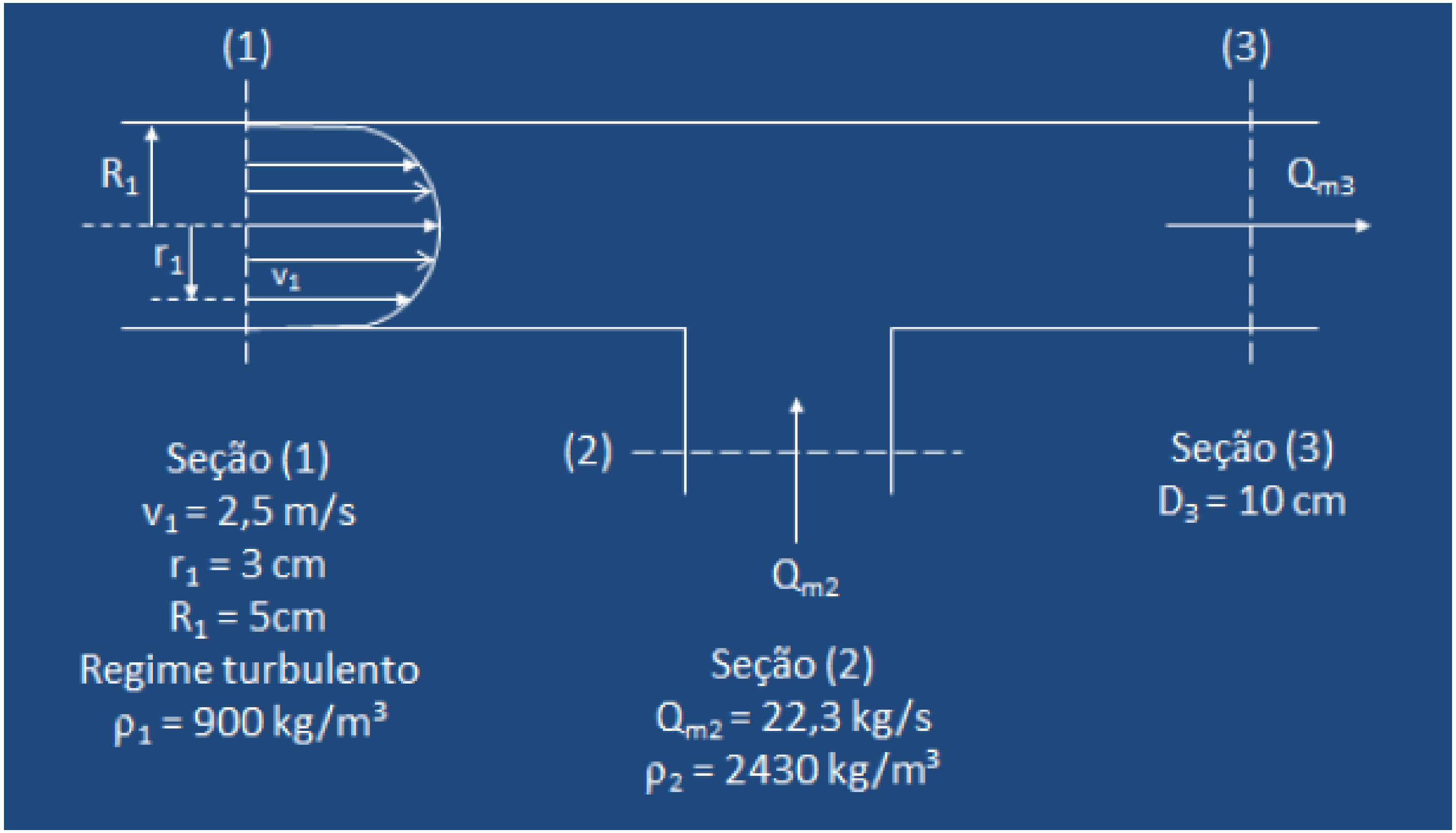
Segundo semestre de 2014

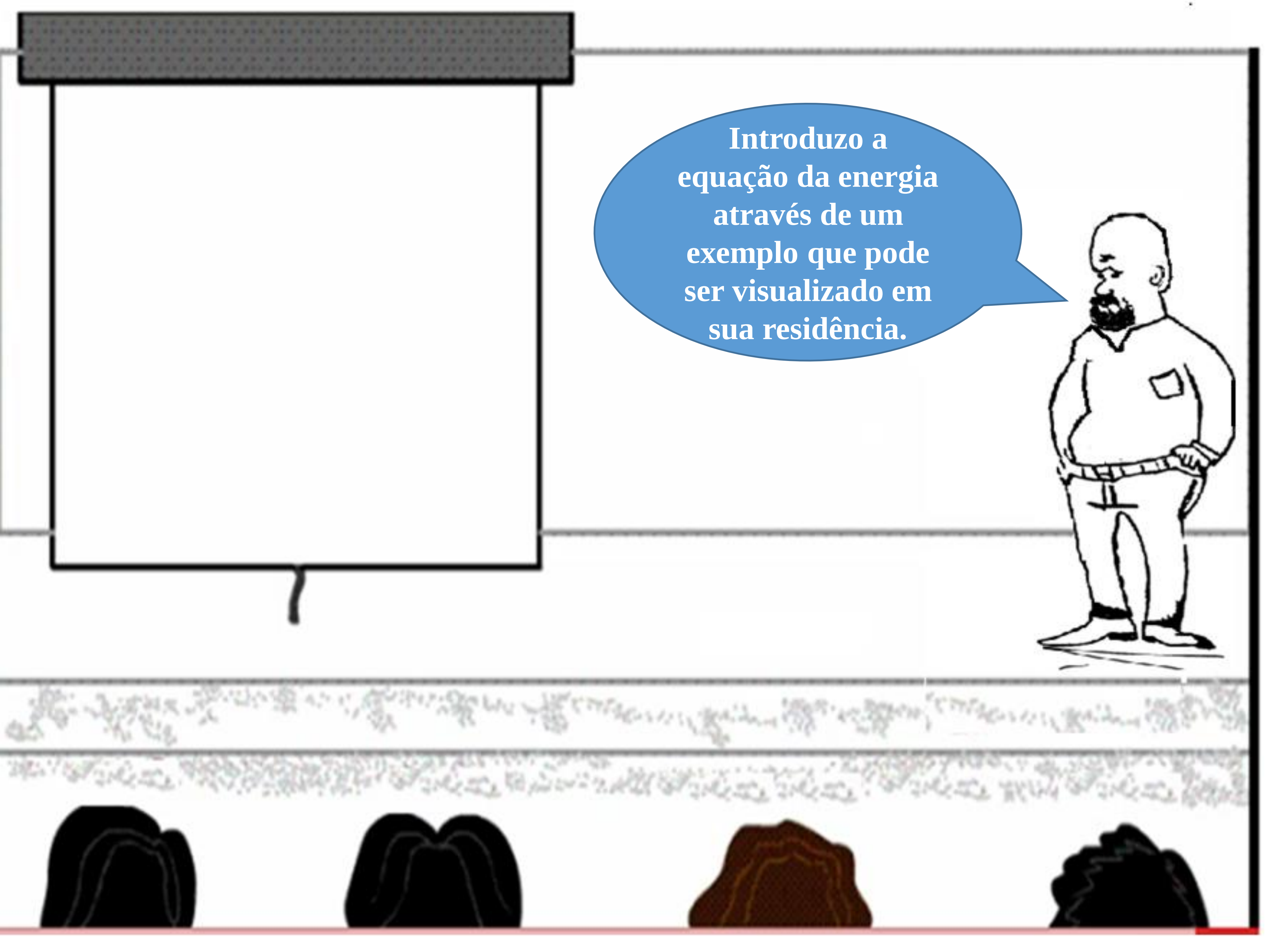

Vamos iniciar esta aula propondo um exercício

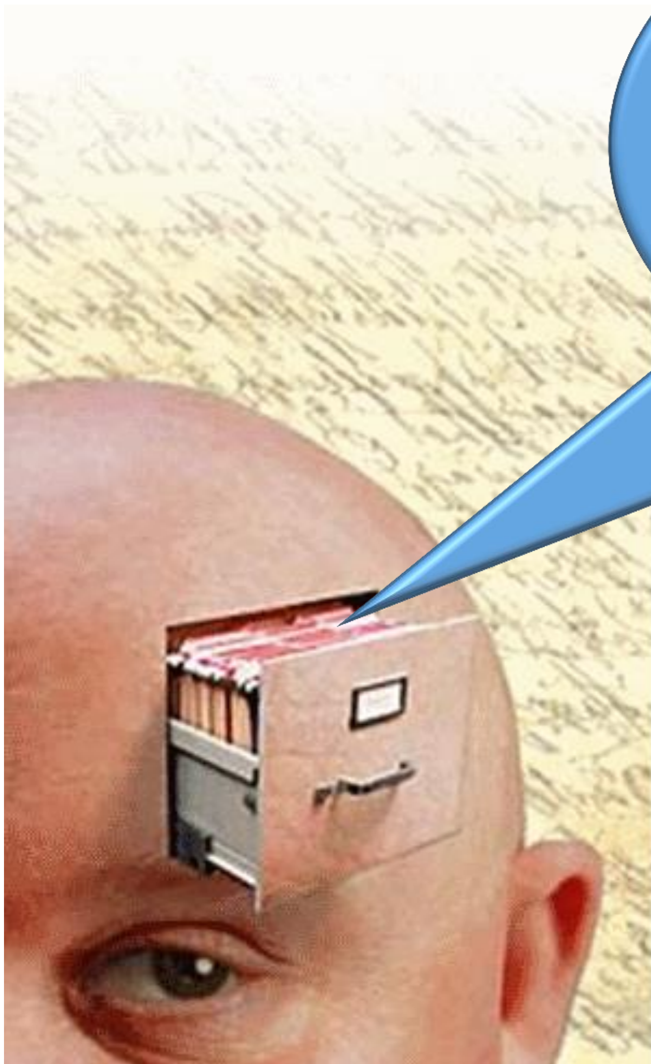
Na tubulação da figura, determinar:

a. a vazão em massa na seção (1);
b. a massa específica na seção (3).

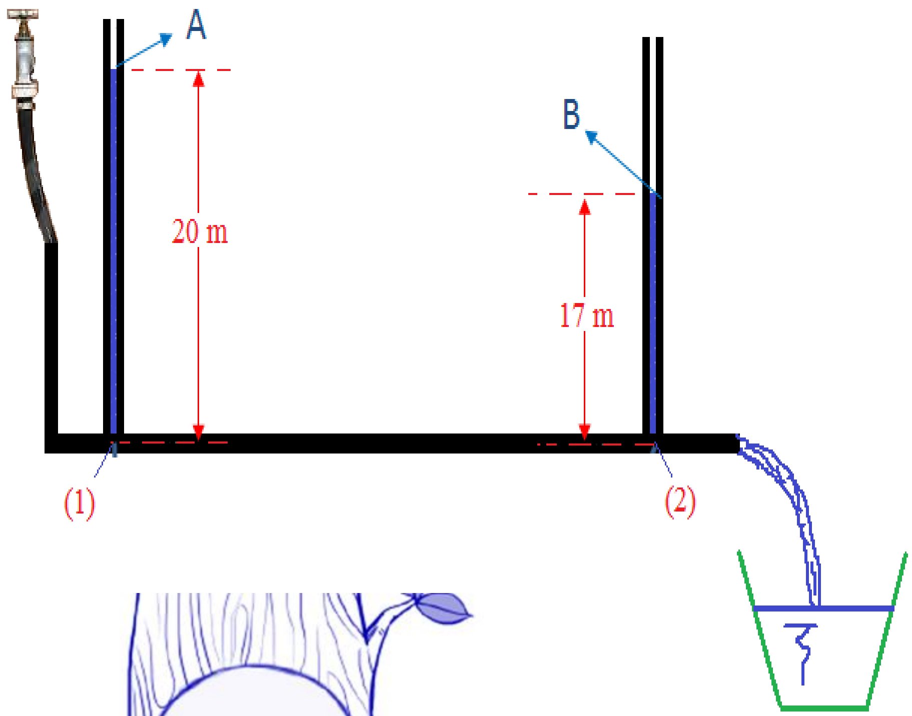
Considere a mistura homogênea



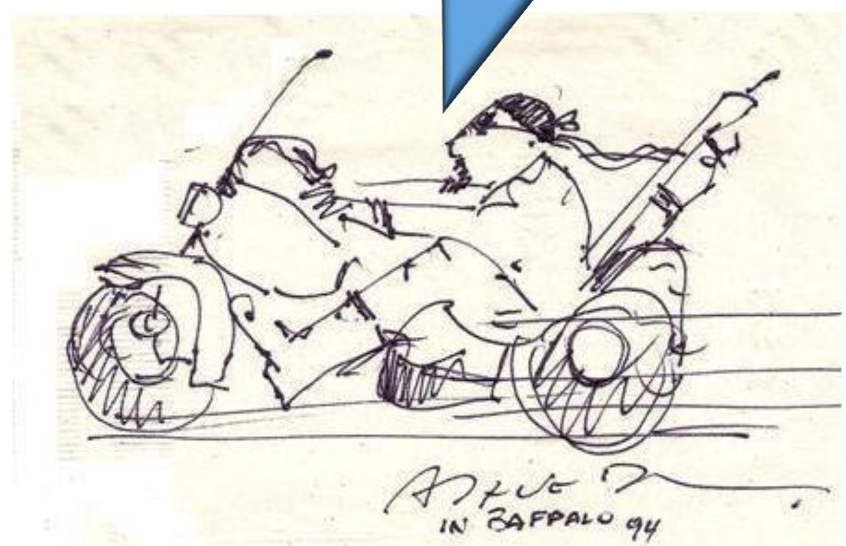

Introduzo a equação da energia através de um exemplo que pode ser visualizado em sua residência.

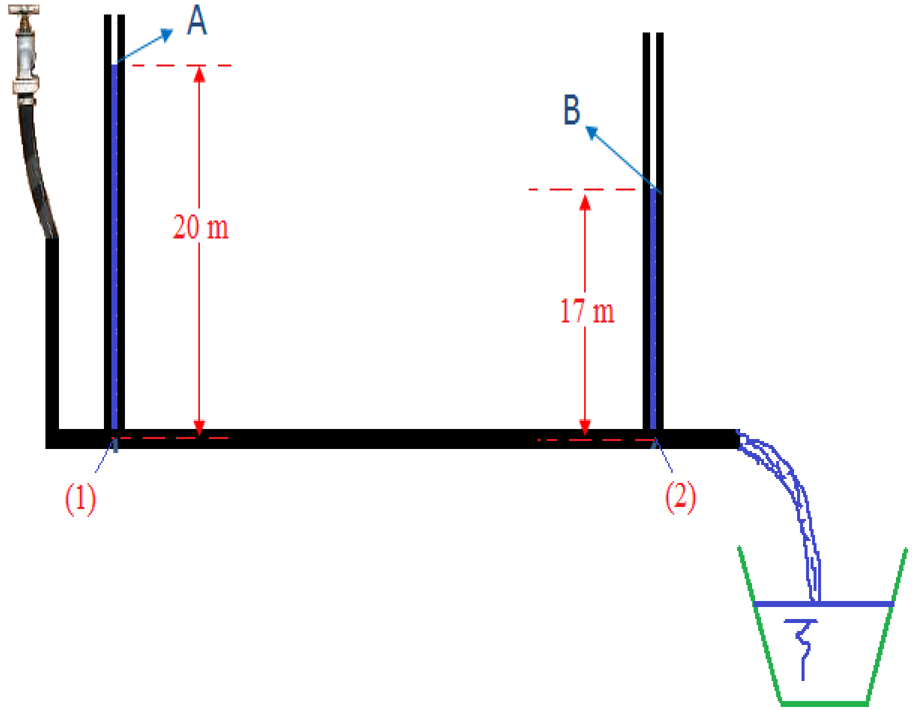


Vamos considerar uma mangueira de jardim que é alimentada por uma torneira com abertura fixa (Q = cte) e aonde propiciamos dois furos e em cada um deles instalamos um piezômetro (tubo de vidro graduado e que permite a leitura de carga de pressão , ou seja, p/γ) .



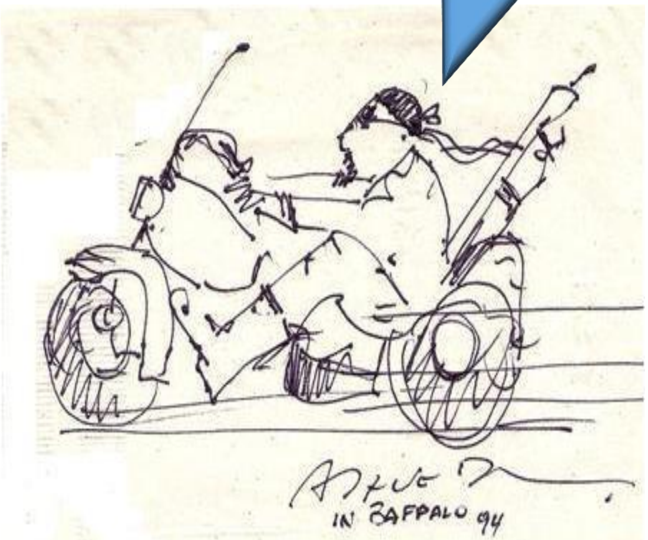
Considere o trecho da instalação aonde coletamos um volume V (20L) em um certo tempo (10s)

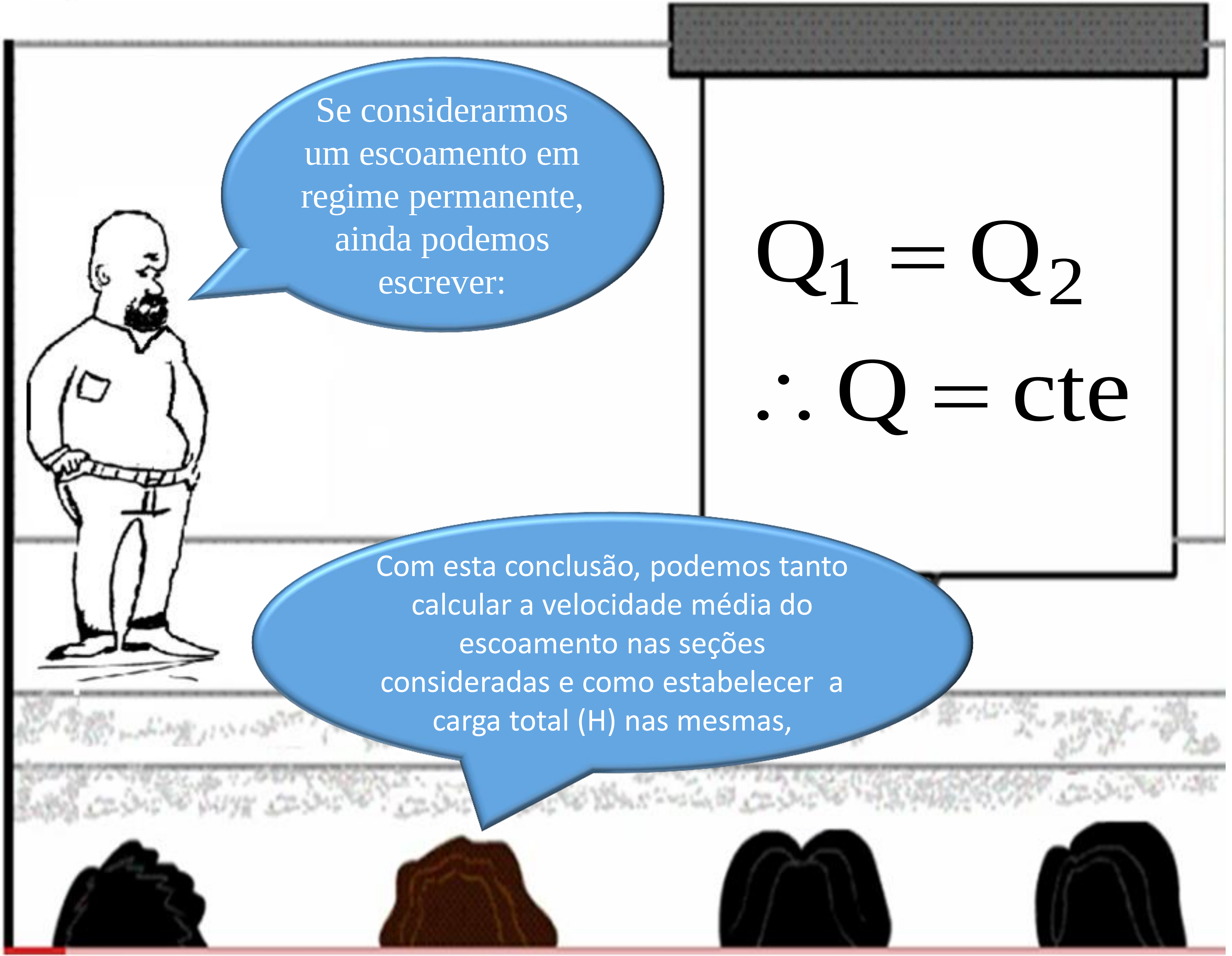




E calculamos a vazão do escoamento de forma direta

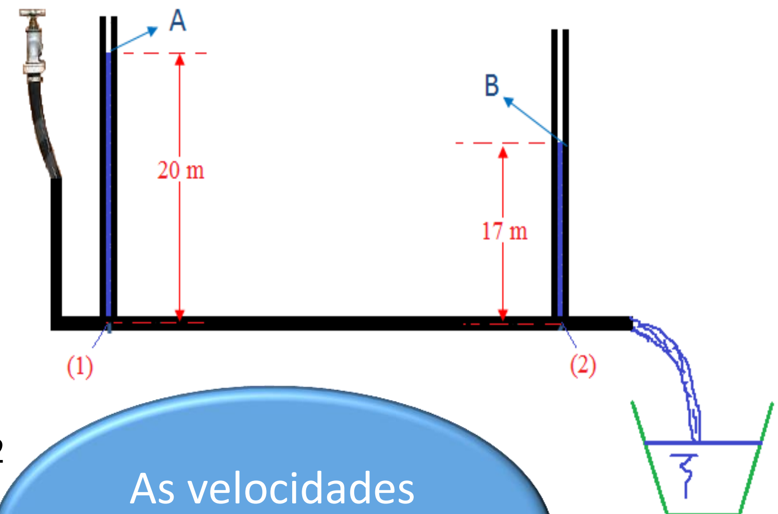
$$Q = \frac{V}{t} = \frac{20}{10} = 2\,\frac{L}{s}$$




Se considerarmos um escoamento em regime permanente, ainda podemos escrever:
$Q_1 = Q_2$
$\therefore Q = cte$
Com esta conclusão, podemos tanto calcular a velocidade média do escoamento nas seções consideradas e como estabelecer a carga total (H) nas mesmas,

Exatamente, podemos determiner a carga total em cada uma das seções fixadas na mangueira e para isto supomos que a mesma tenha um diâmetro interno igual a 50 mm

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$



$$Q = 2\frac{L}{s} = 2\times10^{-3}\frac{m^3}{s} = v\times A$$

$$A = \frac{\pi\times D^2}{4} = \frac{\pi\times 0{,}05^2}{4}$$

$$v = \frac{4\times2\times10^{-3}}{\pi\times0{,}05^2} \cong 1{,}02\frac{m}{s} = v_1 = v_2$$

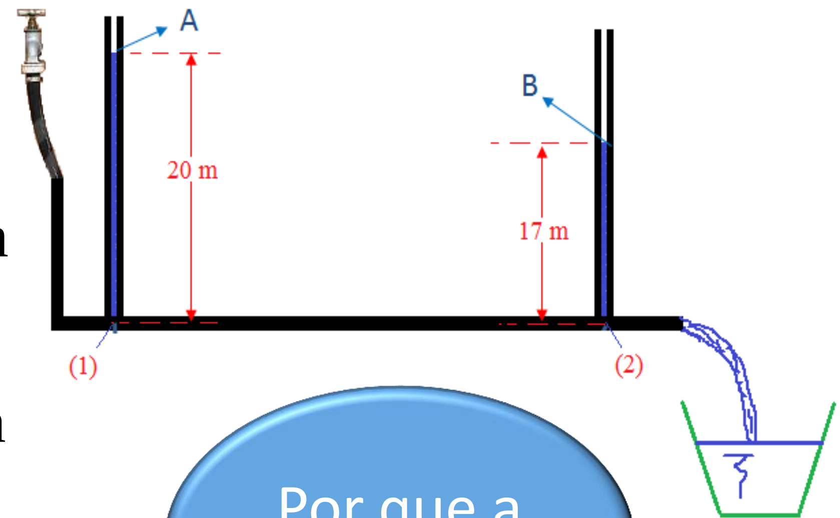
As velocidades são iguais porque a Q é constante!

Isto mesmo e adotando o plano horizontal de referência no eixo da mangueira, temos:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

$$H_1 = 0 + 20 + \frac{1{,}02^2}{2 \times 9{,}8} \cong 20{,}1\text{m}$$

$$H_2 = 0 + 17 + \frac{1{,}02^2}{2 \times 9{,}8} \cong 17{,}1\text{m}$$

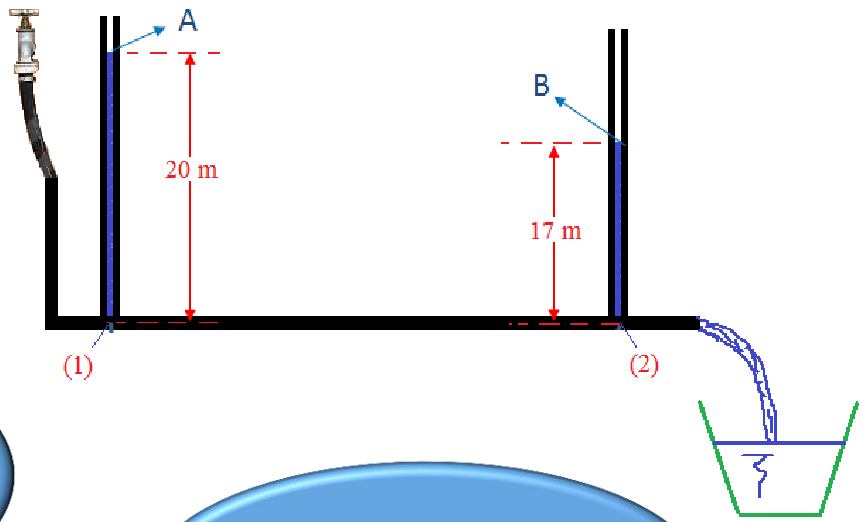


Por que a diferença?

Primeiro para ter o Escoamento, pois em um trecho sem máquina hidráulica o fluido sempre escoa da carga maior para a carga menor!

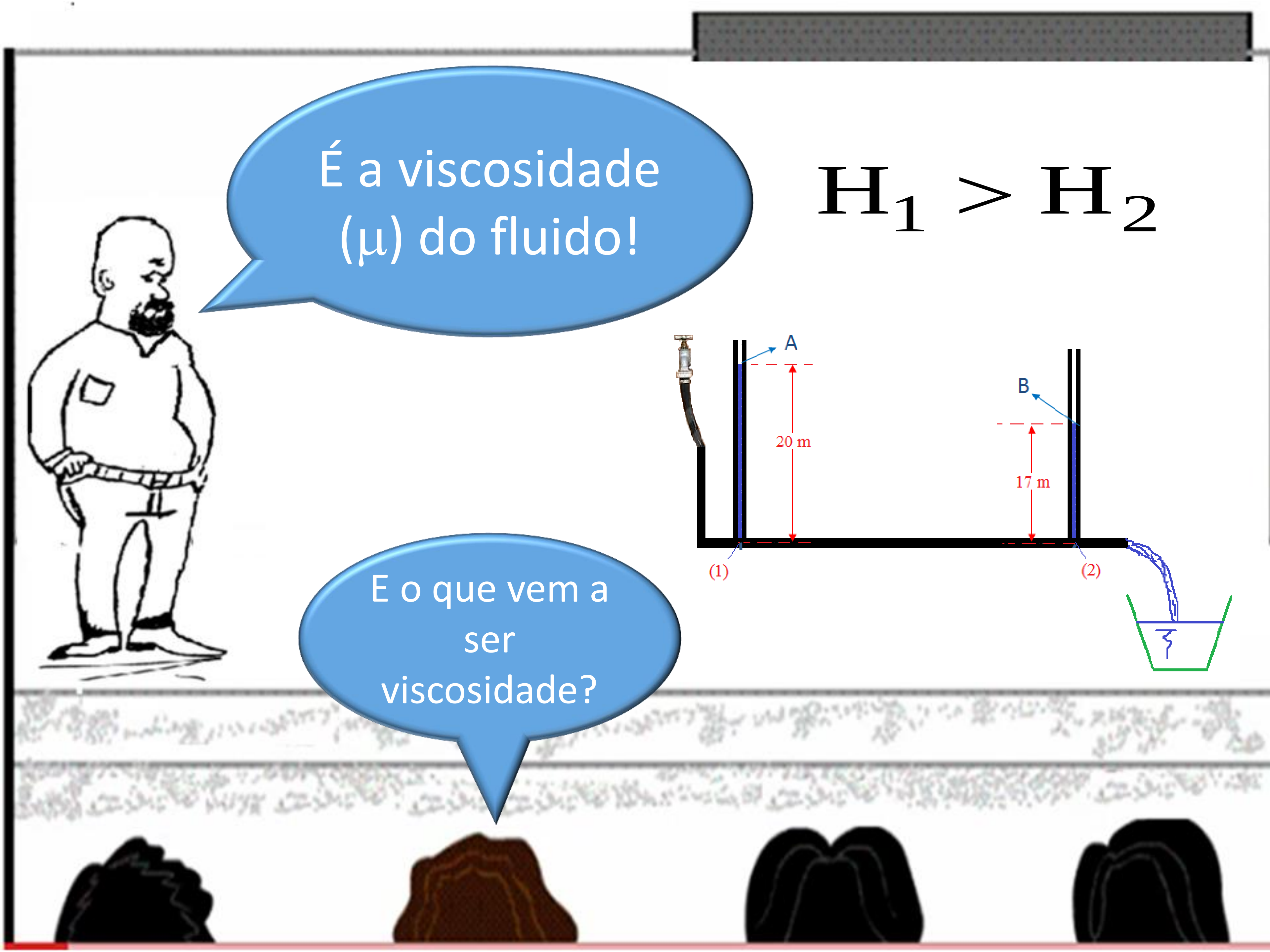
$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

$$H_1 > H_2$$

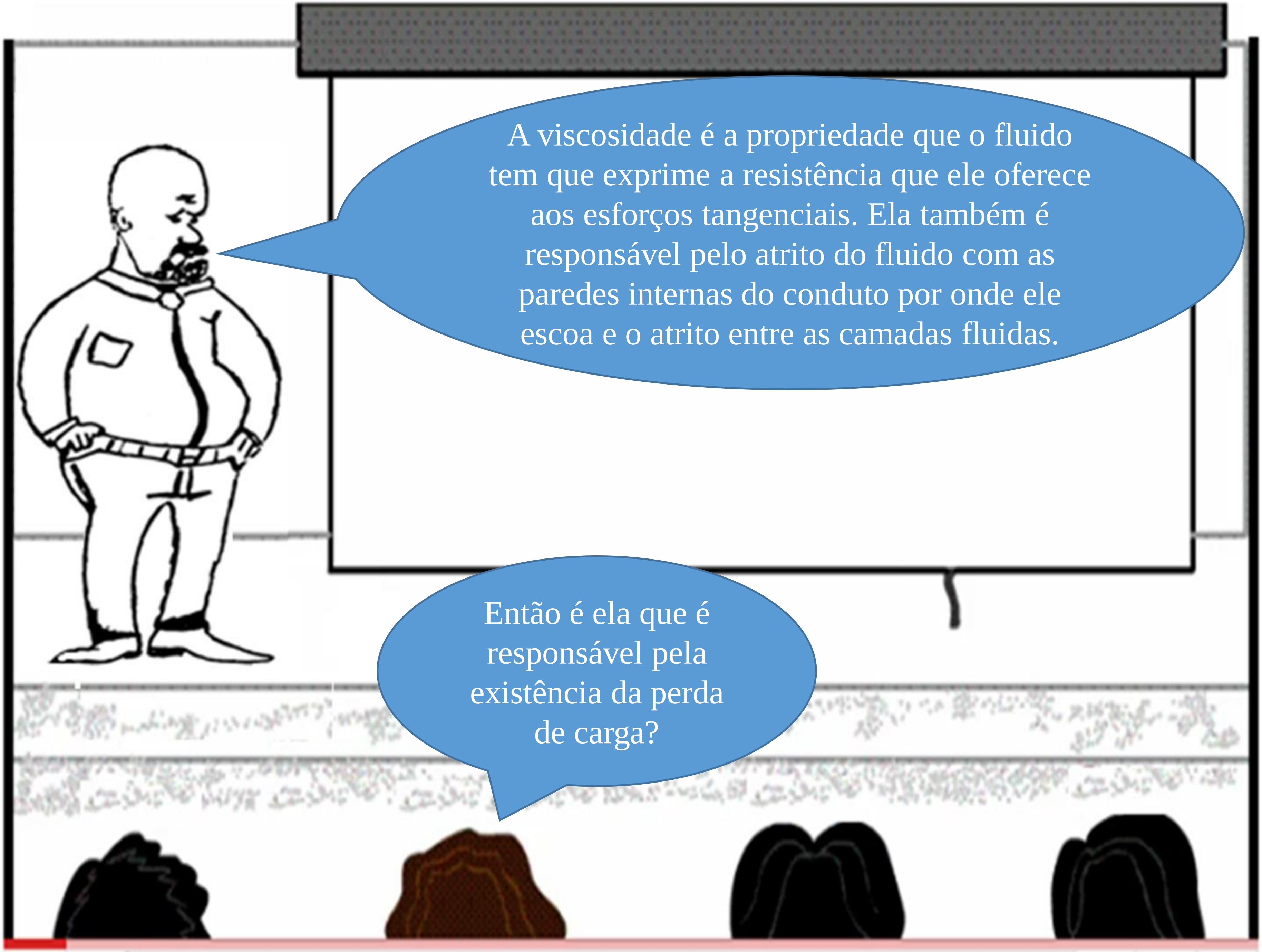


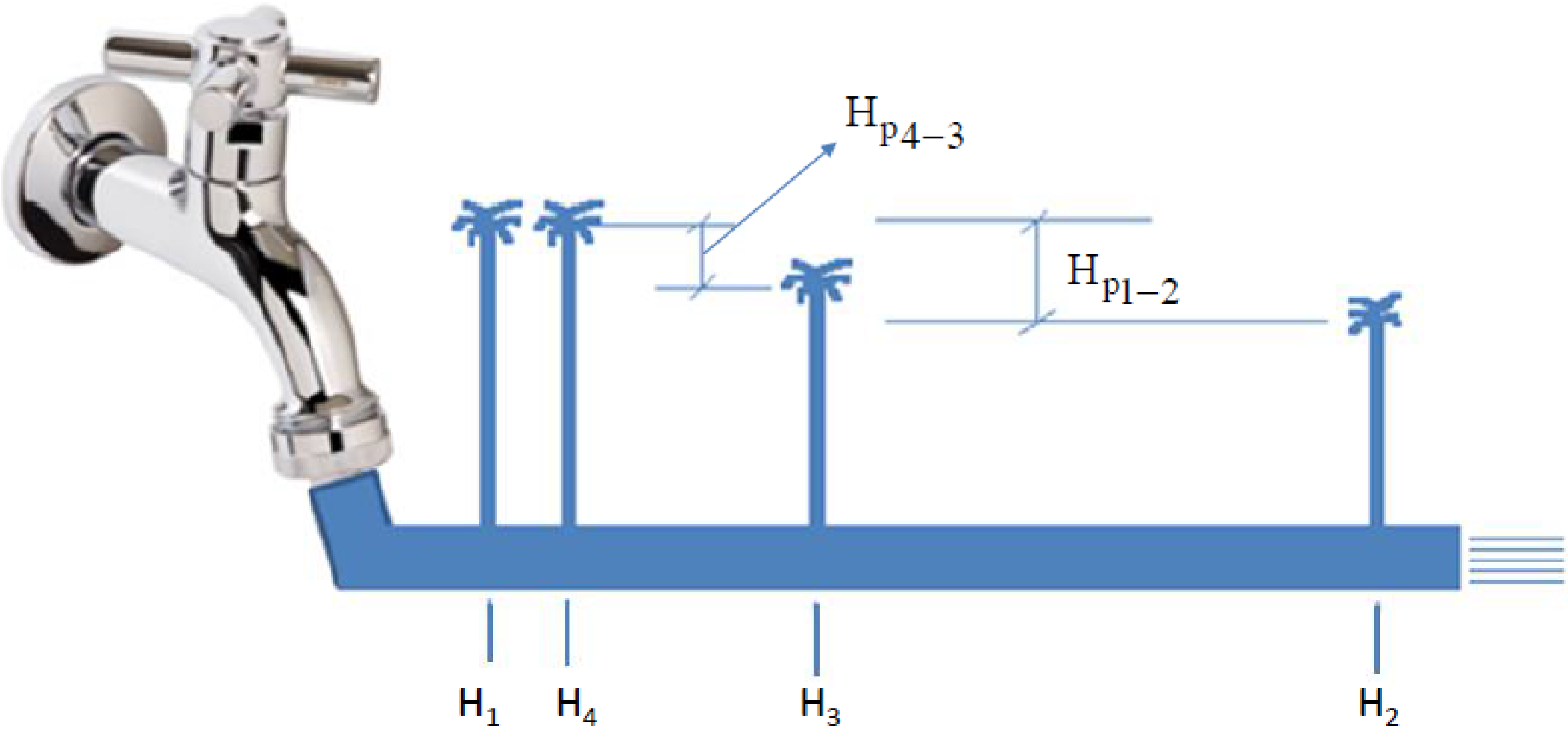
O fluido escoa da seção 1 para a seção 2.

E o que origina esta diferença?


É a viscosidade
(μ) do fluido!
$H_1 > H_2$
A
B
20 m
17 m
(1)
(2)
E o que vem a
ser
viscosidade?


Vou buscar o conceito de viscosidade!


A viscosidade é a propriedade que o fluido tem que exprime a resistência que ele oferece aos esforços tangenciais. Ela também é responsável pelo atrito do fluido com as paredes internas do conduto por onde ele escoa e o atrito entre as camadas fluidas.
Então é ela que é responsável pela existência da perda de carga?



$$H_1 \cong H_4 > H_3 > H_2 \Rightarrow H_1 - H_2 = H_{p1-2} \therefore H_1 = H_2 + H_{p1-2}$$

$$H_1 - H_3 = H_{p1-3} \therefore H_1 = H_3 + H_{p1-3}$$

$$H_1 - H_4 = 0 \therefore H_1 = H_4$$

$$H_{inicial} = H_{final} + H_{pi-f}$$

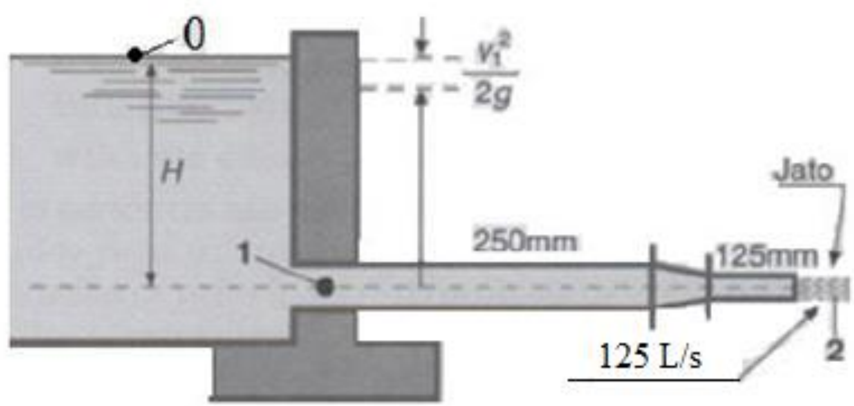
Síntese do que estudamos


Proponho alguns exercícios

2. De uma pequena barragem, parte uma canalização de 250 mm de diâmetro interno, com poucos metros de extensão, havendo depois uma redução para 125 mm; do tubo de 125 mm, a água passa para a atmosfera sob forma de jato. A vazão foi medida e encontrando-se 125 L/s. Sabendo que a perda de carga total é aproximadamente igual a 2,7 m, pede-se calcular:

   a. a altura H de água na barragem;
   b. a pressão na seção 1 nas escalas efetiva e absoluta, sabendo que v_1 não é nula e que a perda de carga de 0 a 1 é igual a 0,93m;
   c. a potência bruta do jato.

Dados: peso específico da água igual a 9800 kg/m³ e pressão atmosférica local igual a 95200 N/m².



a) $\rightarrow H_0 = H_2 + H_{p_{total}}$

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + H_{p_{total}}$$

PHR adotado no eixo passando por 1 :

$$H + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{v_2^2}{2 \times 9{,}8} + 2{,}7$$

$$Q = v_2 \times A_2 \Rightarrow 125 \times 10^{-3} = v_2 \times \frac{\pi \times 0{,}125^2}{4}$$

$$v_2 = \frac{4 \times 125 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}125^2} \cong 10{,}2 \frac{m}{s}$$

$$H = \frac{10{,}2^2}{19{,}6} + 2{,}7 \cong 8m$$

$$b) \Rightarrow H_0 = H_1 + H_{p_{0-1}}$$

mesmo PHR, resulta :

$$8 = 0 + \frac{p_1}{9800} + \frac{v_1^2}{19.6} + 0{,}93$$

$$Q = v_1 \times A_1 \therefore 125 \times 10^{-3} = v_1 \times \frac{\pi \times 0{,}25^2}{4}$$

$$v_1 = \frac{4 \times 125 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}25^2} \approx 2{,}55 \frac{m}{s}$$

$$\frac{p_1}{9800} = 8 - \frac{2{,}55^2}{19{,}6} - 0{,}93 \therefore p_1 = 9800 \times \left(8 - \frac{2{,}55^2}{19{,}6} - 0{,}93 \right)$$

$$p_1 \cong 66043{,}7 \frac{N}{m^2} = 66043{,}7 Pa$$

c) A potência bruta do jato que será representada por N_2

$$H_2 = \frac{\text{energia total em 2}}{\text{peso}} = \frac{E_{T2}}{G} \therefore E_{T2} = G \times H_2$$

Dividindo ambos os membros pelo tempo, resulta :

$$\frac{E_{T2}}{t} = \frac{G \times H_2}{t}$$

$$\frac{E_{T2}}{t} \rightarrow N_2$$

$$\frac{G \times H_2}{t} = \frac{G}{t} \times H_2 \rightarrow \frac{G}{t} = \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} = \text{definição de vazão em peso}(Q_G)$$

$$\therefore N_2 = Q_G \times H_2 = Q_G \times \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \right)$$

$$Q_G = \frac{G}{t} = g \times \frac{m}{t} \rightarrow \frac{m}{t} = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} = \text{definição de vazão em massa}(Q_m)$$

$$\therefore Q_G = g \times Q_m = g \times \frac{m}{t}$$

Por outro lado, evocando o conceito de massa específica, temos:

$$\rho = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} = \frac{m}{V} \therefore m = \rho \times V$$

$$Q_G = g \times Q_m = g \times \frac{m}{t} = g \times \rho \times \frac{V}{t} = \gamma \times Q$$

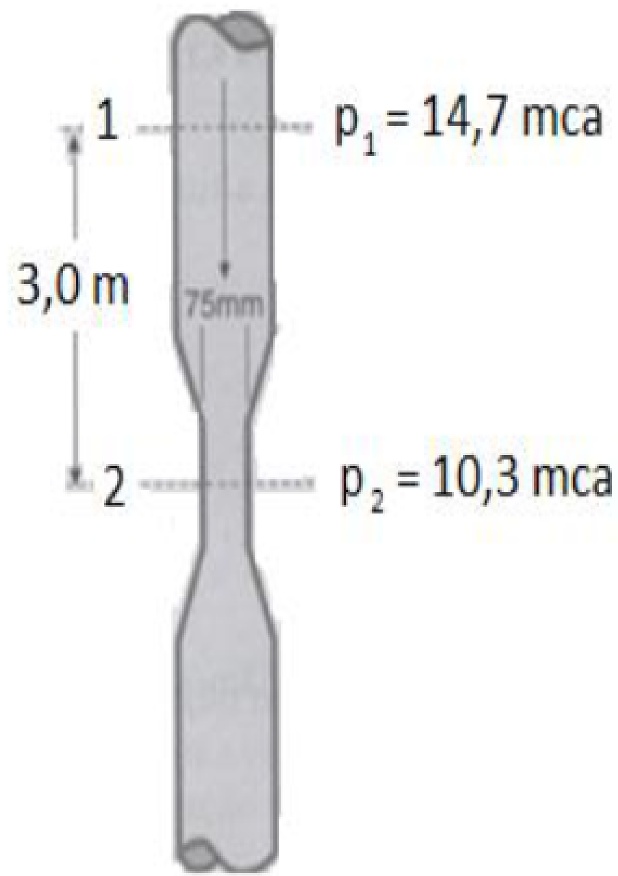
$$\therefore N_2 = \gamma \times Q \times H_2 = \gamma \times Q \times \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \right)$$

$$N_2 = 9800 \times 125 \times 10^{-3} \times \left(0 + 0 + \frac{10{,}2^2}{19{,}6} \right)$$

$$[N_2] = \left[\frac{N}{m^3} \right] \times \left[\frac{m^3}{s} \right] \times [m] = \frac{N \times m}{s} = \frac{J}{s} = W$$

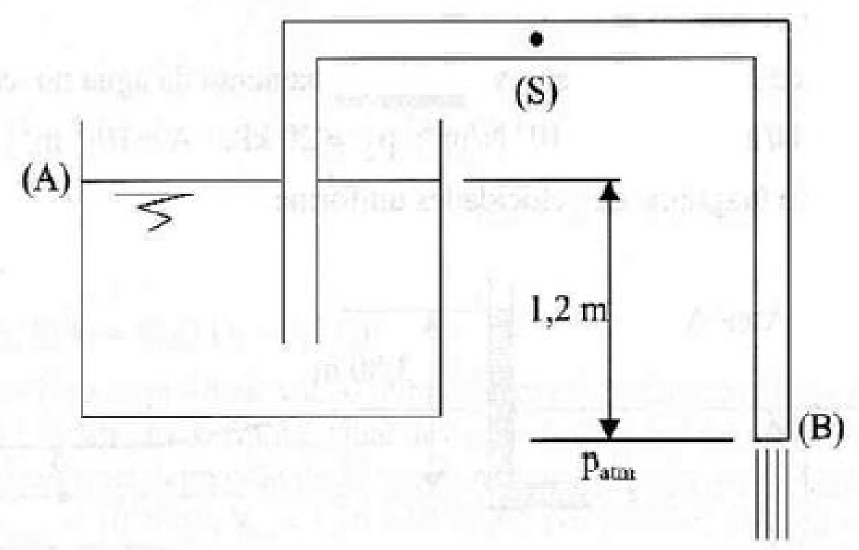
$$\therefore N_2 \cong 6502{,}5W$$

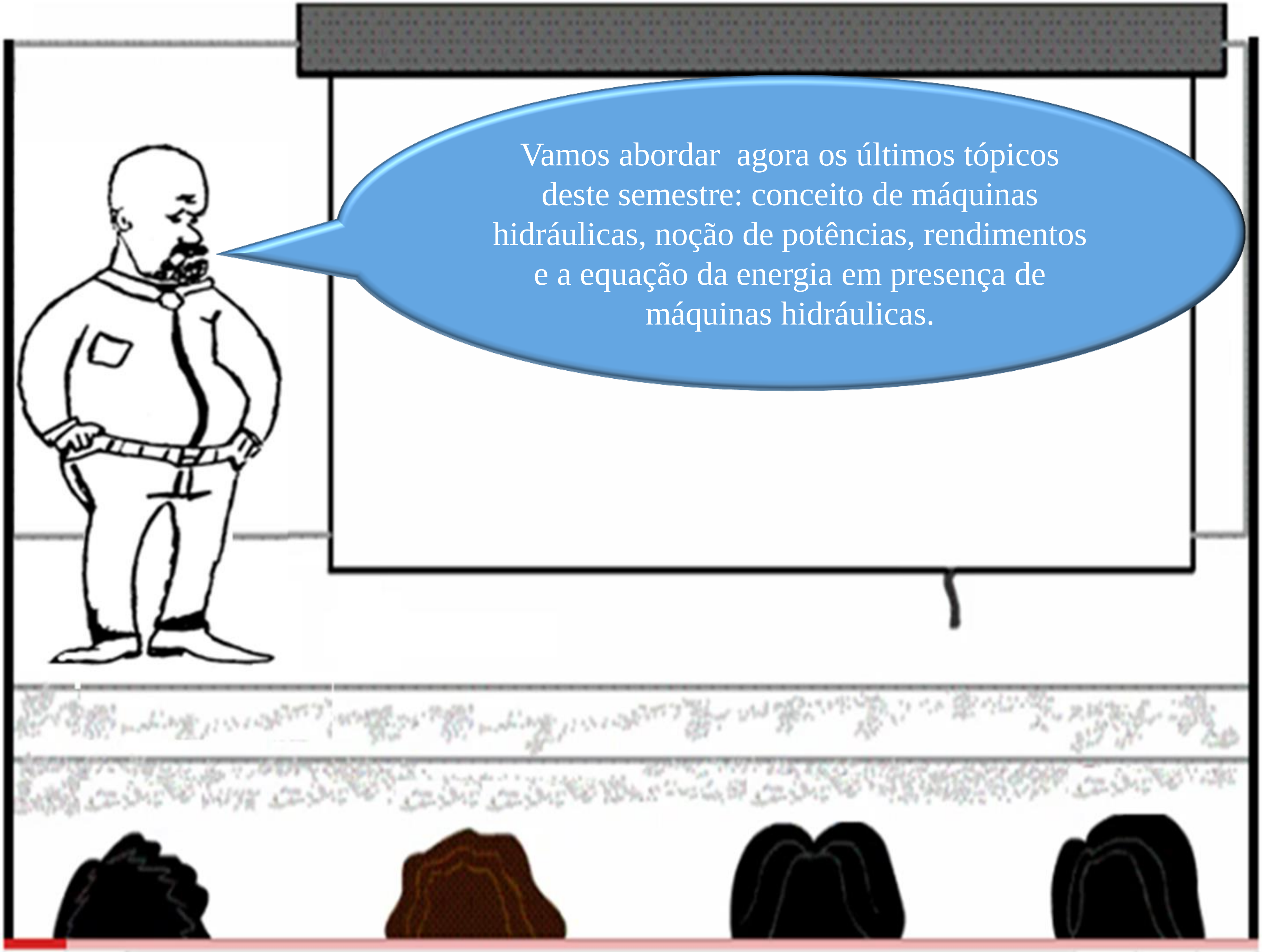
3. Uma tubulação vertical de 150 mm de diâmetro apresenta, em um pequeno trecho, uma seção contraída de 75 mm, onde a pressão é de 10,3 mca. A três metros acima desse ponto, a pressão eleva-se para 14,7 mca. Calcular as velocidades e a vazão sabendo que o coeficiente de vazão (C_d) é igual a 0,95.

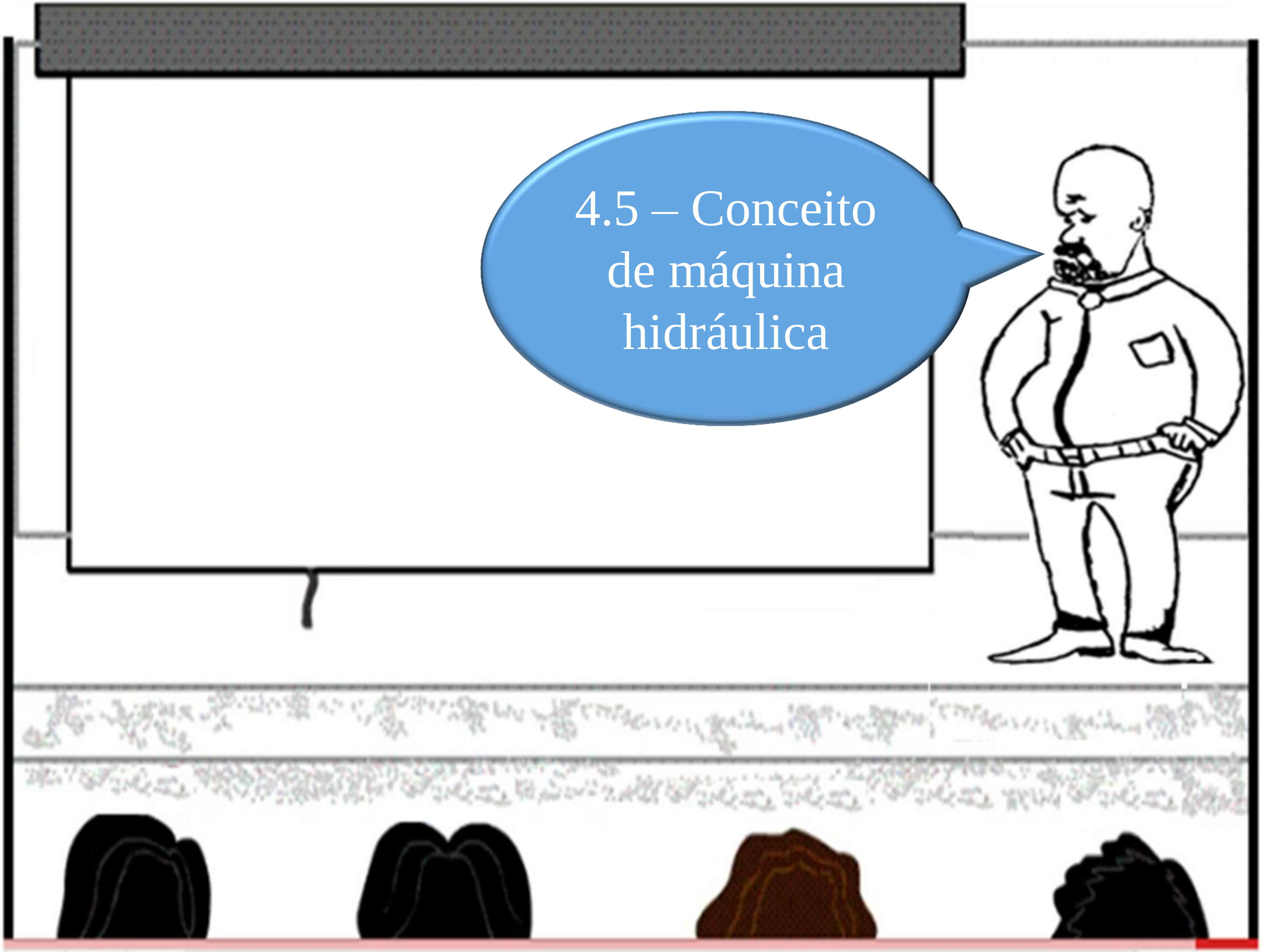


4. Considerando que no ponto S do sifão da figura a pressão não deve cair abaixo de 32 kPa (abs) e que para esta pressão limite a perda de carga de (A) a (S) é 0,300 m e de (S) a (B) é 0,377 m, calcule:
   a. a velocidade média do escoamento;
   b. a máxima altura do ponto S em relação ao ponto (A)

Dados: p_{atm} = 100 kPa; $\gamma_{água}$ = 9800 N/m³

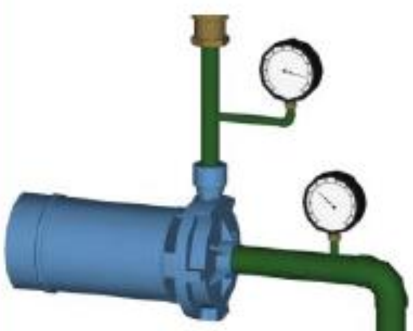



Vamos abordar agora os últimos tópicos deste semestre: conceito de máquinas hidráulicas, noção de potências, rendimentos e a equação da energia em presença de máquinas hidráulicas.

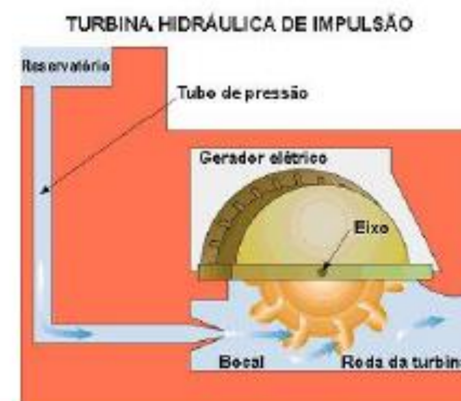

4.5 – Conceito de máquina hidráulica

Máquina hidráulica é o dispositivo que introduzido no escoamento, fornece ou retira energia dele, na forma de trabalho.

BOMBA + MOTOR

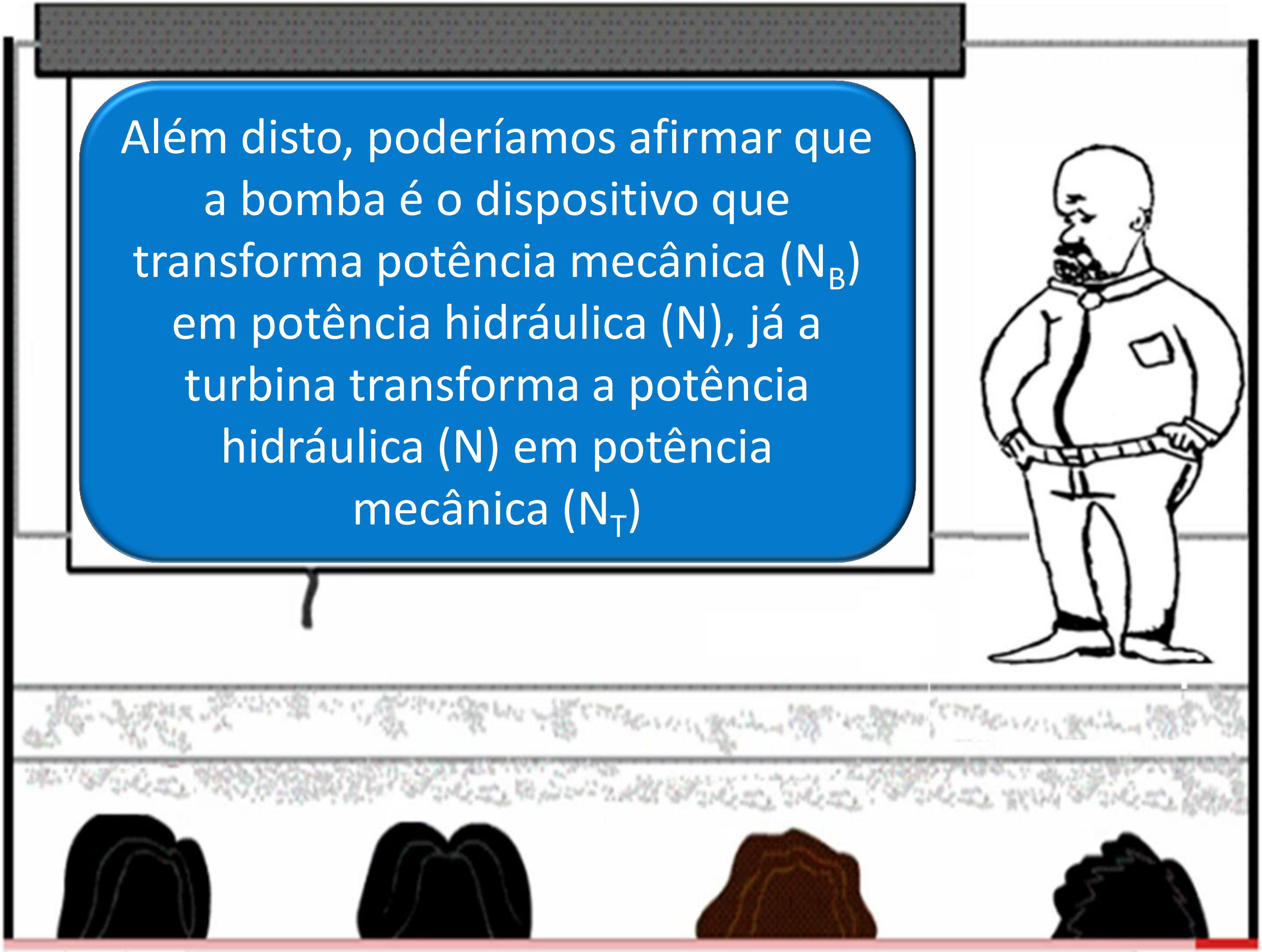


TURBINA + GERADOR



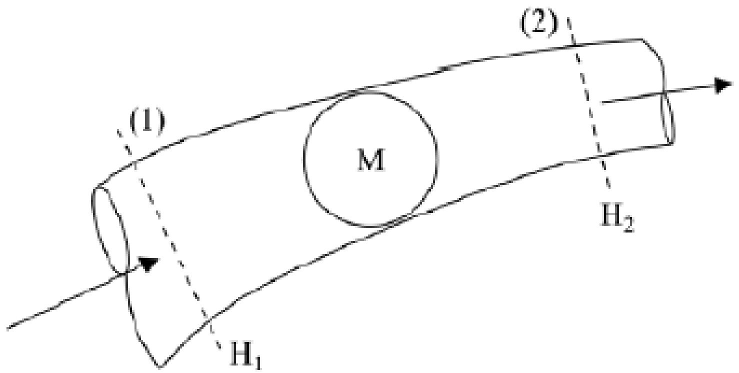
Para o escoamento incompressível, tem-se:

- Bomba hidráulica = dispositivo que fornece energia ao escoamento, onde energia fornecida por unidade de peso é carga, ou altura, manométrica da bomba.
- Turbina hidráulica = dispositivo que retira energia do escoamento, onde energia retirada por unidade de peso é carga, ou altura, manométrica da turbina.


Além disto, poderíamos afirmar que a bomba é o dispositivo que transforma potência mecânica (N_B) em potência hidráulica (N), já a turbina transforma a potência hidráulica (N) em potência mecânica (N_T)

Equação da energia em presença de máquina, mantida as demais hipóteses.

Considera-se o trecho da instalação esquematizada a seguir:



$$H_1 + H_m = H_2 + H_{p1-2}$$

O único trecho que não consideramos a perda de carga na equação da energia seria entre a entrada e saída de uma máquina, isto resulta:

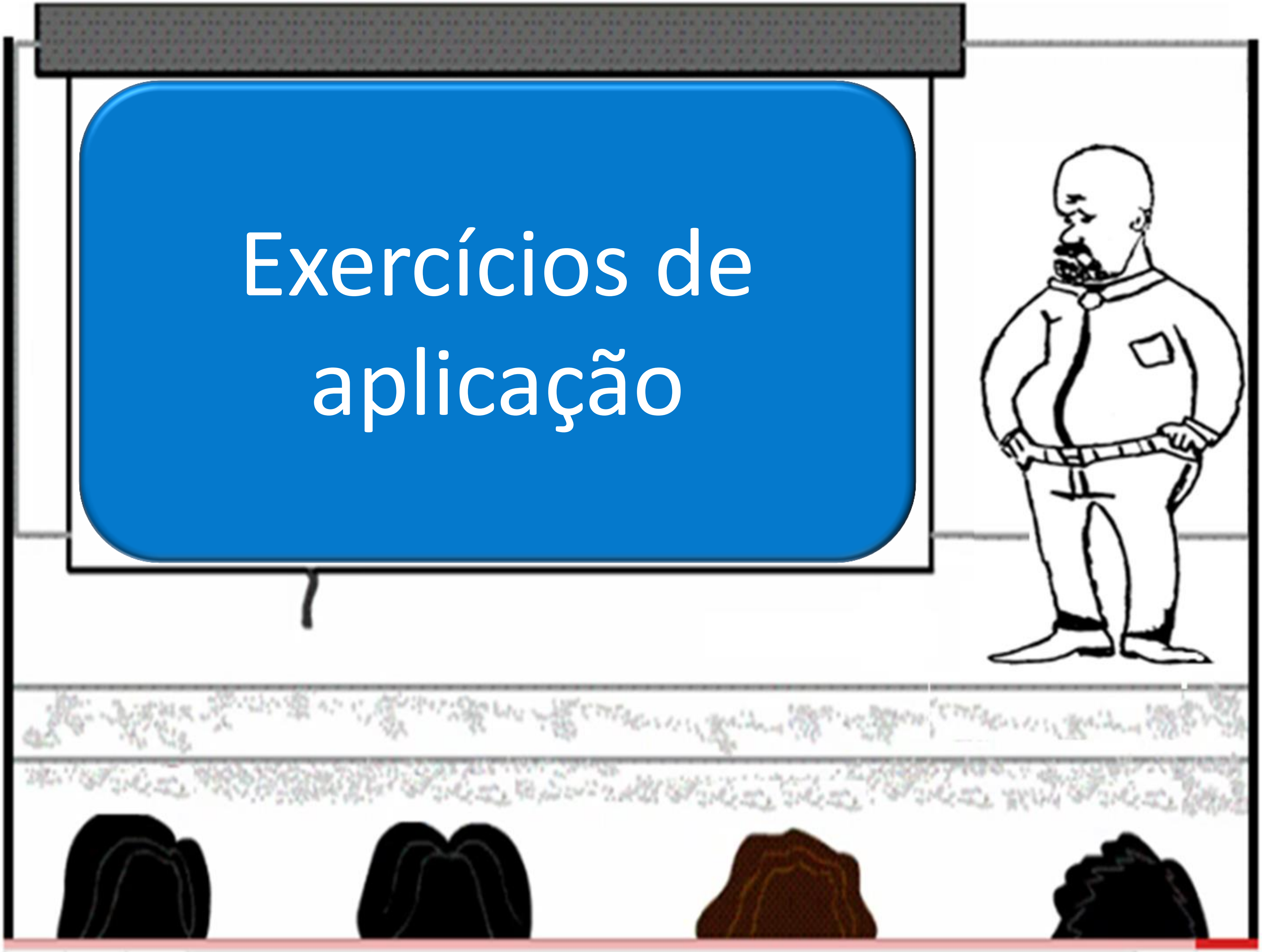
$$H_{entrada} + H_{máq} = H_{saída}$$

$$H_{máq} = (z_{saída} - z_{entrada}) + \left(\frac{p_{saída} - p_{entrada}}{\gamma}\right) + \frac{v_{saída}^2 - v_{entrada}^2}{2g}$$

$$H_{máq} = H_B > 0 \Rightarrow \text{bomba}$$

$$H_{máq} = 0 \Rightarrow \text{sem máquina}$$

$$H_{máq} = H_T < 0 \Rightarrow \text{turbina}$$


Exercícios de aplicação

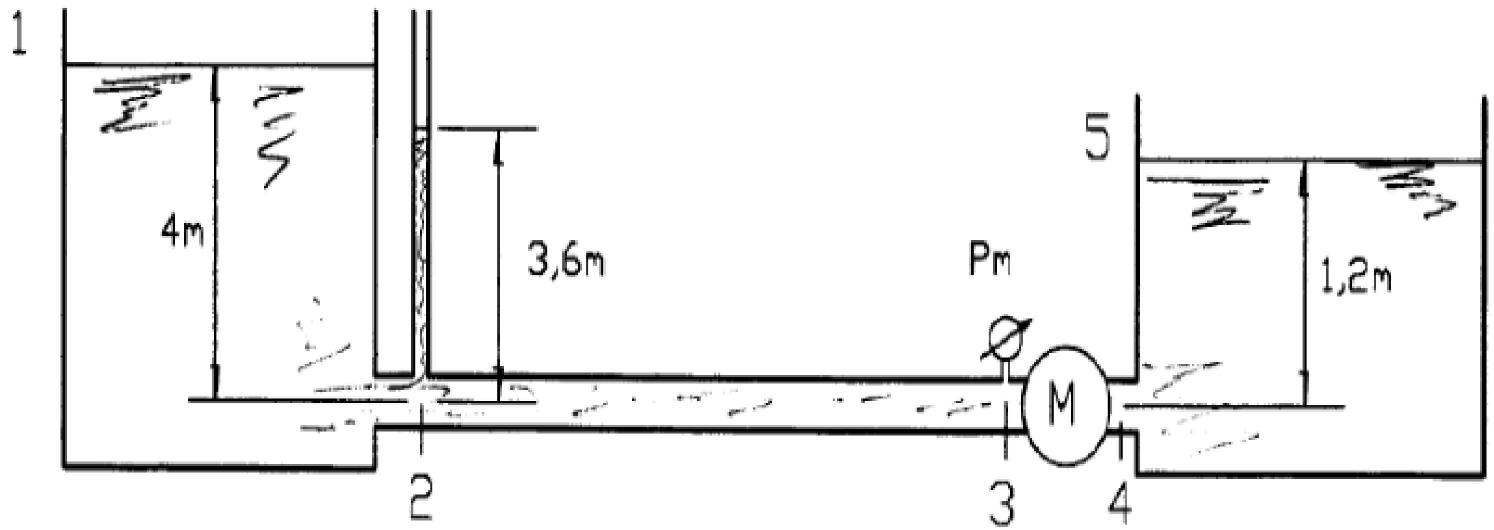
O conduto da figura tem diâmetro 100mm e a pressão no manômetro é pm = 0,24 kgf/cm^2. As perdas de carga entre as seções 1 e 2 e entre as seções 4 e 5 são desprezíveis. O fluido é água.

Determinar:

a) a vazão

b) a perda de carga na tubulação

c) o tipo de máquina e sua carga manométrica



Para iniciar o problema nós devemos achar o sentido do escoamento, lembrando que em um trecho sem máquina o escoamento ocorre da carga maior para a carga menor.

Adotando o PHR (plano horizontal de referência) no eixo do conduto, temos:

$$H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = 0 + 3{,}6 + \frac{v_2^2}{19{,}6}$$

$$H_3 = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} = 0 + \frac{0{,}24 \times 10^4 \times 9{,}8}{1000 \times 9{,}8} + \frac{v_3^2}{19{,}6} = 0 + 2{,}4 + \frac{v_3^2}{19{,}6}$$

Como o diâmetro é constante, podemos afirmar que as velocidades médias de escoamento também o são, portanto $H_2 > H_3$ e isto nos permite afirmar que o escoamento ocorre de (1) para (5).

Aplicando a equação da energia de (1) a (2) mantendo o PHR, resulta:

$$H_1 = H_2 + H_{p1-2} \Rightarrow 4 = 3{,}6 + \frac{v_2^2}{19{,}6} + 0 \rightarrow v_2 = \sqrt{19{,}6 \times (4 - 3{,}6)} \cong 2{,}8 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow Q = 2{,}8 \times \frac{\pi \times 0{,}1^2}{4} \cong 0{,}0220 \frac{m^3}{s} \Rightarrow \text{resposta a)}$$

b)

$$H_{ptotal} = H_{p1-2} + H_{p2-3} + H_{p3-4} + H_{p4-5}$$

Como : $H_{p1-2} = H_{p4-5}$ e H_{p3-4} já considerada no rendimento da máquina, temos :

$$H_{ptotal} = H_{p2-3} \Rightarrow H_2 = H_3 + H_{ptotal} \therefore H_{ptotal} = 3{,}6 - 2{,}4 = 1{,}2\text{m}$$

c)

$$H_1 + H_{maq} = H_5 + H_{ptotal}$$

$$4 + H_{maq} = 1{,}2 + 1{,}2$$

$$H_{maq} = -1{,}6\text{m}$$

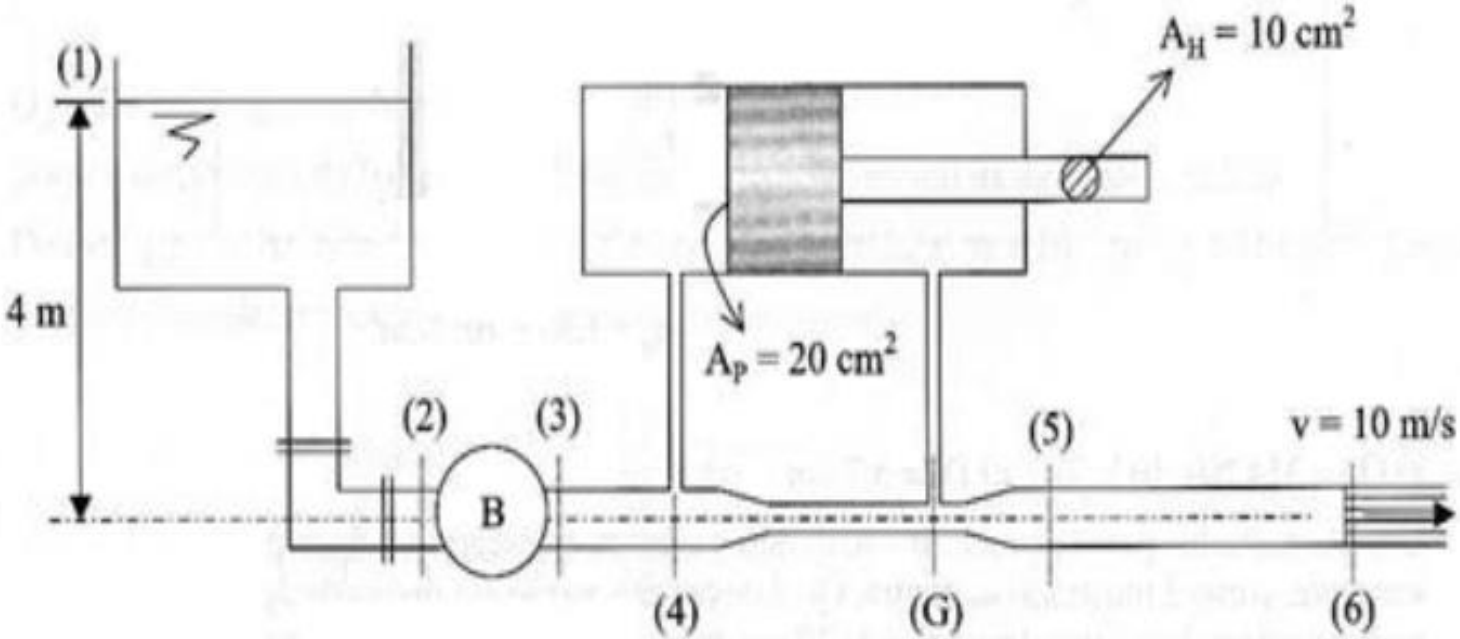
Como a carga manométrica deu negativa, podemos afirmar que a máquina é uma turbina.

Desprezando os atritos no pistão da figura, determinar:

a) a carga manométrica da bomba e a vazão que passa pela mesma;

b) a força que o pistão pode equilibrar com a haste.

Dados: $A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = 10\ cm^2$; $A_G = 8\ cm^2$; $A_p = 20\ cm^2$; $A_h = 10\ cm^2$; $H_{p1,2} = H_{p3,4} = 0{,}5\ m$; $H_{p4,5} = 0\ m$; $H_{p5,6} = 1\ m$; $g = 10\ m/s^2$; $\gamma = 10^4\ N/m^3$. Supor o cilindro no plano da tubulação.



Adotando o PHR no eixo do conduto, temos:

a)

$$H_{p_{total}} = H_{p_{1-2}} + H_{p_{2-3}} + H_{p_{3-4}} + H_{p_{4-5}} + H_{p_{5-6}}$$

$$H_1 + H_B = H_6 + H_{p_{total}}$$

$$4 + H_B = \frac{10^2}{20} + 0{,}5 + 0{,}5 + 1$$

$$H_B = 3\text{m}$$

$$Q = v \times A = 10 \times 10 \times 10^{-4} = 10 \times 10^{-3}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 10\,\frac{\text{L}}{\text{s}}$$

b)

$$H_1 + H_B = H_4 + H_{p_{1-2}} + H_{p_{2-3}}$$

$$4 + 3 = 0 + \frac{p_4}{10000} + \frac{10^2}{20} + 0{,}5 + 0{,}5$$

$$\therefore p_4 = 10000\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Importante observar que no regime permanente a vazão calculada no item a) permanece constante e isto permite escrever que:

$$Q = v \times A = cte$$

$$10 \times 10^{-3} = v_G \times 8 \times 10^{-4} \therefore v_G \cong 12{,}5 \frac{m}{s}$$

Aplicando a equação da energia de (4) a (G), resulta:

$$H_4 = H_G + H_{p4-G}$$

$$z_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2g} = z_G + \frac{p_G}{\gamma} + \frac{v_G^2}{2g} + H_{p4-G}$$

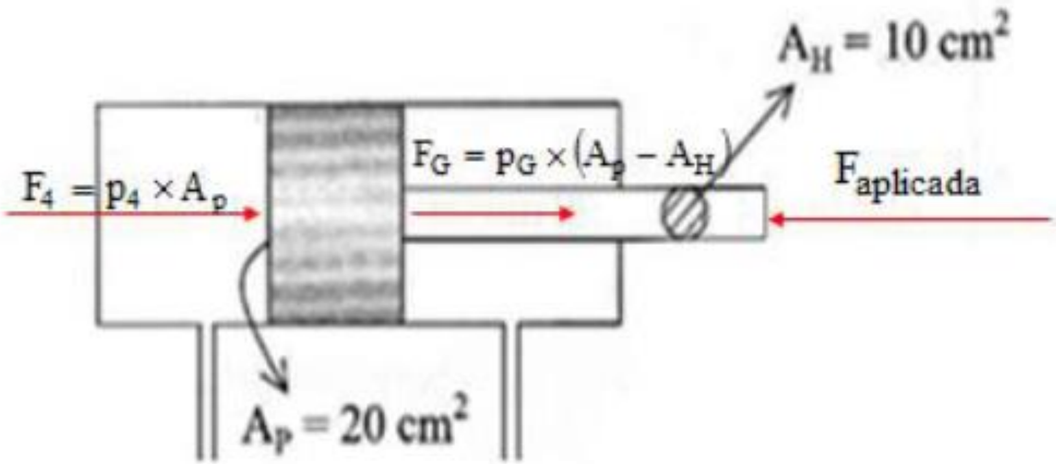
$$0 + \frac{10000}{10000} + \frac{10^2}{20} = 0 + \frac{p_G}{10000} + \frac{12{,}5^2}{20}$$

$$p_G = (1 + 5 - 7{,}8125) \times 10000 = -18125 \frac{N}{m^2}$$

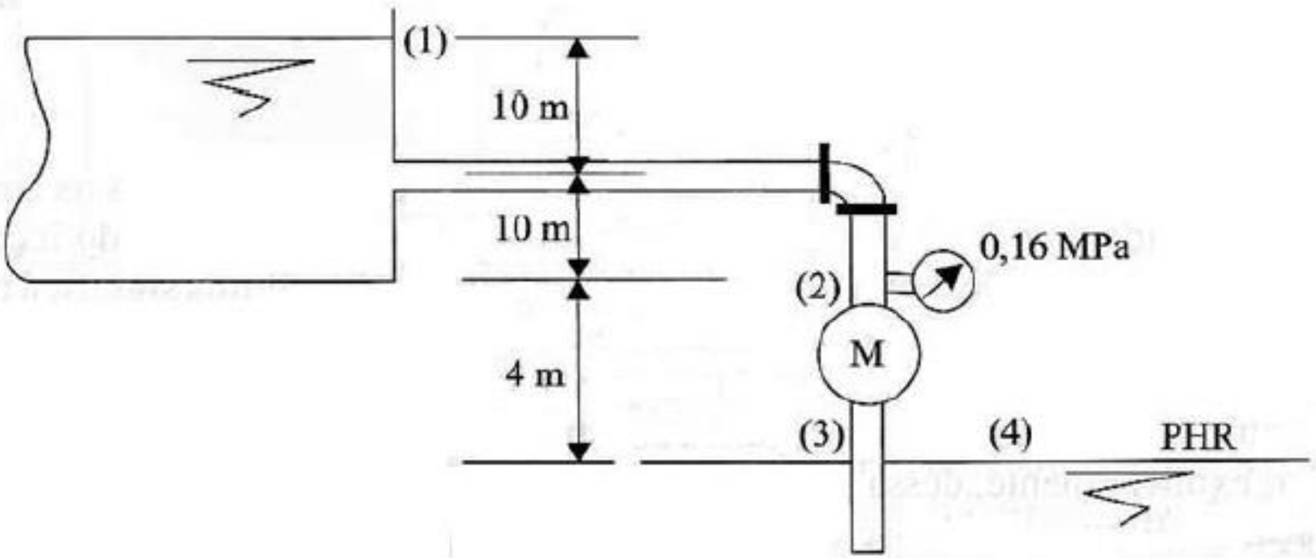
Pela lei de Pascal, sabemos que a pressão aplicada a um ponto é transmitida integralmente a todos os demais pontos e como o sistema do pistão encontra-se num plano horizontal, para o equilíbrio, temos:

$$F_{aplicada} = F_4 + F_G = 10000 \times 20 \times 10^{-4} + 18125 \times (20 - 10) \times 10^{-4}$$

$$F_{aplicada} = 20 + 18{,}125 = 38{,}125N$$



Na instalação da figura, verificar se a máquina é uma bomba ou uma turbina.
Sabe-se que a pressão indicada por um manômetro instalado na seção (2) é 0,16 MPa, a vazão é 10 L/s, a área da seção dos tubos é 10 cm^2 e a perda de carga entre as seções (1) e (4) é 2 m.
Não é dado o sentido do escoamento. $\gamma_{H_2O} = 10^4$ N/m^3; g = 10 m/s^2.



Solução

Deve ser notado, inicialmente, que a seção (4) é o nível do reservatório inferior sem incluir a parte interna do tubo, já que nesta não se conhece a pressão.

Sabe-se que o escoamento acontecerá no sentido das cargas decrescentes, num trecho onde não existe máquina. Para verificar o sentido, serão calculadas as cargas nas seções (1) e (2).

$$H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = 0 + 0 + 24 = 24 \text{ m}$$

$$H_2 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{10 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-4}} = 10 \text{ m/s}$$

$$H_2 = \frac{0,16 \times 10^6}{10^4} + \frac{10^2}{2 \times 10} + 4 = 25 \text{ m}$$

Como $H_2 > H_1$, conclui-se que o escoamento terá o sentido de (2) para (1) ou de baixo para cima, sendo a máquina, obviamente, uma bomba.

Aplique-se agora a equação da energia entre as seções (4) e (1), que compreendem a bomba. Lembrar que a equação deve ser escrita no sentido do escoamento.

$$H_4 + H_B = H_1 + H_{p4,1}$$

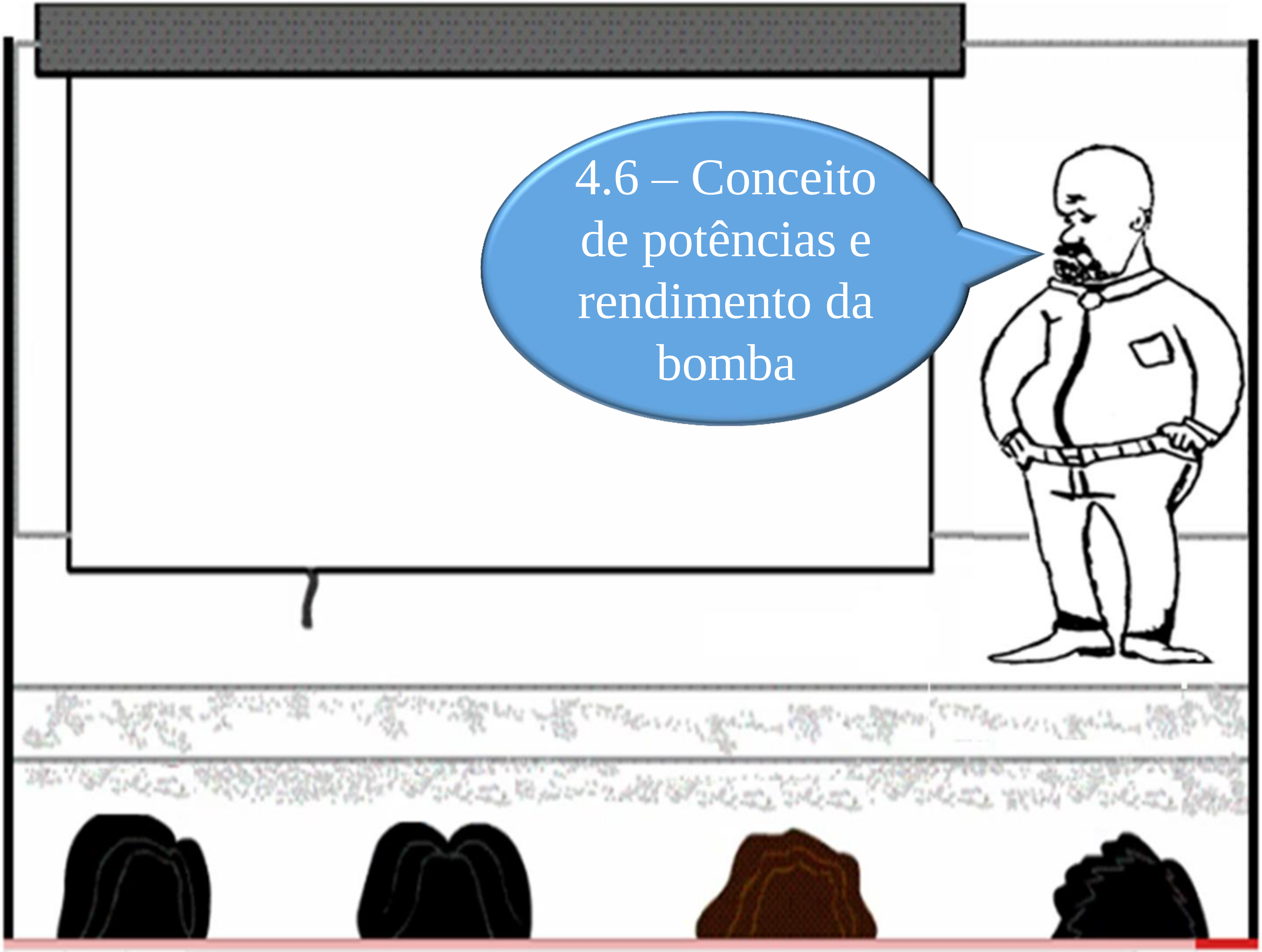
$$H_4 = \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2g} + z_4 = 0$$

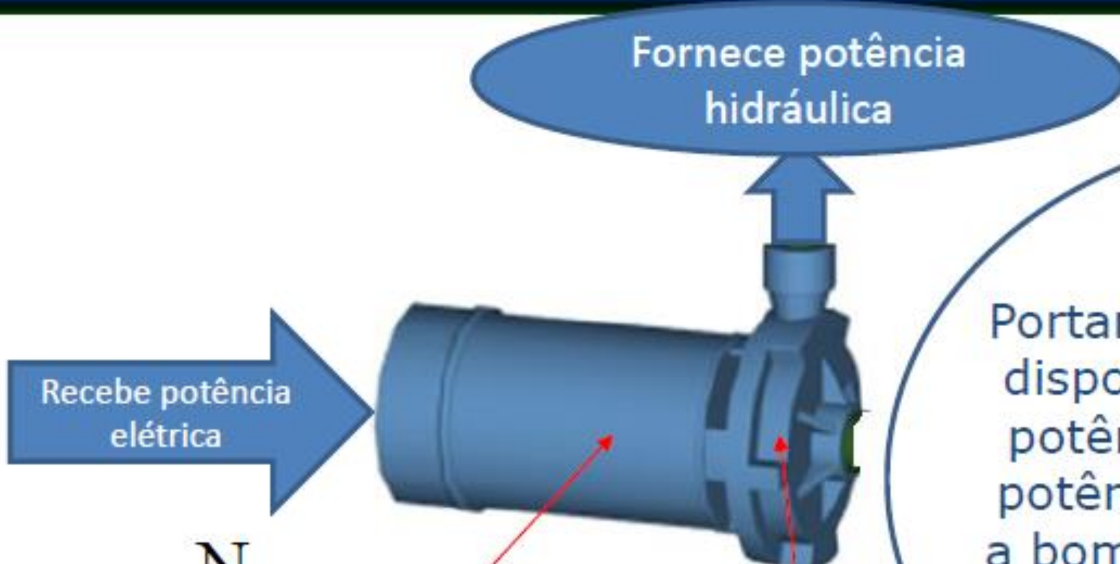
$H_1 = 24$ m (já calculado)

$H_{p1,4} = 2$ m

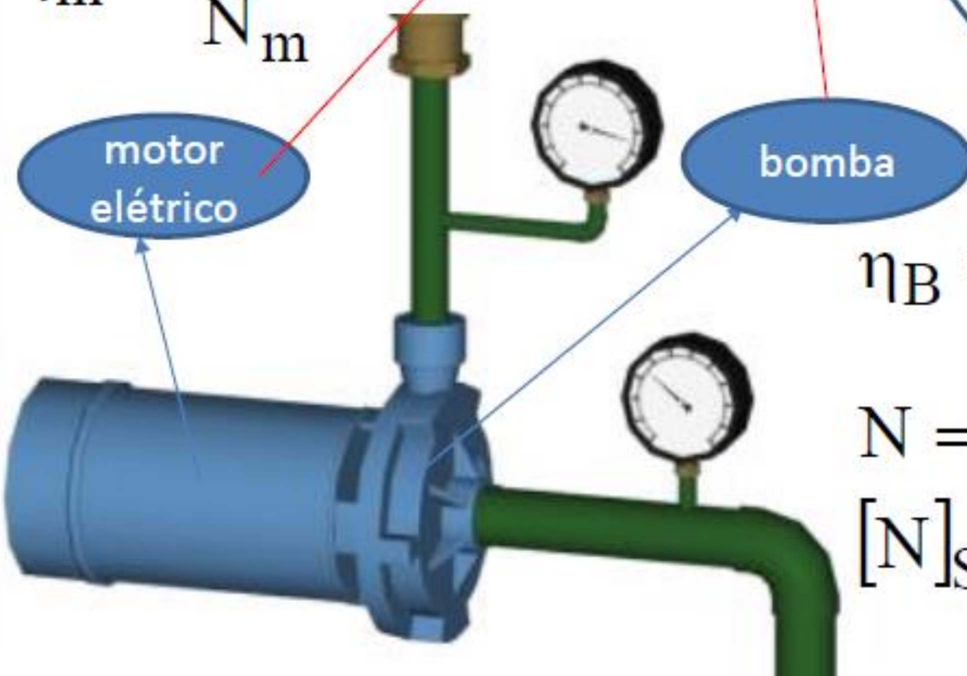
Logo: $H_B = H_1 - H_4 + H_{p1,4} = 24 - 0 + 2 = 26 \text{ m} > 0$

Confirma-se que a máquina é uma bomba, já que a carga manométrica resultou positiva.


4.6 – Conceito de potências e rendimento da bomba



$$\eta_m = \frac{N_B}{N_m}$$



Portanto: motor elétrico é o dispositivo que transforma potência elétrica (Nm) em potência mecânica (NB), já a bomba é o dispositivo que transforma potência mecânica (NB) em potência hidráulica (N)

$$\eta_B = \frac{N}{N_B}$$

$$N = \gamma \times Q \times H_B$$

$$[N]_{SI} = W$$

4.13 Sabendo que a potência da bomba é 3 kW, seu rendimento 75% e que o escoamento é de (1) para (2), determinar:

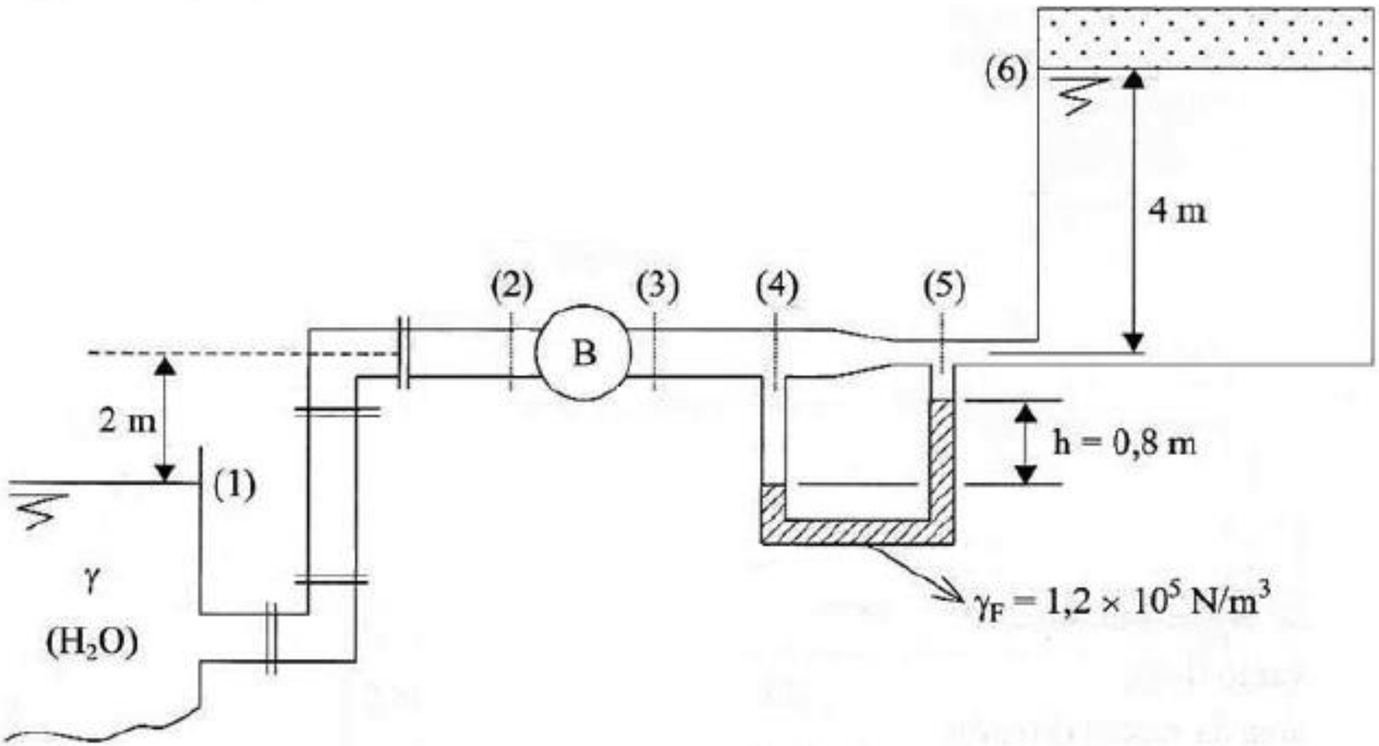
a) a vazão;

b) a carga manométrica da bomba;

c) a pressão do gás.

Dados: $H_{p1,2} = H_{p5,6} = 1{,}5$ m; $H_{p3,4} = 0{,}7$ m;

$H_{p4,5} = 0$; $3A_5 = A_4 = 100$ cm^2; $\gamma = 10^4$ N/m^3.



Resp.: a) 47 L/s; b) 4,8 m; c) – 49 kPa

a) $\frac{v_4^2}{2g}+\frac{p_4}{\gamma}+z_4=\frac{v_5^2}{2g}+\frac{p_5}{\gamma}+z_5$

$$v_5^2-v_4^2=2g\frac{p_4-p_5}{\gamma}$$

Equação manométrica : $p_4+\gamma h-\gamma_F h=p_5$

$$p_4-p_5=h(\gamma_F-\gamma)=0{,}8\left(1{,}2\times10^5-10^4\right)=8{,}8\times10^4\ \text{Pa}$$

$$v_5^2-v_4^2=20\times\frac{8{,}8\times10^4}{10^4}=176$$

$$v_4A_4=v_5A_5 \quad\rightarrow\quad v_4 3A_5=v_5A_5 \quad\rightarrow\quad v_5=3v_4$$

$$9v_4^2-v_4^2=176 \quad\rightarrow\quad v_4=\sqrt{\frac{176}{8}}=4{,}7\ \frac{m}{s}$$

$$Q=v_4A_4=4{,}7\times100\times10^{-4}=0{,}047\ \frac{m^3}{s}$$

b) $N_B = \dfrac{\gamma Q H_B}{\eta_B} \quad \rightarrow \quad H_B = \dfrac{N_B \eta_B}{\gamma Q} = \dfrac{3 \times 10^3 \times 0{,}75}{10^4 \times 0{,}047} = 4{,}8\text{m}$

c) $\dfrac{v_1^2}{2g} + \dfrac{p_1}{\gamma} + z_1 + H_B = \dfrac{v_6^2}{2g} + \dfrac{p_6}{\gamma} + z_6 + H_{p1,6}$

$H_B = \dfrac{p_6}{\gamma} + z_6 + H_{p1,6} \quad \rightarrow \quad \dfrac{p_6}{\gamma} = H_B - z_6 - H_{p1,6}$

$p_6 = 10^4 \times (4{,}8 - 6 - 3{,}7) = -4{,}9 \times 10^4 \text{ Pa} = -49 \text{ kPa}$

RESUMINDO

Equação de Bernoulli

$$H_1 = H_2$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Equação da energia

$$H_1 + H_m = H_2 + H_{p1-2}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + H_m = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + H_{p1-2}$$

Equação da energia aplicada entre a entrada e saída de uma máquina

$$H_e + H_m = H_s$$

$$z_e + \frac{p_e}{\gamma} + \frac{v_e^2}{2g} + H_m = z_s + \frac{p_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g}$$

Potência mecânica (NB), potência hidráulica e rendimento da bomba

$$N = \gamma \times Q \times H_B$$

$$N_B = \frac{N}{\eta_B}$$