

A
U
L
A
2

Capítulo 3 : Introdução a
cinemática dos Fluidos

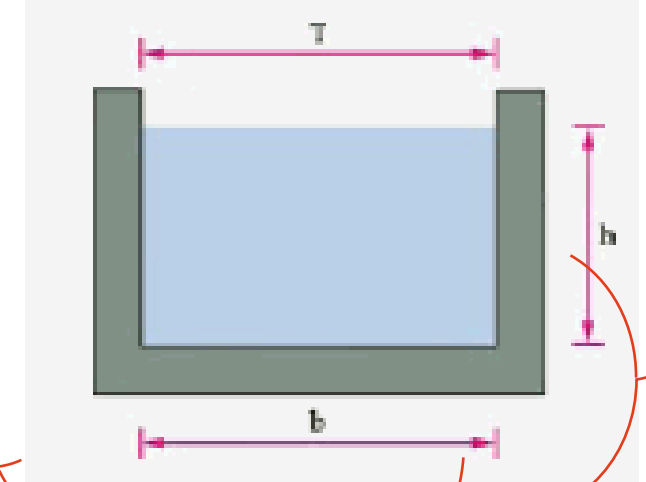
Importante lembrar que
não existem só condutos
forçados!





E aí lembrando do
número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu}$$



Surge um problema:
como calculá-lo em
um canal de seção
retangular?



Recorremos ao raio hidráulico
(R_H) ou ao diâmetro hidráulico
(D_H)!

3.6. Diâmetro hidráulico (D_H)

No intuito de generalizar as equações estabelecidas para condutos forçados e de seção transversal circular, recorremos ao diâmetro hidráulico que é definido pela equação:

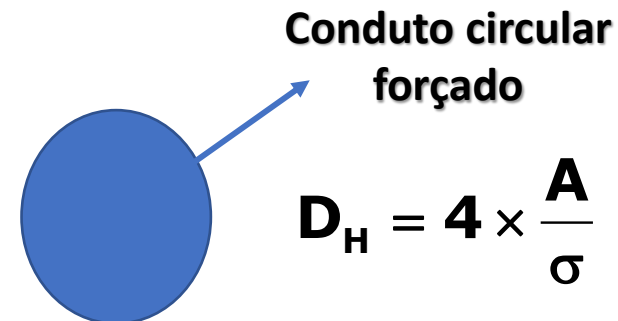
$$D_H = 4 \times R_H$$

onde o raio hidráulico que é definido da seguinte forma:

$$R_H = \frac{A}{\sigma} = \frac{\text{área da seção formada pelo fluido}}{\text{perímetro molhado}}$$

Observações:

- conduto forçado é aquele que o fluido tem contato total com a parede interna do conduto;
- perímetro molhado é caracterizado pelo contato do fluido com parede sólida;
- na seção circular forçada o diâmetro hidráulico é igual ao diâmetro interno.



$$D_H = 4 \times \frac{A}{\sigma}$$

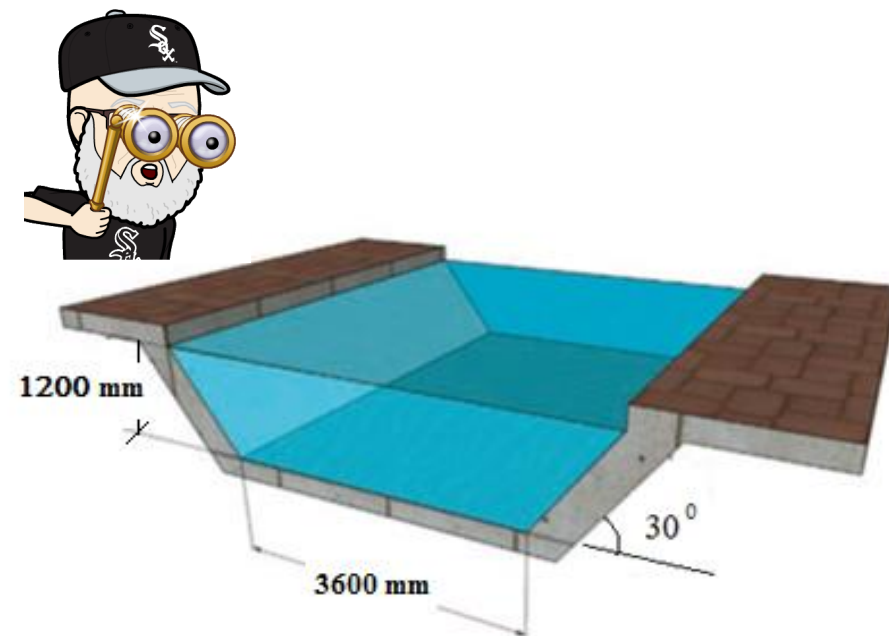
$$D_H = 4 \times \frac{\pi R^2}{2\pi R} = 2R = D$$



Portanto
podemos
substituir os
diâmetros (D) das
equações pelos
diâmetros
hidráulicos (D_H) e
nada se altera.

Exercício 74: Considerando que a vazão de água ($\gamma = 1000 \text{ kgf/m}^3$ e $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) que passa no canal cuja seção transversal e representada a seguir é igual a 13628,3 L/s e que o diâmetro hidráulico é um parâmetro importante no dimensionamento de canais, tubos, dutos e outros componentes das obras hidráulicas sendo igual a quatro (4) vezes à razão entre a área da seção transversal formada pelo fluido e o perímetro molhado, pede-se:

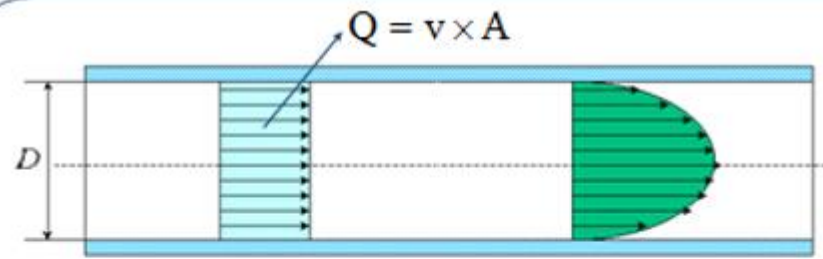
- o diâmetro e o raio hidráulico do canal;
- o número de Reynolds e a classificação do escoamento na seção considerada.



3.7. Cálculo da velocidade média

Como será representado o diagrama de velocidades na seção?

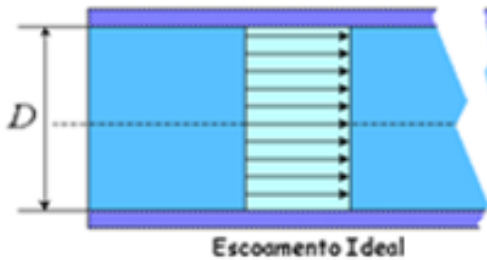




Qual dos dois diagramas é o verdadeiro? E como é originado?



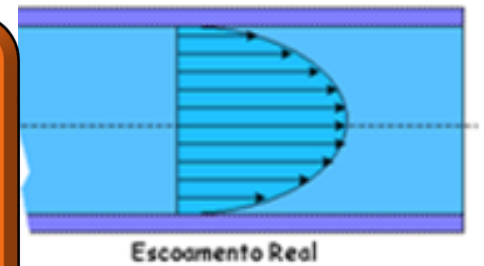
Vamos evocar o princípio de aderência: o fluido em contato com uma superfície sólida tem a velocidade da superfície que com ele está em contato! E aí, lembrar que fluido ideal tem viscosidade nula!

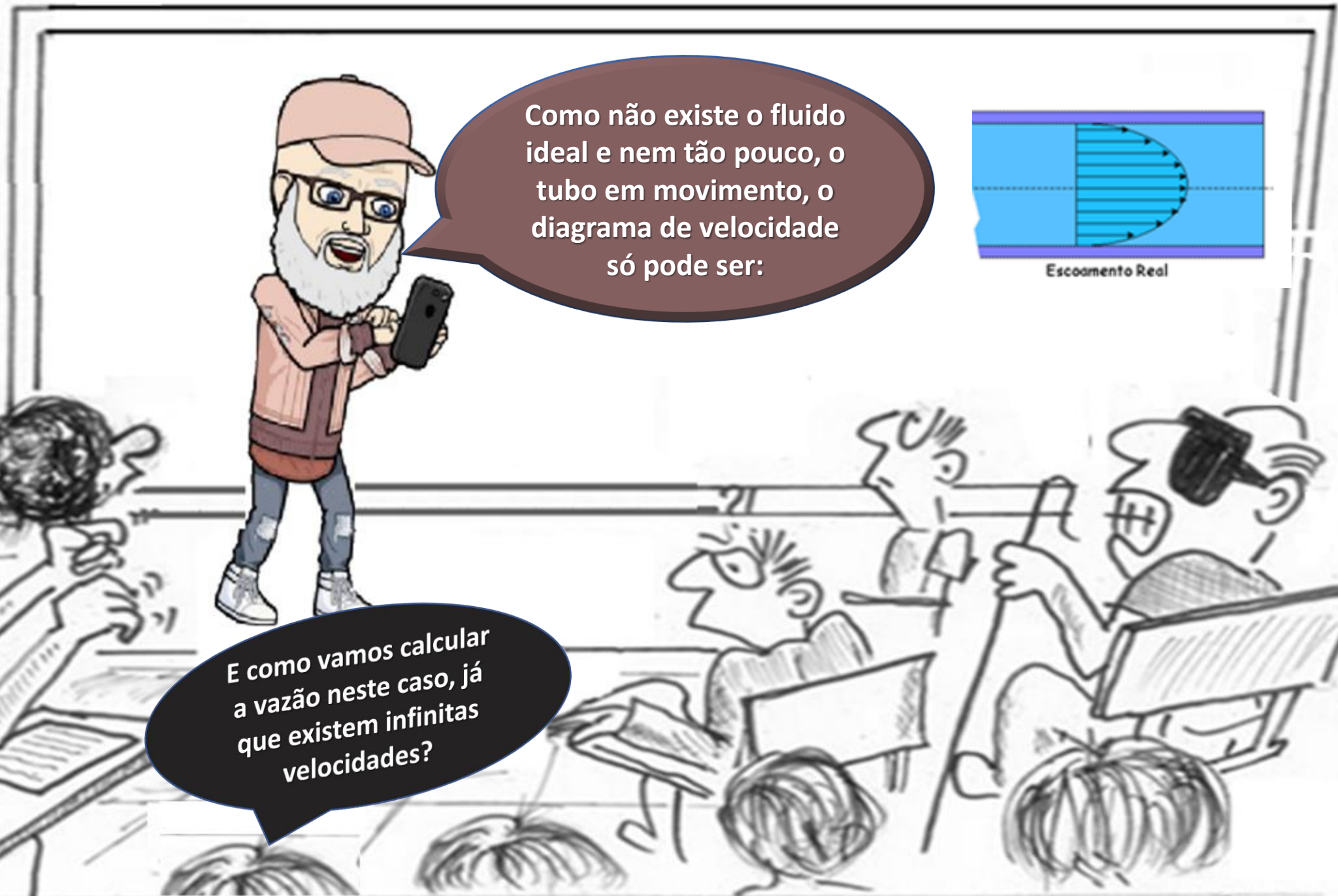


Tubo em movimento e fluido ideal $\mu = 0$

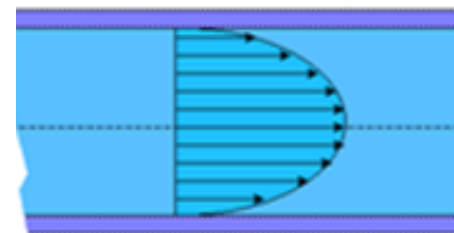


Tubo parado e fluido real $\mu \neq 0$





Como não existe o fluido ideal e nem tão pouco, o tubo em movimento, o diagrama de velocidade só pode ser:



Escoamento Real

E como vamos calcular a vazão neste caso, já que existem infinitas velocidades?



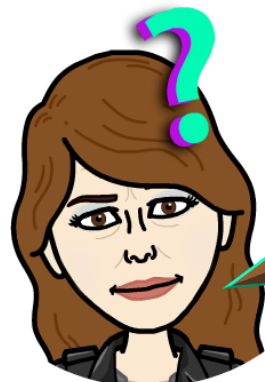
Evocando o conceito de contínuo, consideramos um ponto fluido com dimensão diferencial!



ponto fluido



tem um dA



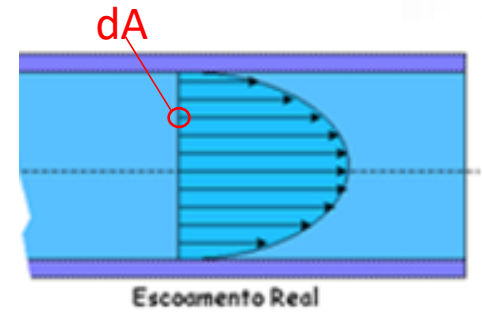
Em um ponto fluido quantas velocidades existem?

No ponto fluido existe apenas uma velocidade, que é a velocidade do ponto fluido!





Portanto, no ponto fluido que tem um dA , haverá uma vazão diferencial dq .

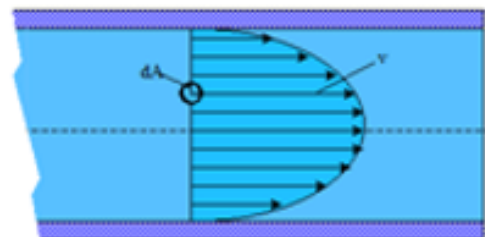


É por isso que podemos escrever que:
 $dq = v * dA$



Isso mesmo!

$$dq = \mathbf{v} \times d\mathbf{A}$$



Escoamento Real

$$dA \Rightarrow dq$$

$$dq = \mathbf{v} \times d\mathbf{A} \therefore \begin{cases} Q = \int_A \mathbf{v} \times d\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{v} = f(r) \\ Q \cong \sum dq \end{cases}$$



Cálculo da vazão em uma seção do escoamento!

$$Q = \int_A \mathbf{v} \times d\mathbf{A}$$

$$\mathbf{v} = f(r)$$

É por isso que precisamos saber se o escoamento é laminar e turbulento?



Sim, pois a velocidade em função do raio ($v = f(r)$) é diferente para os escoamentos laminar e turbulento, consideramos uma seção de um conduto forçado de seção transversal circular.



$$Q = \mathbf{v} \times \mathbf{A}$$

$$Q = \int_A [\mathbf{v} = \mathbf{f}(r)] \times d\mathbf{A}$$

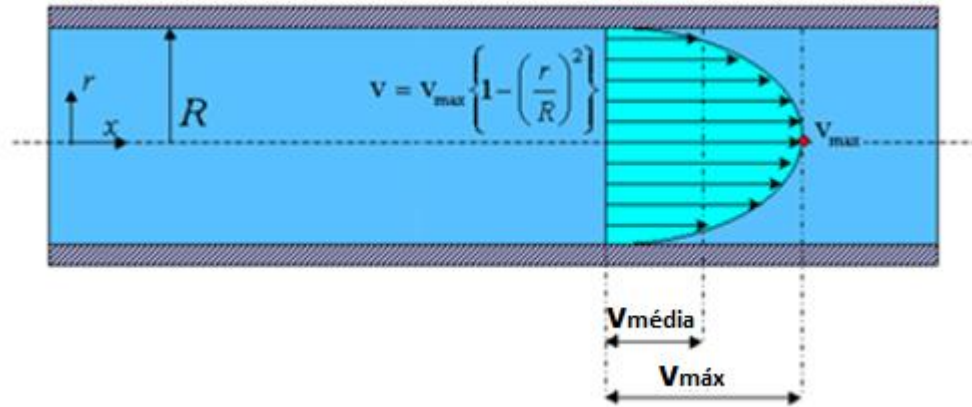
E aí obtemos a expressão para calcular a velocidade média



$$\mathbf{v} \times \mathbf{A} = \int_A [\mathbf{v} = \mathbf{f}(r)] \times d\mathbf{A}$$

$$\therefore \mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{média}} = \frac{1}{A} \times \int_A [\mathbf{v} = \mathbf{f}(r)] \times d\mathbf{A}$$

Escoamento laminar em um
conduto forçado de seção
transversal circular:

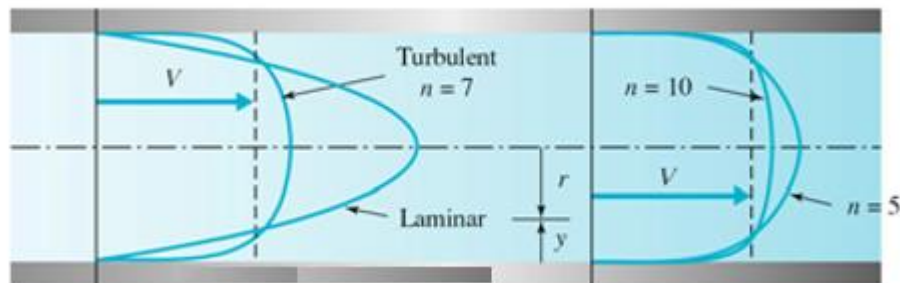


$$A = \pi R^2$$

$$\therefore dA = 2\pi r dr$$

$$v_{\text{média}} = \frac{1}{\pi R^2} \times \int_0^R v_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \times 2\pi r dr \therefore v_{\text{média}} = \frac{2\pi v_{\text{máx}}}{\pi R^2} \times \int_0^R \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2} \right) r dr$$

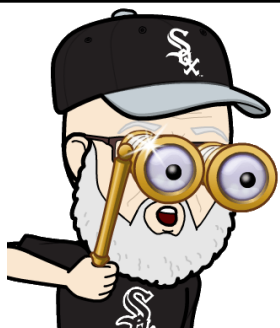
$$v_{\text{média}} = \frac{2v_{\text{máx}}}{R^4} \times \left[\int_0^R R^2 r dr - \int_0^R r^3 dr \right] \Rightarrow v_{\text{média}} = \frac{2v_{\text{máx}}}{R^4} \times \left[\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right] = \frac{v_{\text{máx}}}{2}$$



Escoamento turbulento em um conduto forçado de seção transversal circular:

$$A = \pi R^2$$

$$\therefore dA = 2\pi r dr$$

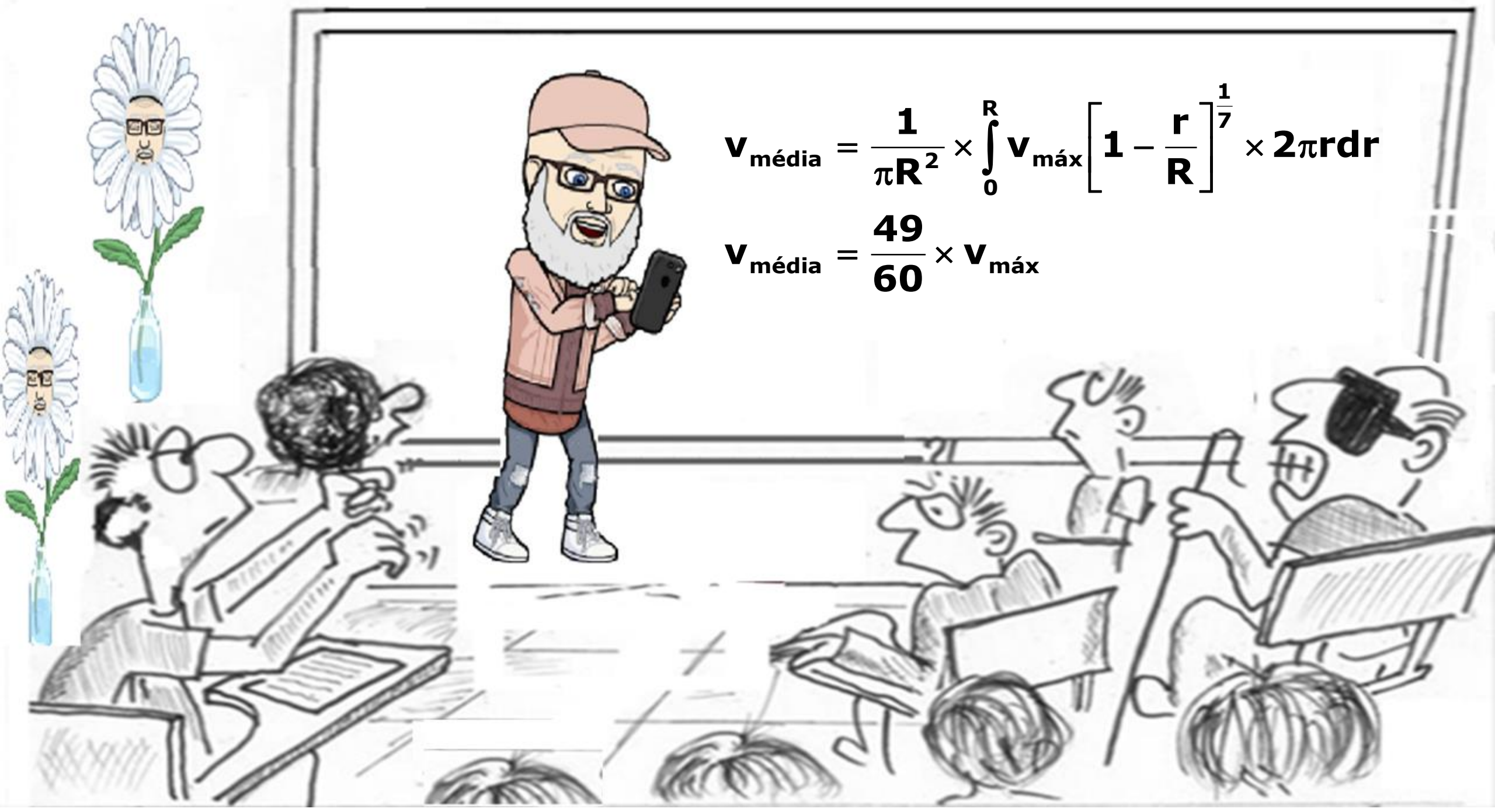


$$v = v_{\max} \times \left[1 - \frac{r}{R} \right]^{\frac{1}{n}}$$



O “n” mais comum é 7, portanto:

$$v = v_{\max} \times \left[1 - \frac{r}{R} \right]^{\frac{1}{7}}$$



$$\mathbf{v}_{\text{média}} = \frac{1}{\pi R^2} \times \int_0^R \mathbf{v}_{\text{máx}} \left[1 - \frac{r}{R} \right]^{\frac{1}{7}} \times 2\pi r dr$$

$$\mathbf{v}_{\text{média}} = \frac{49}{60} \times \mathbf{v}_{\text{máx}}$$

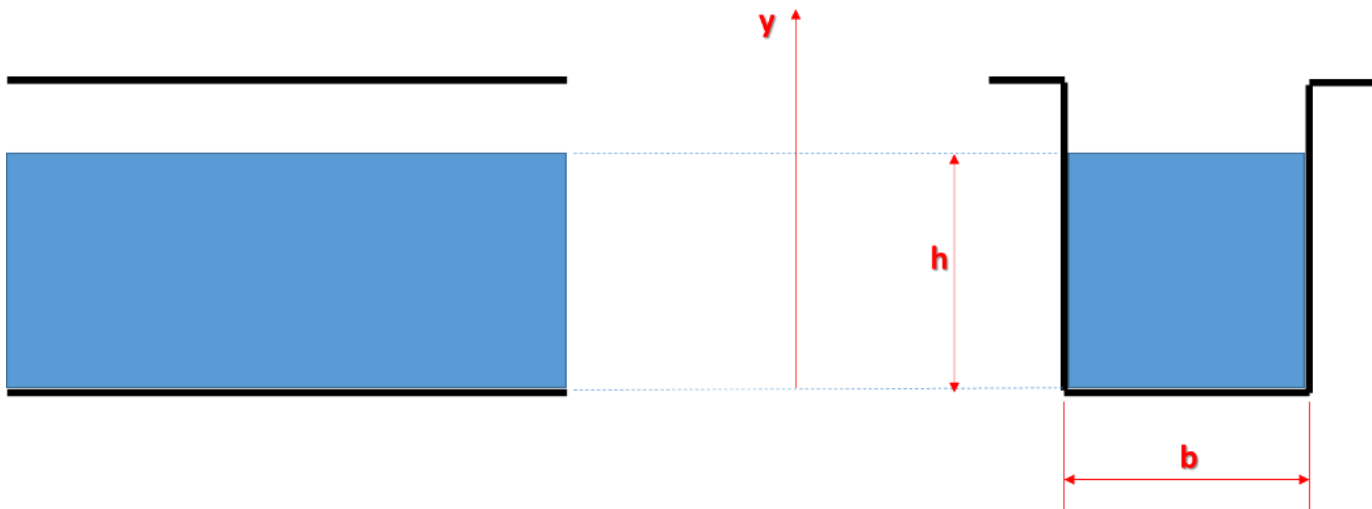
No caso de não ser um conduto forçado de seção circular a vazão e a velocidade média são calculadas pelas equações a seguir:

$$v_{\text{média}} = \frac{1}{A} \times \int_A v \times dA = \frac{1}{A} \times \int_A (\text{função da velocidade}) \times dA$$

$$Q = \int_A v \times dA = \int_A (\text{função da velocidade}) \times dA$$

Exercício 75: Um canal retangular de largura $b = 2$ m, a altura do fluido (h) é de 1,5 m. o diagrama de velocidade em função de uma coordenada (y) perpendicular à base é $v = C_1 y^3 + C_2 y$ com $[v]$ em “m/s” e $[y]$ em “m”, sabe-se que na superfície livre do fluido a velocidade é 4 m/s e a 0,5 m do fundo é 1 m/s. nesta situação pede-se a vazão no canal. Veja a solução no canal do YouTube Alemão MecFlu Resolve:

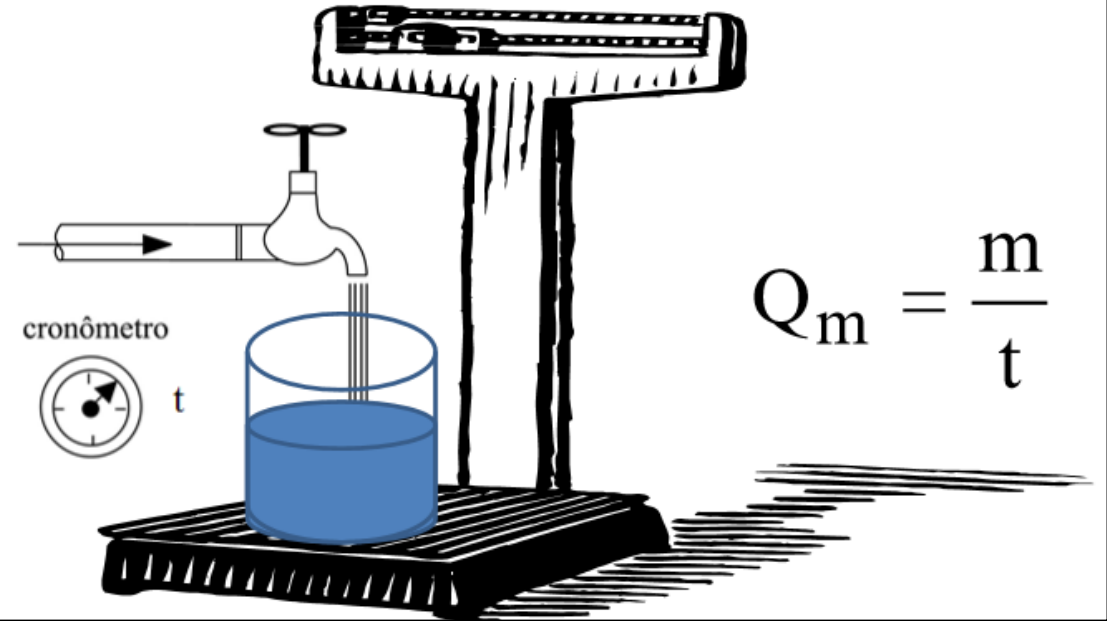
<https://www.youtube.com/watch?v=2xidrb1hafc>



3.8. Vazão em massa (Qm)



Fluxo de massa, ou vazão em massa, é a quantidade em massa do fluido que atravessa uma área A em um intervalo de tempo t.



Evocando o conceito de massa específica, resulta:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$Q_m = \frac{\rho \times V}{t}$$

$$Q_m = \rho \times Q = \rho \times v \times A$$

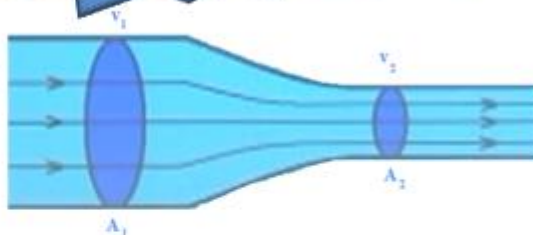


Agora estamos em condição de refletir sobre a equação da conservação de massa.

Também denominada de equação da continuidade!



Consideramos duas seções: A_1 e A_2



Entre elas não existe acúmulo nem falta de massa!

$$\therefore m_{\text{entra}} = m_{\text{sai}} \rightarrow (\div t)$$

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\rho_1 \times v_1 \times A_1 = \rho_2 \times v_2 \times A_2$$

Para o escoamento incompressível, temos:

$$\rho_1 = \rho_2 = \text{cte} \Rightarrow v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 \therefore Q_1 = Q_2 = \text{cte}$$

3.11 Equação da conservação de massa (ou da continuidade) para um sistema com diversas entradas e diversas saídas

$$\sum_{\text{entram}} Q_m = \sum_{\text{saem}} Q_m$$

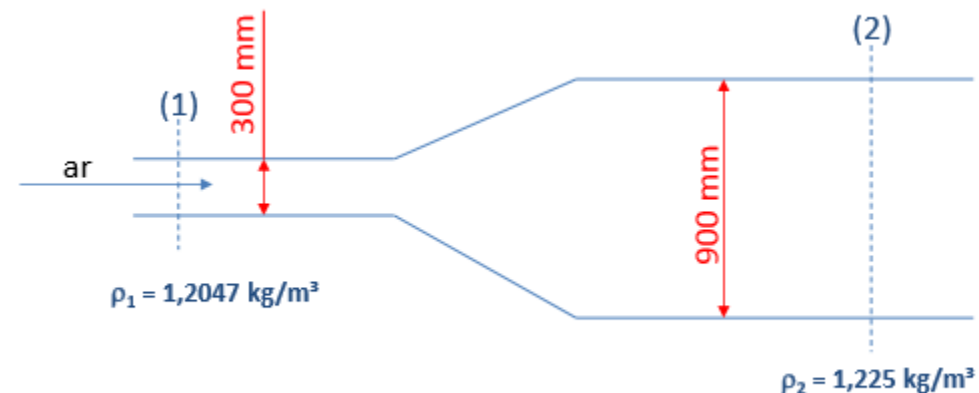
Para misturas homogêneas também consideramos:

$$\sum_{\text{entram}} Q = \sum_{\text{saem}} Q$$



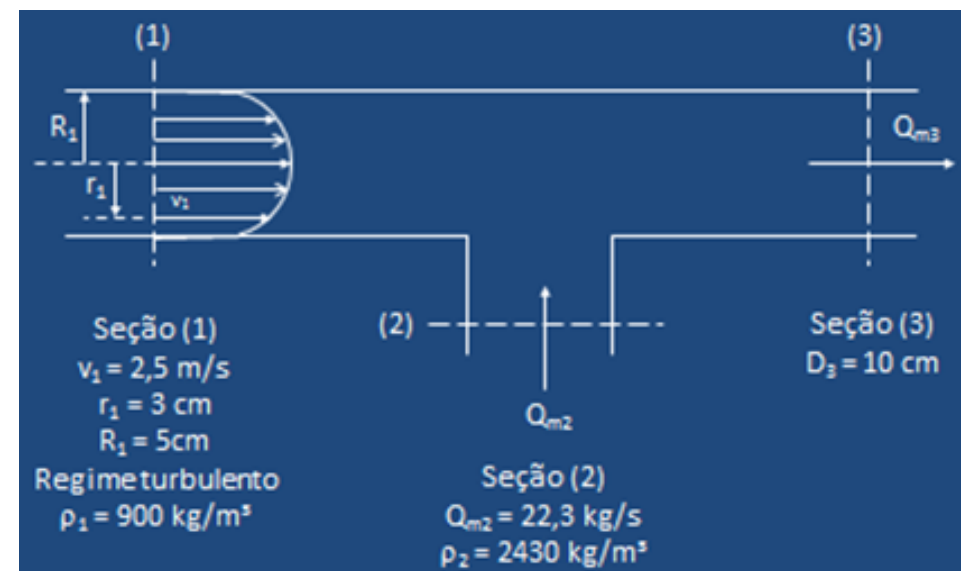
Vamos aplicá-las no exercício!

Exercício 77: No trecho a seguir na seção 1 o ar tem uma velocidade igual a 75 m/s. Calcule: a vazão em volume em 1; a vazão em massa e a velocidade média na seção 2.



Exercício 78: Para a tubulação representada a seguir pede-se: a vazão em massa na seção (1) e a massa específica em (3) para que a mistura formada seja considerada homogênea.

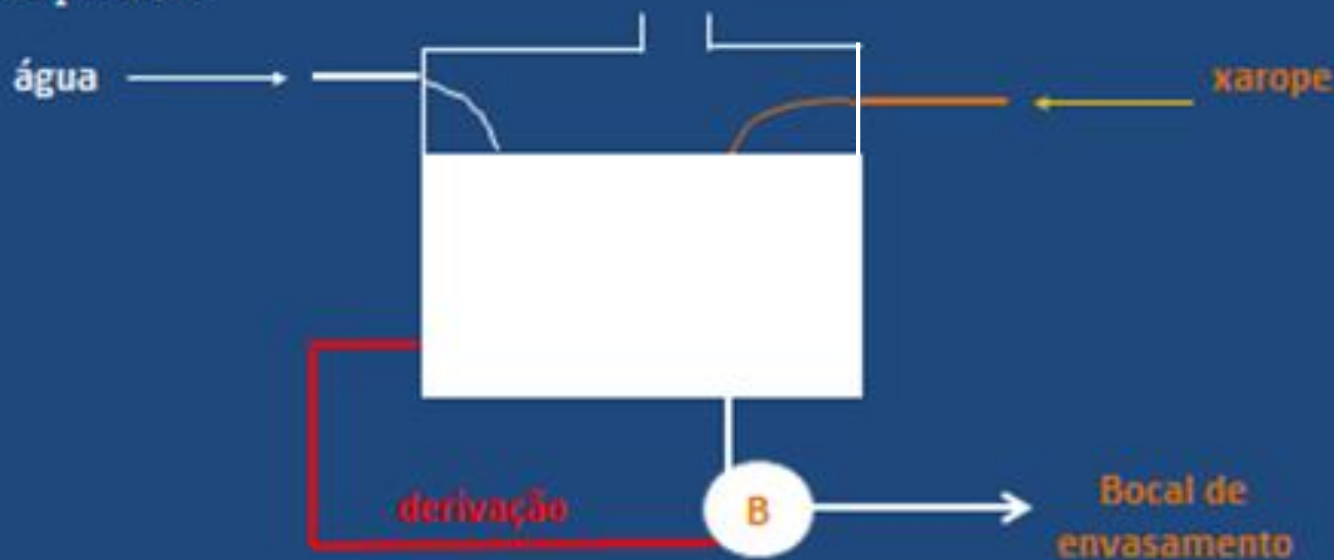
<https://www.youtube.com/watch?v=TabGwVD1yck>



Exercício 80:

O reservatório da figura, que se mantém a nível constante, é utilizado para preparar e engarrafar um produto que é constituído por um xarope diluído em água. O xarope tem viscosidade alta e assim, o escoamento é laminar no seu conduto de entrada de diâmetro 20 mm, onde a velocidade máxima é 3,18 m/s. O bocal de envasamento enche 200 garrafas de 750 mL com o produto em 1 minuto, alimentado por uma bomba que tem um conduto de derivação com o reservatório. No conduto de entrada da bomba de diâmetro de 40 mm, o escoamento é turbulento e tem velocidade de 2,3 m/s a 8 mm de distância da parede do conduto. Posto isto, determinar:

1. a vazão na derivação e o sentido do escoamento que deve ser indicado na figura;
2. a relação entre as vazões de xarope e água, ou seja, a que representa a composição do produto.



<https://www.youtube.com/watch?v=vFcb1ZOQqE> ou

<https://www.youtube.com/watch?v=5xTIZKoQKkM>