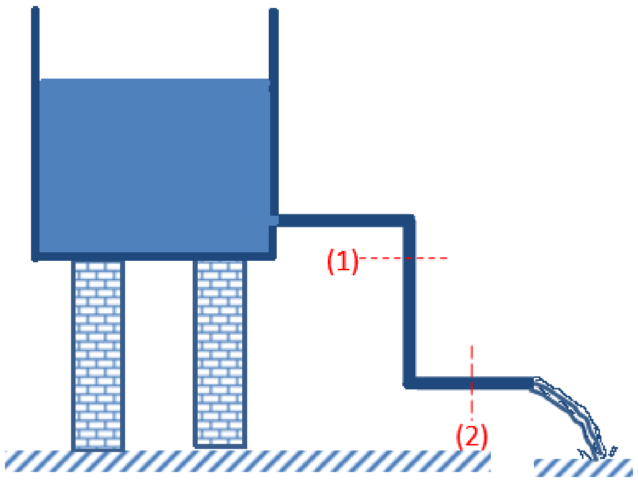

Capítulo 4: Equação da energia para um escoamento em regime permanente

4.1. Introdução

Evocando o conceito de escoamento incompressível e em regime permanente para a instalação (vide figura), podemos afirmar que não existe acúmulo nem falta de massa entre as seções (1) e (2), portanto, a massa que entra em (1), m_1, é igual a massa que saí em (2), m_2, o que possibilita concluir:



$$m_1 = m_2 = cte' \rightarrow (\div t)$$

$$\frac{m_1}{t} = \frac{m_2}{t} = cte$$

$$Q_{m1} = Qm_2$$

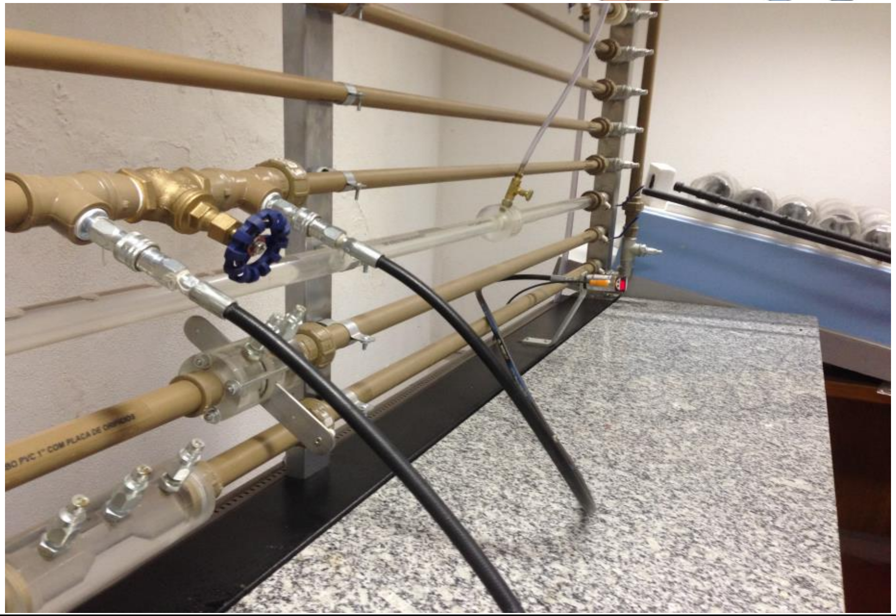
$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 \rightarrow \rho_1 = \rho_2$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$\therefore Q_1 = Q_2 = cte$$

Foi feito um balanço de massa entre as seções (1) e (2)

Por outro lado, sabemos que está associado ao deslocamento de massa um deslocamento de energias e no capítulo 4 estudamos o balanço destas energias entre duas seções do escoamento.

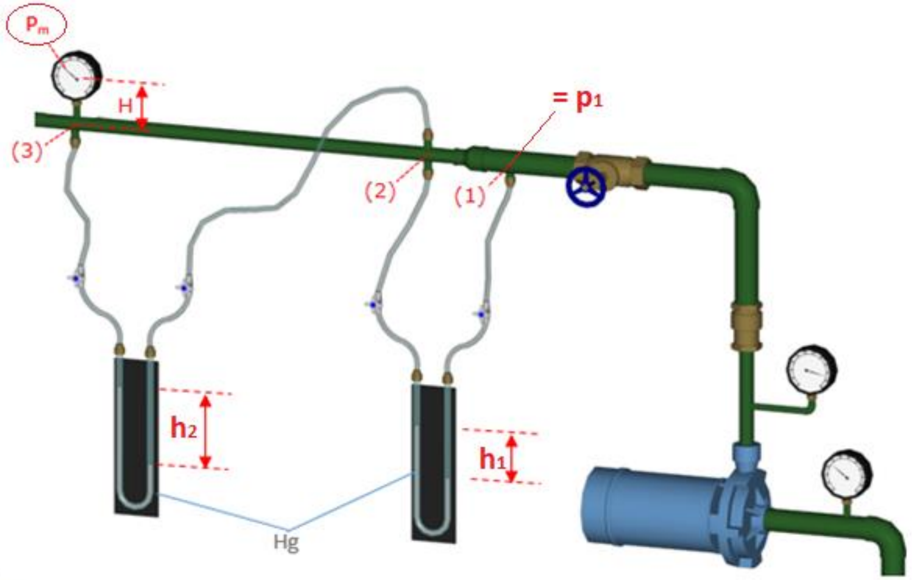



O balanço de energias me lembra:

Antoine Laurent Lavoisier
(1743-1794)
Na Natureza nada se cria e nada se perde, tudo se transforma".
O balanço de energias me lembra:
Joule (1818 – 1888) foi o responsável pela formação das bases para a lei da conservação da energia


O balanço de massa (equação da continuidade) associado ao balanço de energia (equação da energia) permite resolver inúmeros problemas práticos de instalações hidráulicas, ...
Mas para isso, precisamos saber quais as energias existentes nas seções do escoamento considerado!

4.2. Tipos de energias mecânicas observadas em um escoamento incompressível e em regime permanente.

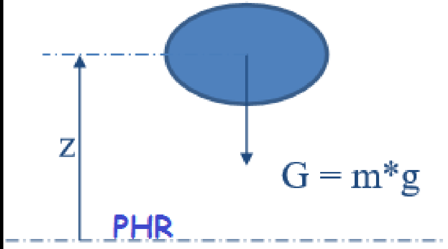


Para o escoamento ser considerado incompressível, é fundamental que ocorra em um processo isotérmico, isto implica em considerar as energias termodinâmicas constantes, portanto no balanço de energias entre duas seções do escoamento, as energias termodinâmicas desaparecem, o que nos leva a considerar somente as energias mecânicas.

4.2.1. Energia potencial de posição, ou energia potencial gravitacional – Ep

É a energia do fluido devido à sua posição no campo da gravidade (figura 25) em relação a um plano horizontal de referência (PHR); esta energia é medida pelo potencial de realização de trabalho do fluido.

TRABALHO = FORÇA X DESLOCAMENTO



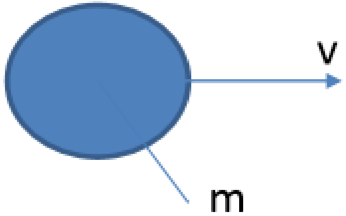
$$W = G \times z$$

$$W = m \times g \times z$$

$$W = Ep$$

4.2.2. Energia cinética – EC

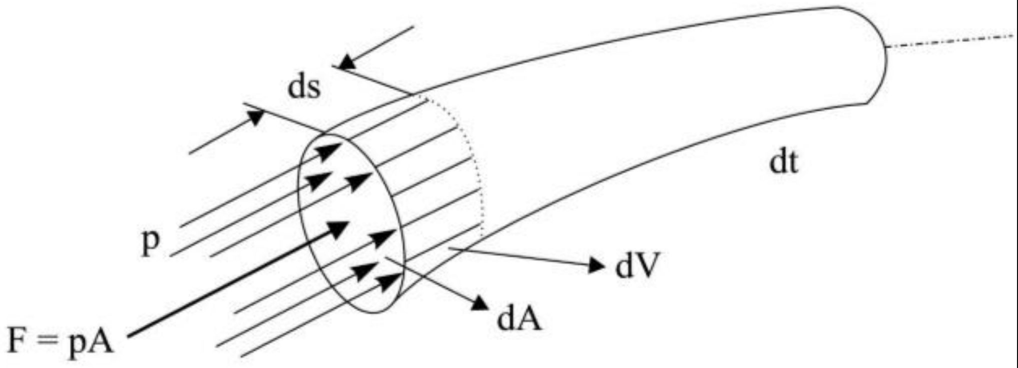
É a energia originada pelo movimento, e isto nos leva a considerar que ela está relacionada com a massa e com a velocidade.



$$Ec = \frac{m \times v^2}{2}$$

4.2.3. Energia potencial de pressão – Eppr

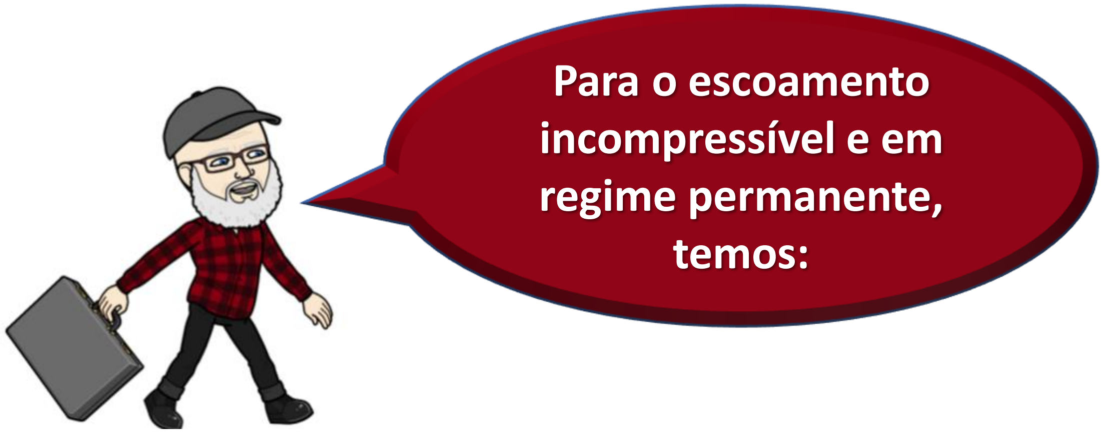
Corresponde ao trabalho potencial das forças de pressão que atuam no escoamento do fluido.



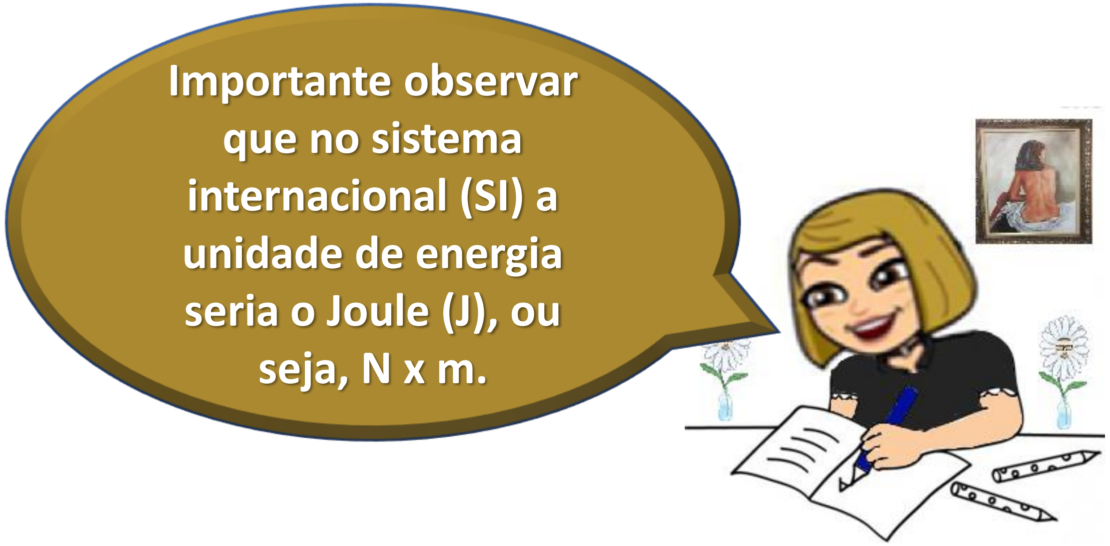
$$dW = F \times ds = p \times A \times ds = p \times dV$$

$$\therefore W = Eppr = \int_V p \times dV$$

4.2.4. Energia mecânica total – E



$$E = m \times g \times z + \int_V p \times dV + \frac{m \times v^2}{2}$$



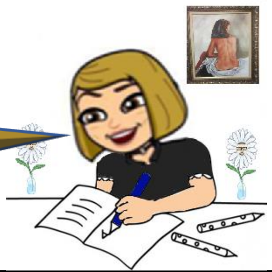
O problema anterior é resolvido introduzindo um novo conceito:

4.3. Carga Hidráulica – H

A carga hidráulica (H) é definida como a energia por unidade de peso, isto a leva a ter como unidade uma unidade de comprimento, por exemplo o metro, unidade facilmente visualizada.

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{G}} \Rightarrow [\mathbf{H}] = \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{L}}{\mathbf{F}} = \mathbf{L}$$

Fácil mesmo de ser visualizada!



4.4. Equação de Bernoulli

Daniel Bernoulli matemático e físico suíço é o responsável pelo seu desenvolvimento e para compreendê-la adotaremos algumas hipóteses, as quais serão eliminadas pouco a pouco em aplicações futuras.

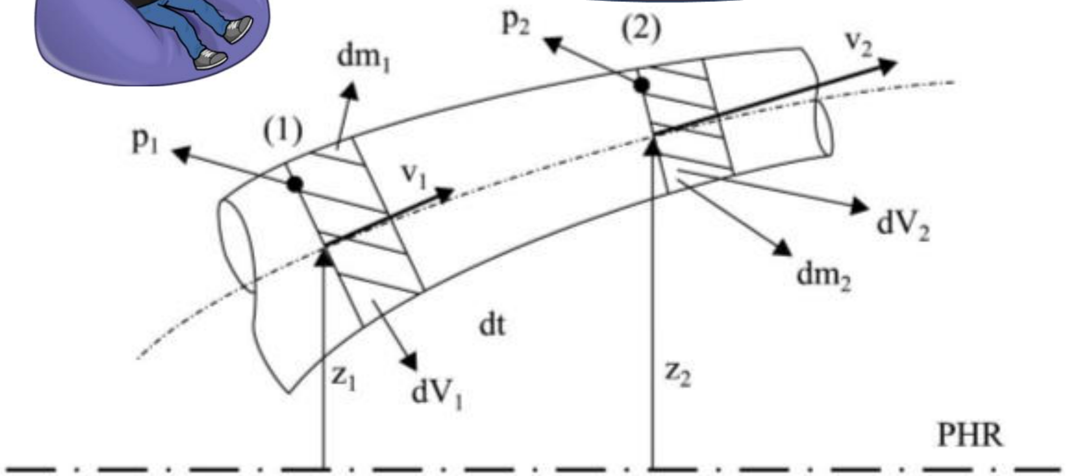
Hipóteses adotadas:

- escoamento considerado incompressível;
- escoamento considerado em regime permanente;
- escoamento de um fluido ideal, ou seja, aquele que tem viscosidade nula ($\mu = 0$), o que garante a não existência de perda de energia;

Hipóteses adotadas (cont.):

- propriedades com distribuição uniforme nas seções do escoamento;
- escoamento sem troca de calor;
- escoamento sem presença de máquina hidráulica, ou seja, dispositivo que fornece ou retira energia do fluido.

Consideramos as hipóteses anteriores na figura, que representa um trecho de uma instalação hidráulica.



Como o escoamento é de um fluido ideal e sem a presença de máquina hidráulica, temos:

$$dE_1 = dE_2$$

$$dm_1 \times g \times z_1 + p_1 \times dV_1 + \frac{dm_1 \times v_1^2}{2} = dm_2 \times g \times z_2 + p_2 \times dV_2 + \frac{dm_2 \times v_2^2}{2}$$

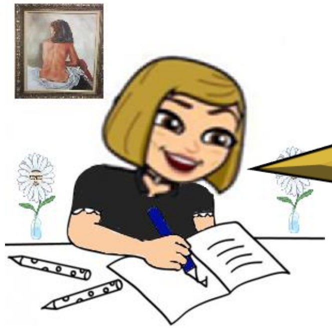
Evocando o conceito de massa específica, temos:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dV = \frac{dm}{\rho}$$

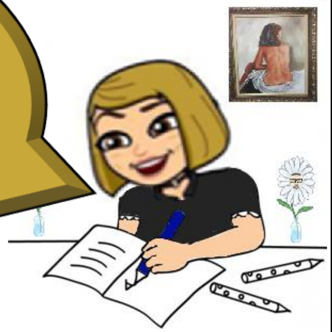
$$dm_1 \times g \times z_1 + p_1 \times \frac{dm_1}{\rho_1} + \frac{dm_1 \times v_1^2}{2} = dm_2 \times g \times z_2 + p_2 \times \frac{dm_2}{\rho_2} + \frac{dm_2 \times v_2^2}{2}$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho = cte \mapsto dm_1 = dm_2 = dm = cte$$

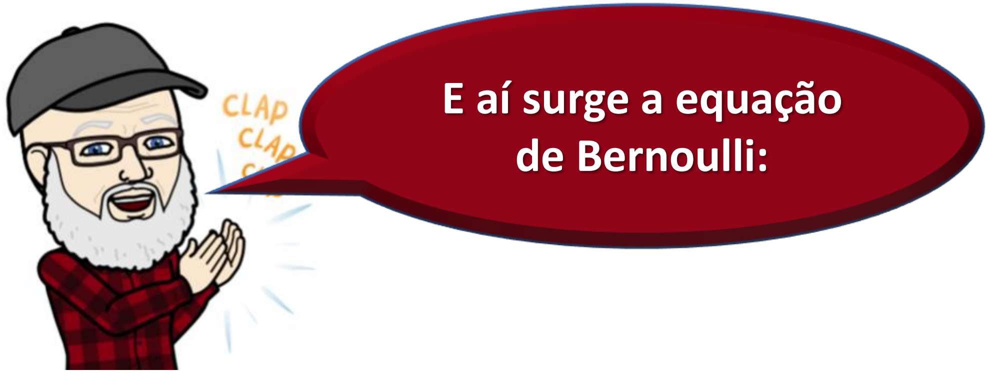
$$\therefore dm \times g \times z_1 + p_1 \times \frac{dm}{\rho} + \frac{dm \times v_1^2}{2} = dm \times g \times z_2 + p_2 \times \frac{dm}{\rho} + \frac{dm \times v_2^2}{2}$$



$$g \times z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = g \times z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$



$$\frac{g \times z_1}{g} + \frac{p_1}{\rho \times g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{g \times z_2}{g} + \frac{p_2}{\rho \times g} + \frac{v_2^2}{2g}$$



$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$H_1 = H_2$$

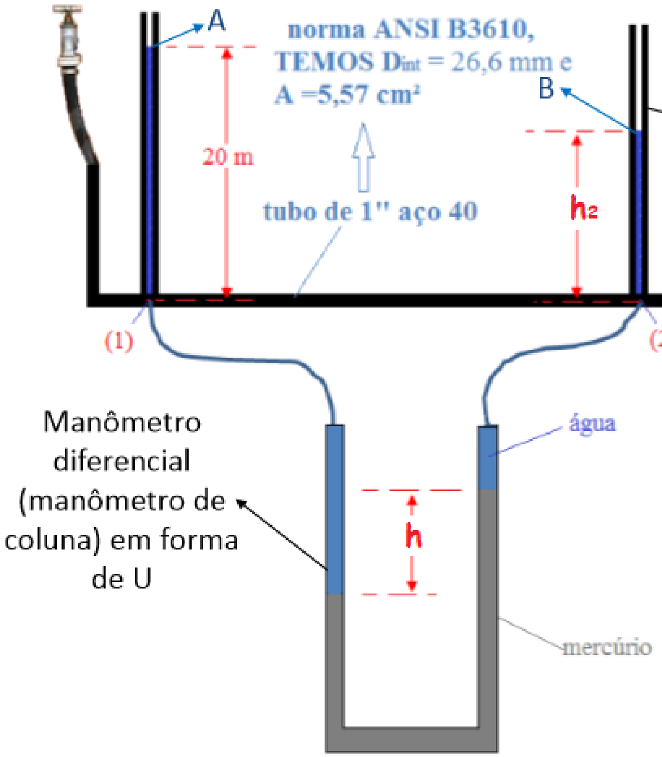
$$z \rightarrow \text{carga potencia de posição} \rightarrow [z] = L$$

$$\frac{p}{\gamma} \rightarrow \text{carga de pressão} \rightarrow \left[\frac{p}{\gamma}\right] = L$$

$$\frac{v^2}{2g} \rightarrow \text{carga cinética} \rightarrow \left[\frac{v^2}{2g}\right] = L$$

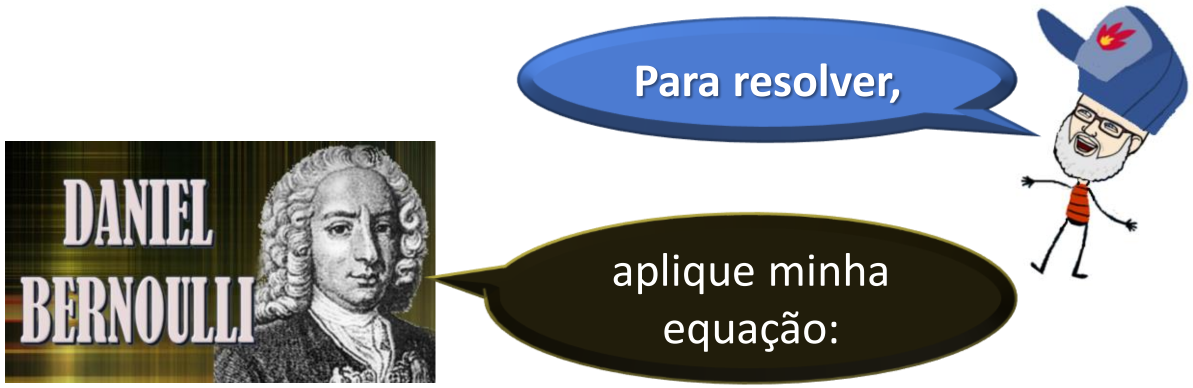
$$H \rightarrow \text{carga total} \rightarrow [H] = L$$

Exercício 96: Considerando o trecho da instalação representado abaixo, pede-se calcular a carga de pressão na seção (2) e o desnível h do mercúrio utilizado no manômetro diferencial em forma de U. Resolva considerando as hipóteses estabelecidas para a equação de Bernoulli.



Dados: $g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$

$\rho_{água} = 1000 \frac{kg}{m^3}$; $\rho_{Hg} = 13600 \frac{kg}{m^3}$



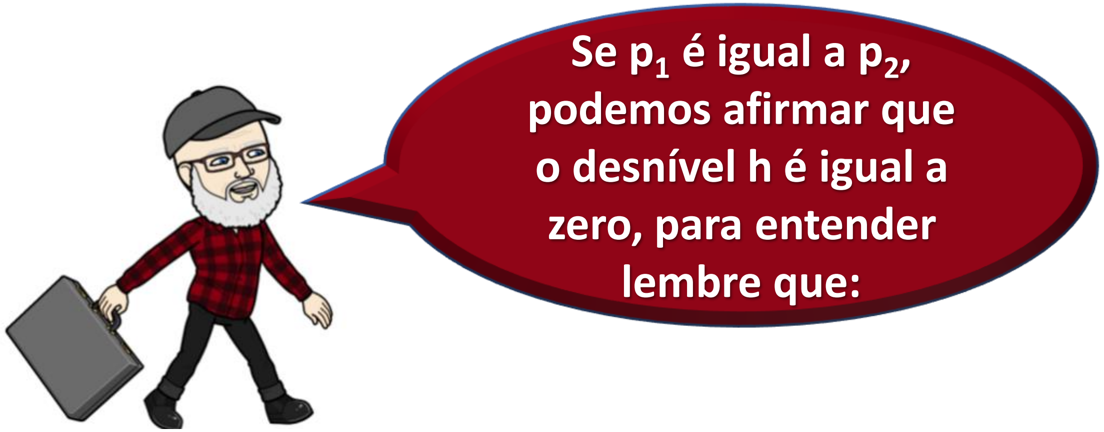
$$H_1 = H_2$$

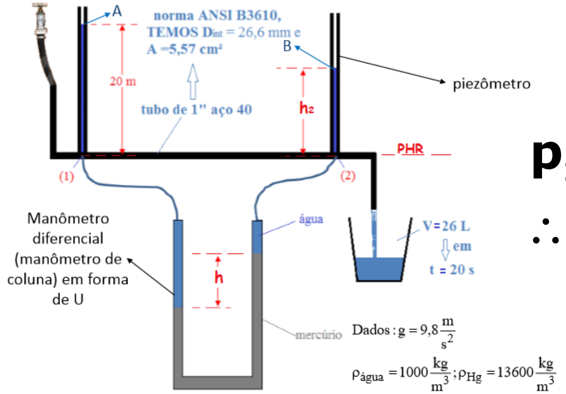
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$z_1 = z_2$, pois ambos pertencem ao plano horizontal de referência o PHR;

$v_1 = v_2$, pois a área da tubulação é constante e quando isto ocorre $Q_1 = Q_2$, ou seja: $v_1A_1 = v_2A_2$, portanto:

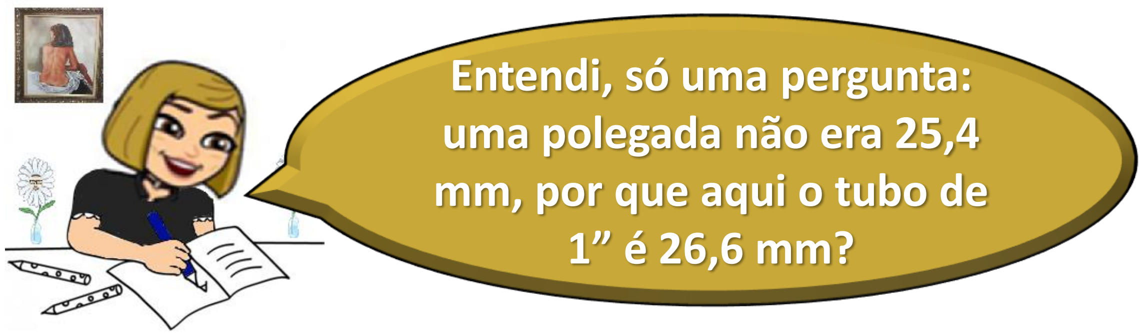
$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} = h_2 = 20m$$

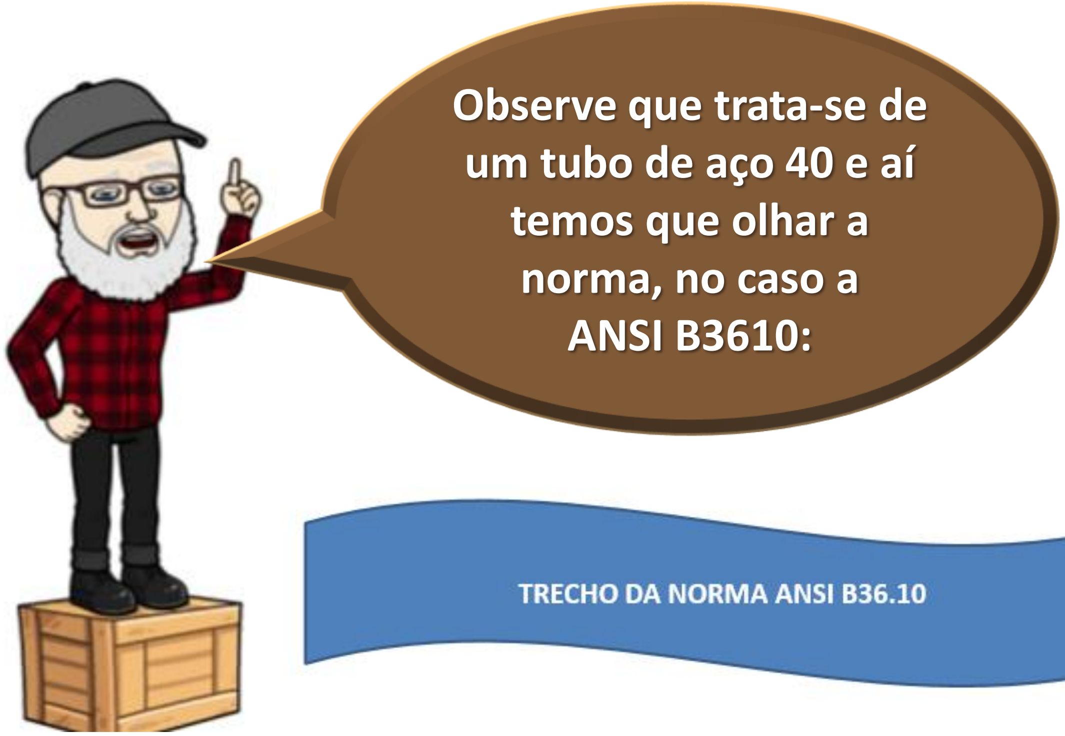




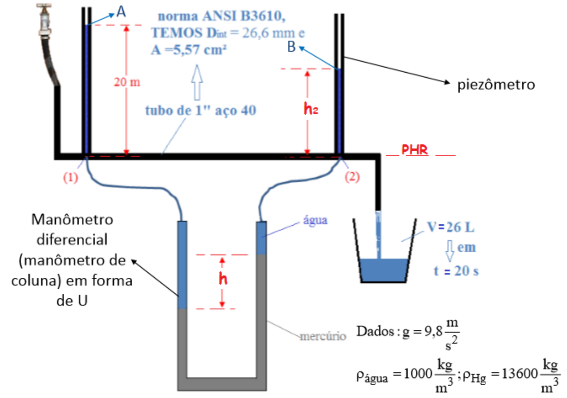
$$p_1 - p_2 = h \times (\gamma_m - \gamma)$$

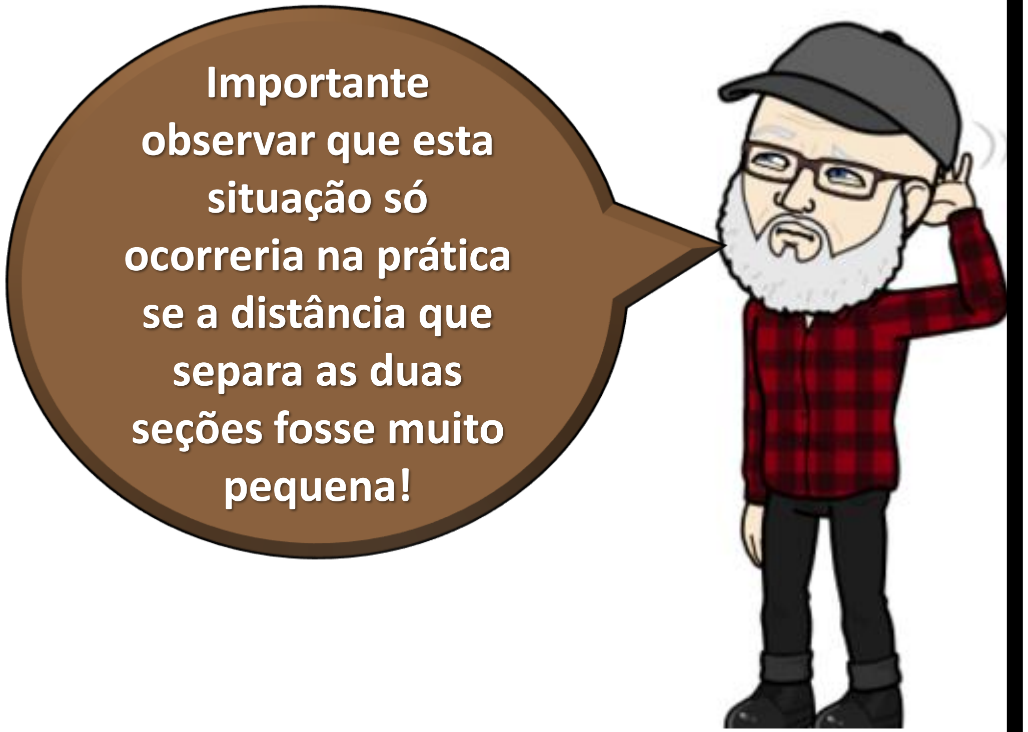
$$\therefore 0 = h \times (\gamma_m - \gamma) \rightarrow h = 0$$



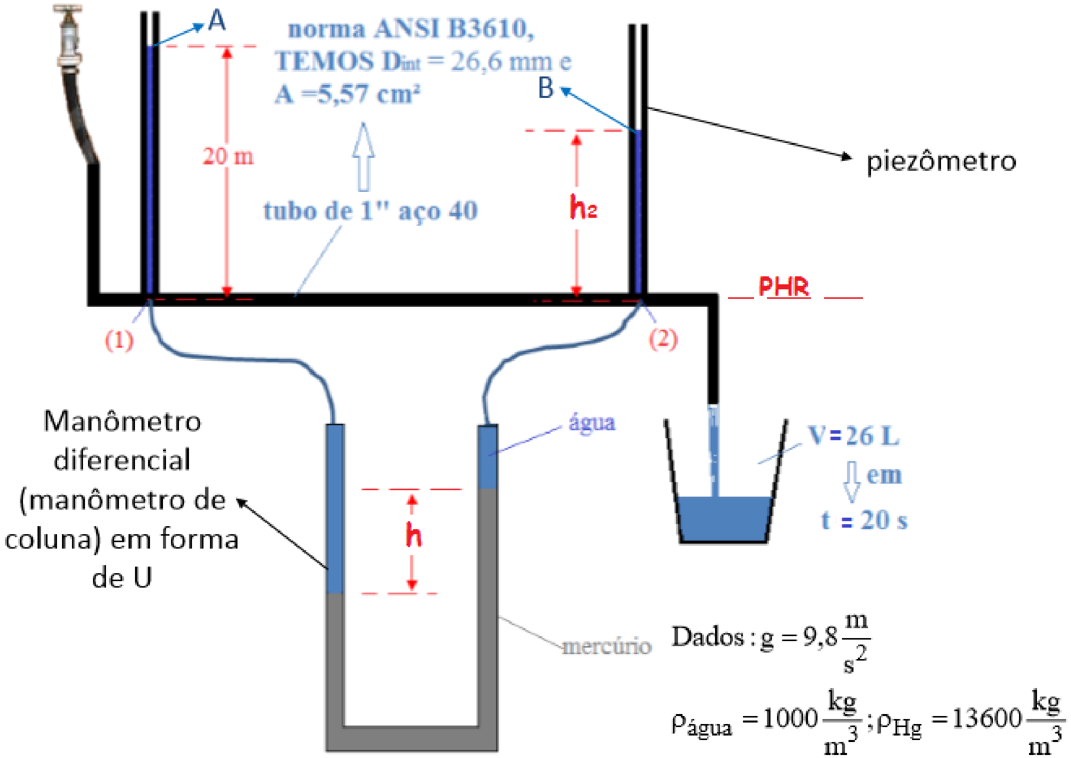


Diâmetro nominal (pol) -- Diâmetro externo (mm)	Designação de espessura. (v. Nota 2)	Espessura de parede (mm) (v. Nota 3)	Diâmetro interno (mm)	Área da seção livre (cm^2)	Área da seção de metal (cm^2)	Superfície externa (m^2/m)	Peso aproximado (kg/m) Tubo vazio (Nota 5)	Peso aproximado (kg/m) Conteúdo de água	Moment o de inércia (cm^4)	Momento resistente (cm^3)	Raio de giração (cm)
¼ -- 13,7	10S Std, 40, 40S XS, 80, 80S	1,65 2,23 3,02	10,4 9,2 7,7	0,85 0,67 0,46	0,62 0,81 1,01	0,043	0,49 0,62 0,79	0,085 0,067 0,046	0,116 0,138 0,157	0,169 0,202 0,229	0,430 0,413 0,393
1 -- 33	Std, 40, 40S XS, 80, 80S 160 XXS	3,37 4,55 6,35 9,09	26,6 24,3 20,7 15,2	5,57 4,64 3,37 1,82	3,19 4,12 5,39 6,94	0,105	2,50 3,23 4,23 5,44	0,56 0,46 0,34 0,18	2,64 4,40 5,21 5,85	2,18 2,63 3,12 3,50	1,07 1,03 0,98 0,92
1¼	Std, 40, 40S	3,56	35	9,65	4,32	0,132	3,38	0,96	8,11	3,85	1,37





Exercício 97: Para o exercício anterior sabendo que a viscosidade cinemática da água é igual a 10^{-6} m²/s, pede-se especificar a vazão em massa, a vazão em peso e o tipo de escoamento observado.



$$Q = \frac{V}{t} = \frac{26}{20} = 1{,}3\frac{L}{s} = 1{,}3 \times 10^{-3}\frac{m^3}{s}$$

$$Q_m = \rho \times Q = 1000 \times 1{,}3 \times 10^{-3} = 1{,}3\frac{kg}{s}$$

$$Q_G = g \times Q_m = 9{,}8 \times 1{,}3 = 12{,}74\frac{N}{s}$$

$$Q = v \times A \therefore 1{,}3 \times 10^{-3} = v \times 5{,}57 \times 10^{-4}$$

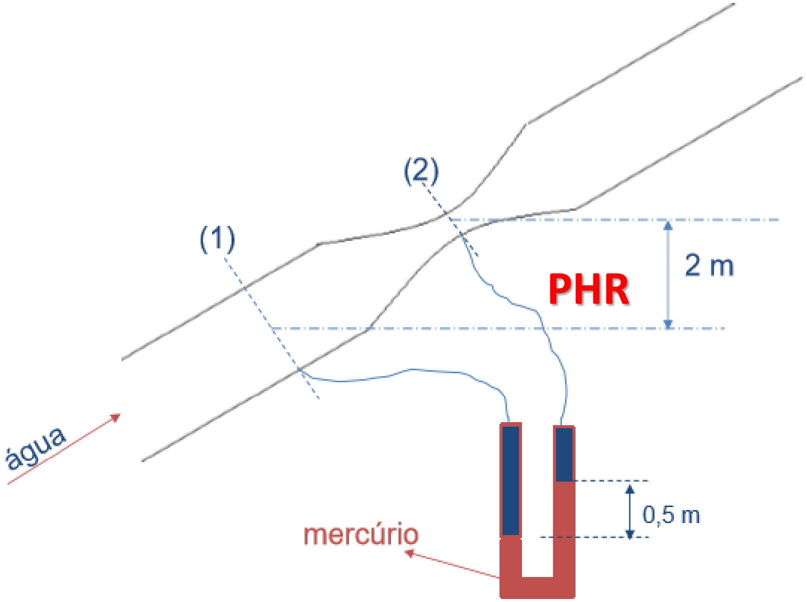
$$v = \frac{1{,}3 \times 10^{-3}}{5{,}57 \times 10^{-4}} \cong 2{,}334\frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{\rho \times v \times D_H}{\mu} = \frac{v \times D_H}{\nu}$$

$$Re = \frac{2{,}334 \times 26{,}6 \times 10^{-3}}{10^{-6}} = 62084{,}4$$

Como Re é maior que 4000 o escoamento é considerado turbulento.

Exercício 98: Sabendo que o Venturi a seguir opera com as hipóteses estabelecidas para a equação de Bernoulli, pede-se determinar a vazão do escoamento (vazão teórica). São dados: A_1 = 10 cm²; A_2 = 5 cm²; $\gamma_{água}$ = 1000 kgf/m³ e γ_{Hg} = 13600 kgf/m³



Iniciamos aplicando a equação de Bernoulli de (1) a (2) adotando o PHR passando em (1), o que resulta:

$$H_1 = H_2$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$0 + \frac{p_1}{1000} + \frac{v_1^2}{2 \times 9{,}8} = 2 + \frac{p_2}{1000} + \frac{v_2^2}{2 \times 9{,}8}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{1000} = 2 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{19{,}6} \rightarrow (1)$$

Pela equação manométrica de (1) a (2) adotando a origem em (1) resulta:

$$p_1 + 0{,}5 \times 1000 - 0{,}5 \times 13600 - 2 \times 1000 = p_2$$

$$p_1 - p_2 = 8300 \frac{kgf}{m^2} \rightarrow (2)$$

De (2) em (1) resulta:

$$\frac{8300}{1000} = 2 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{19{,}6} \therefore v_2^2 - v_1^2 = 123{,}48 \rightarrow (3)$$

Pela equação da continuidade de (1) a (2) resulta:

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 \therefore v_1 \times 10 = v_2 \times 5$$

$$v_2 = 2v_1 \Rightarrow v_2^2 = 4v_1^2 \rightarrow (4)$$

De (4) em (3) resulta:

$$4v_1^2 - v_1^2 = 123{,}48 \therefore v_1 = \sqrt{\frac{123{,}48}{3}}$$

$$v_1 \cong 6{,}42\,\frac{m}{s}$$

$$Q_1 = v_1 \times A_1 = 6{,}42 \times 10 \times 10^{-4}$$

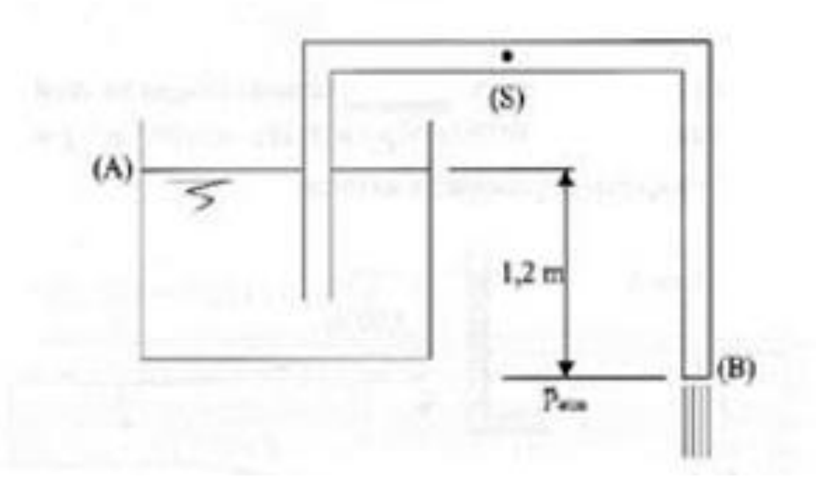
$$Q_1 = 6{,}42 \times 10^{-3}\,\frac{m^3}{s} = 6{,}42\,\frac{L}{s}$$

$$Q_1 = Q_{teórica}$$

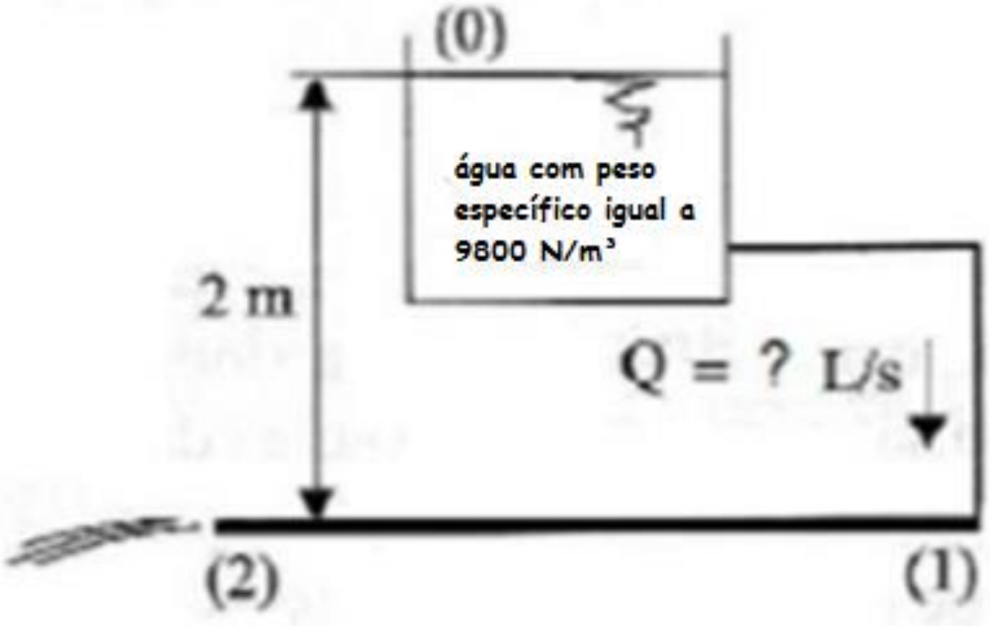
Exercício 99: Considerando que no ponto S do sifão da figura a pressão não deve cair abaixo de 32 kPa (abs) e que o fluido é considerado ideal, calcule:

a. a velocidade média do escoamento;
b. a máxima altura do ponto S em relação a A

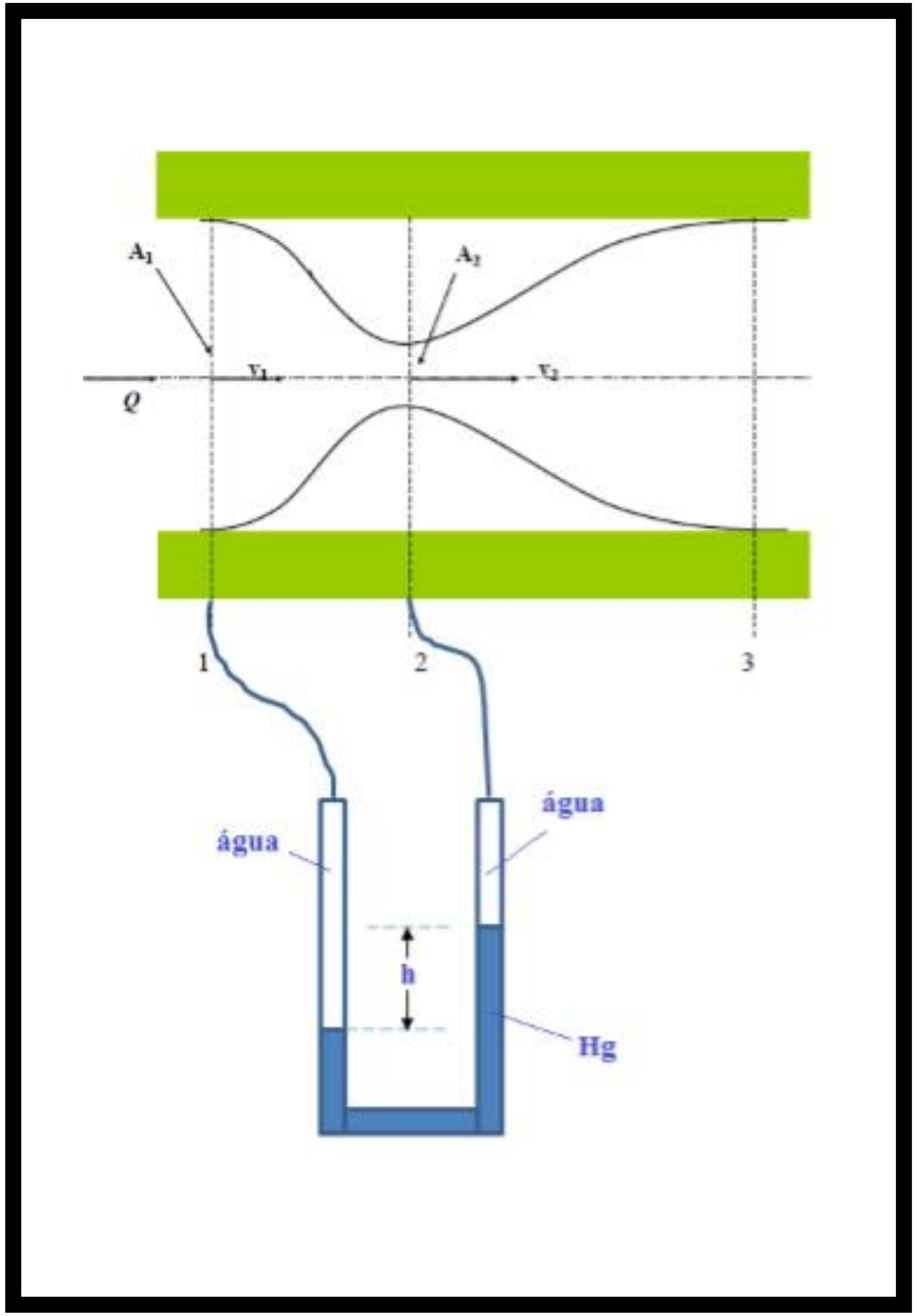
Dados: p_{atm} = 100 kPa; $\gamma_{água}$ = 9800 N/m³.



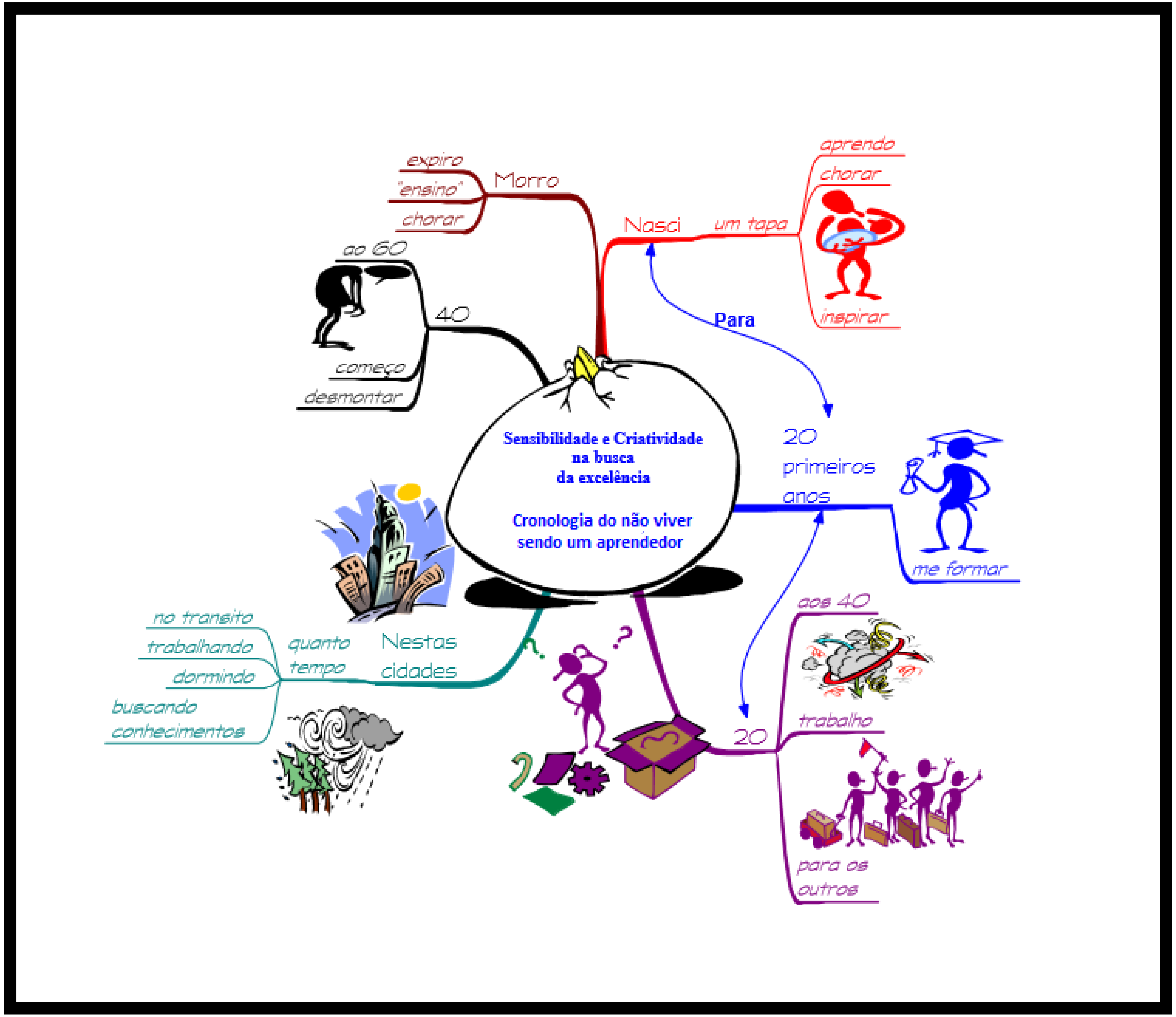
Exercício 100: Para a instalação hidráulica esquematizada a seguir, sabendo que a tubulação é de aço de espessura 40 de D_N = 3” (D_{int} = 77,9 mm e A = 47,7 cm²) e que o fluido é considerado ideal, pede-se determinar a vazão, a vazão em massa e a vazão em peso do escoamento.



Exercício 101: Considerando o venturi (medidor de vazão) representado no próximo slide, sabendo que o diâmetro interno da seção (1) é igual a 40,8 mm (segundo a norma ANSI B3610 para o aço 40 corresponde a um diâmetro nominal de 1,5” e uma área de seção livre (A_1) igual a 13,1 cm²), que o desnível do fluido manométrico ($\rho_m = \rho_{Hg}$ = 13521 kg/m³) é igual a 20 cm, especifique a vazão de escoamento considerando o fluido transportado, no caso a água ($\rho_{água}$ = 998 kg/m³), como sendo ideal. **Dados:** g = 9,8 m/s² e D_2 = 25 mm.



A1
A2
v1
v2
Q
1
2
3
água
água
h
Hg



Sensibilidade e Criatividade
na busca
da excelência
Cronologia do não viver
sendo um aprendedor
Nasci
um tapa
aprendo
chorar
inspirar
Morro
expiro
"ensino"
chorar
40
ao 60
começo
desmontar
Para
20
primeiros
anos
me formar
20
aos 40
trabalho
para os
outros
Nestas
cidades
quanto
tempo
no transito
trabalhando
dormindo
buscando
conhecimentos