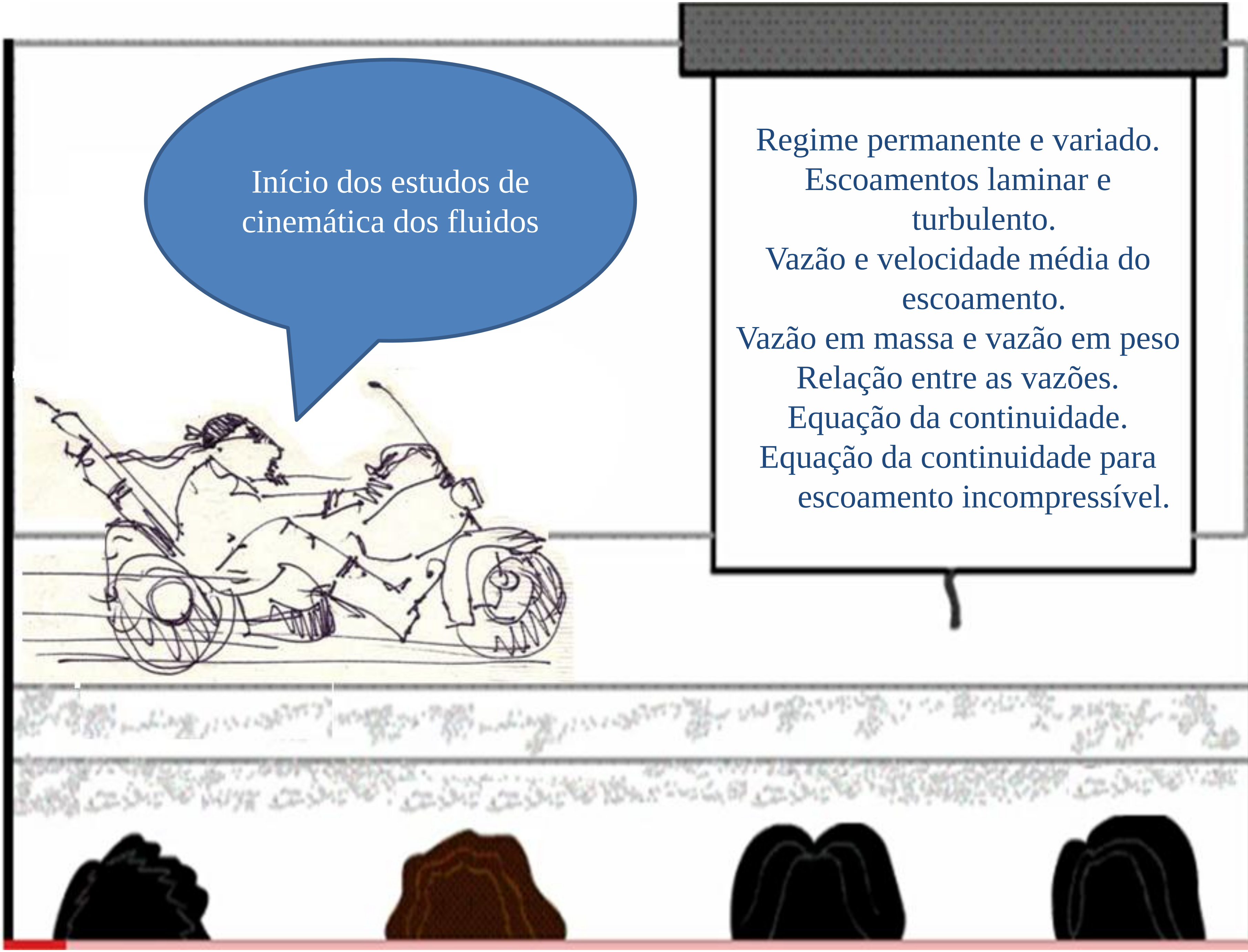
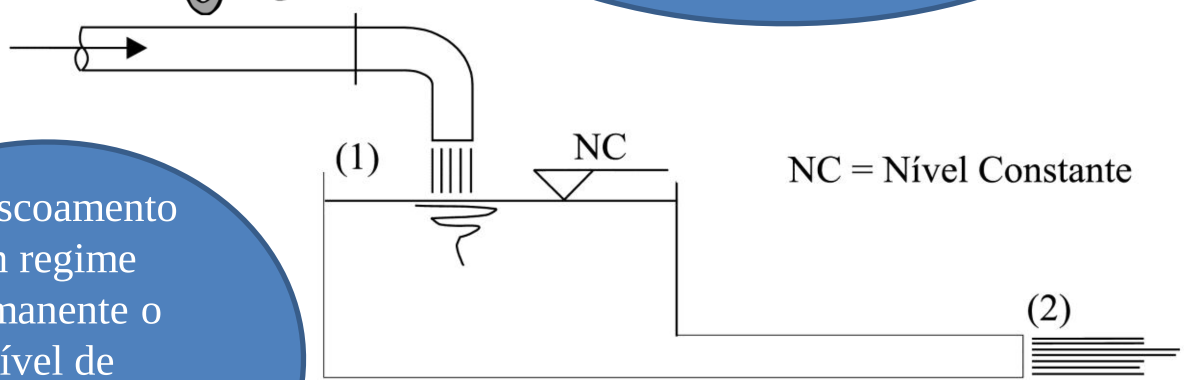
Décima segunda aula de FT

Raimundo (Alemão) Ferreira Ignácio


Início dos estudos de cinemática dos fluidos
Regime permanente e variado.
Escoamentos laminar e turbulento.
Vazão e velocidade média do escoamento.
Vazão em massa e vazão em peso
Relação entre as vazões.
Equação da continuidade.
Equação da continuidade para escoamento incompressível.

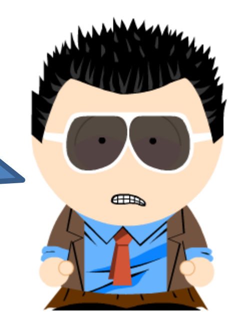
Regime permanente

São os escoamentos onde as propriedades em cada ponto são invariáveis com o tempo, ou seja, o tempo não entra com variável dos estudos realizados.

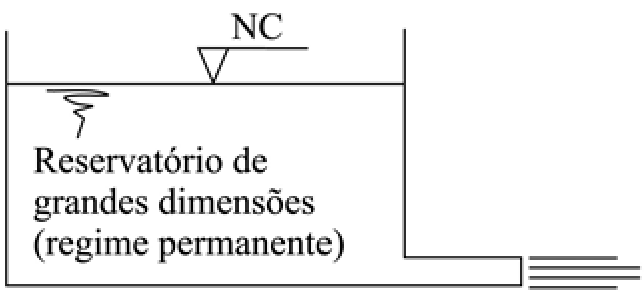


No escoamento em regime permanente o nível de reservatório permanece constante.

Como isto pode ser possível?



O nível do reservatório permanece constante quando:

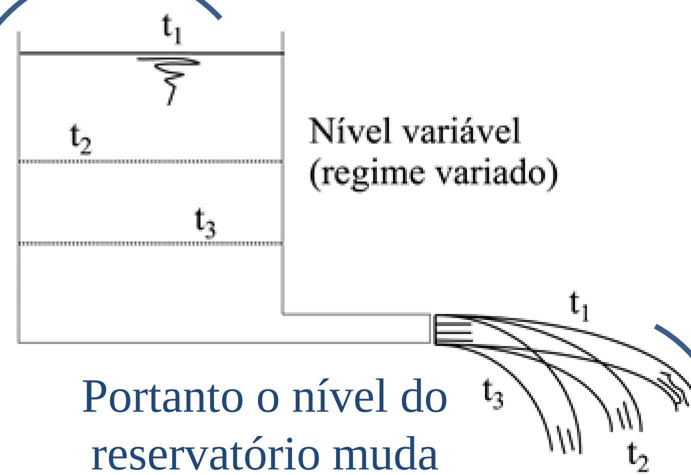


ou

A quantidade de fluido que entra é igual a quantidade de fluido que saí!

Regime variado

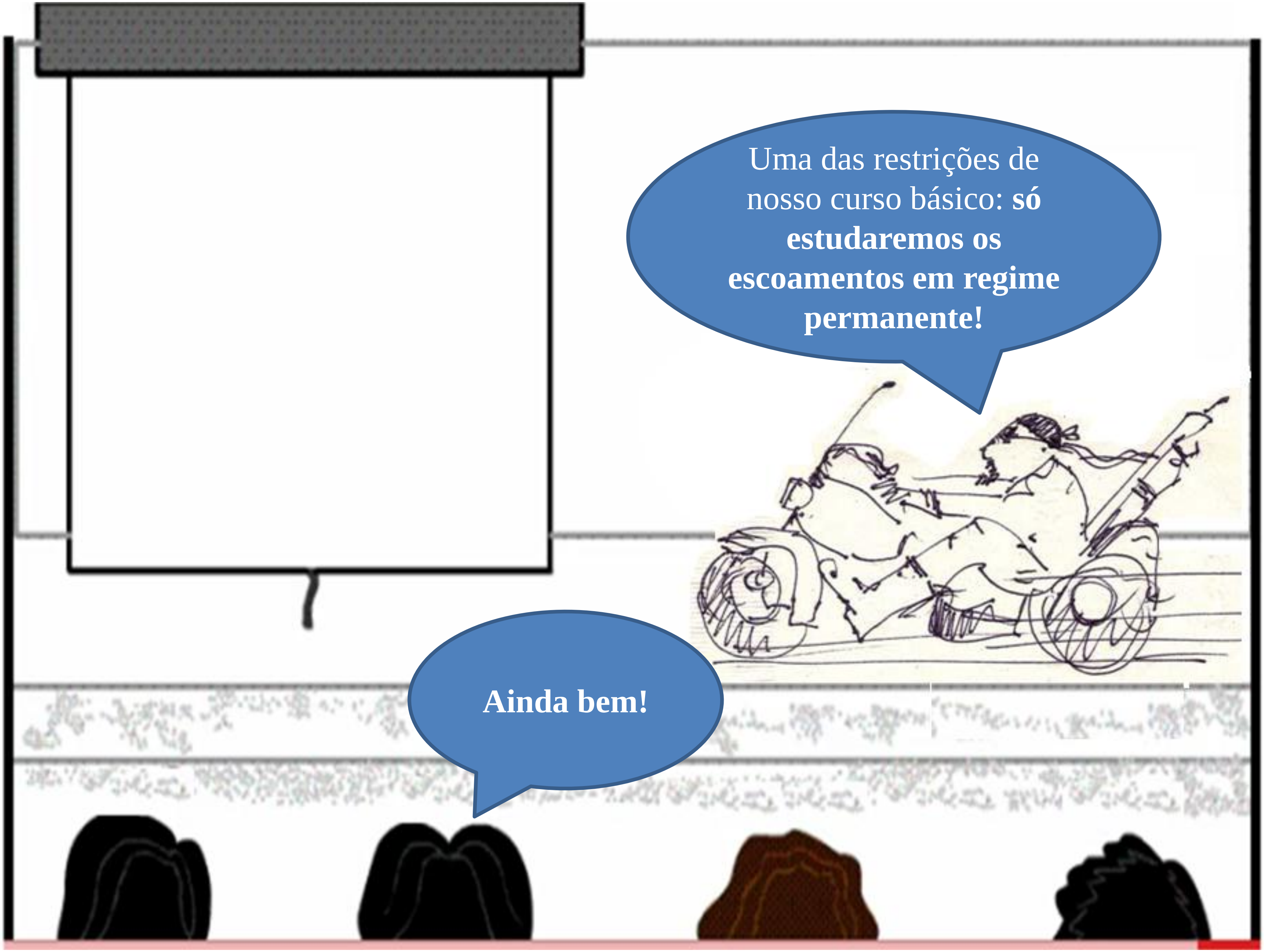
O tempo é uma variável do fenômeno estudado, portanto as propriedades em um ponto do escoamento mudam com o tempo.



Portanto o nível do reservatório muda continuamente com o tempo!

Como equacionamos os estudos neste caso?

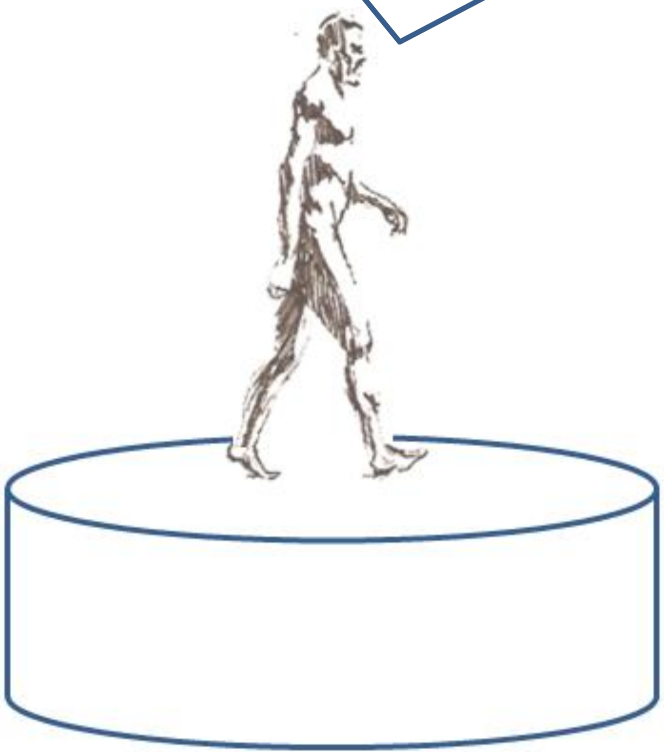

Os estudos ficariam mais complexos!
Equacionamos os regimes variáveis através de equações diferenciais!

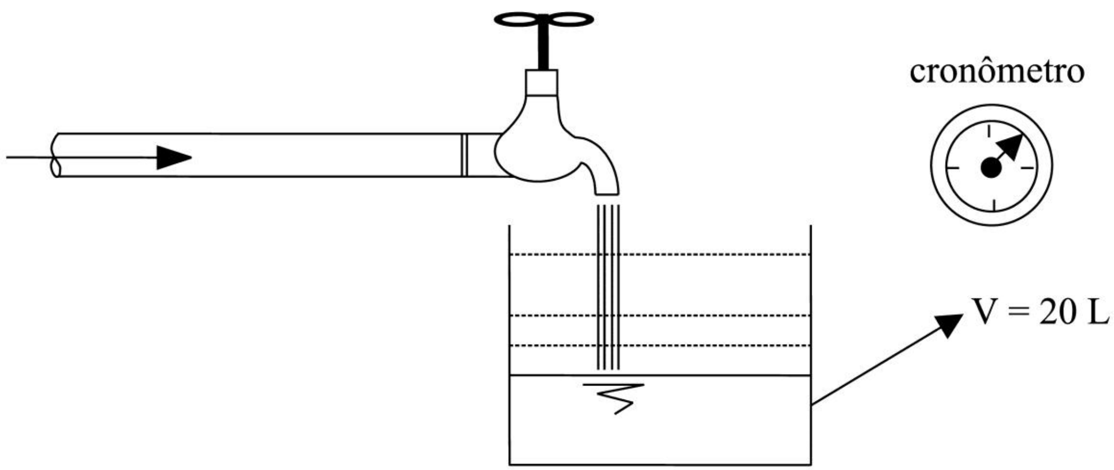

Uma das restrições de nosso curso básico: **só estudaremos os escoamentos em regime permanente!**
Ainda bem!

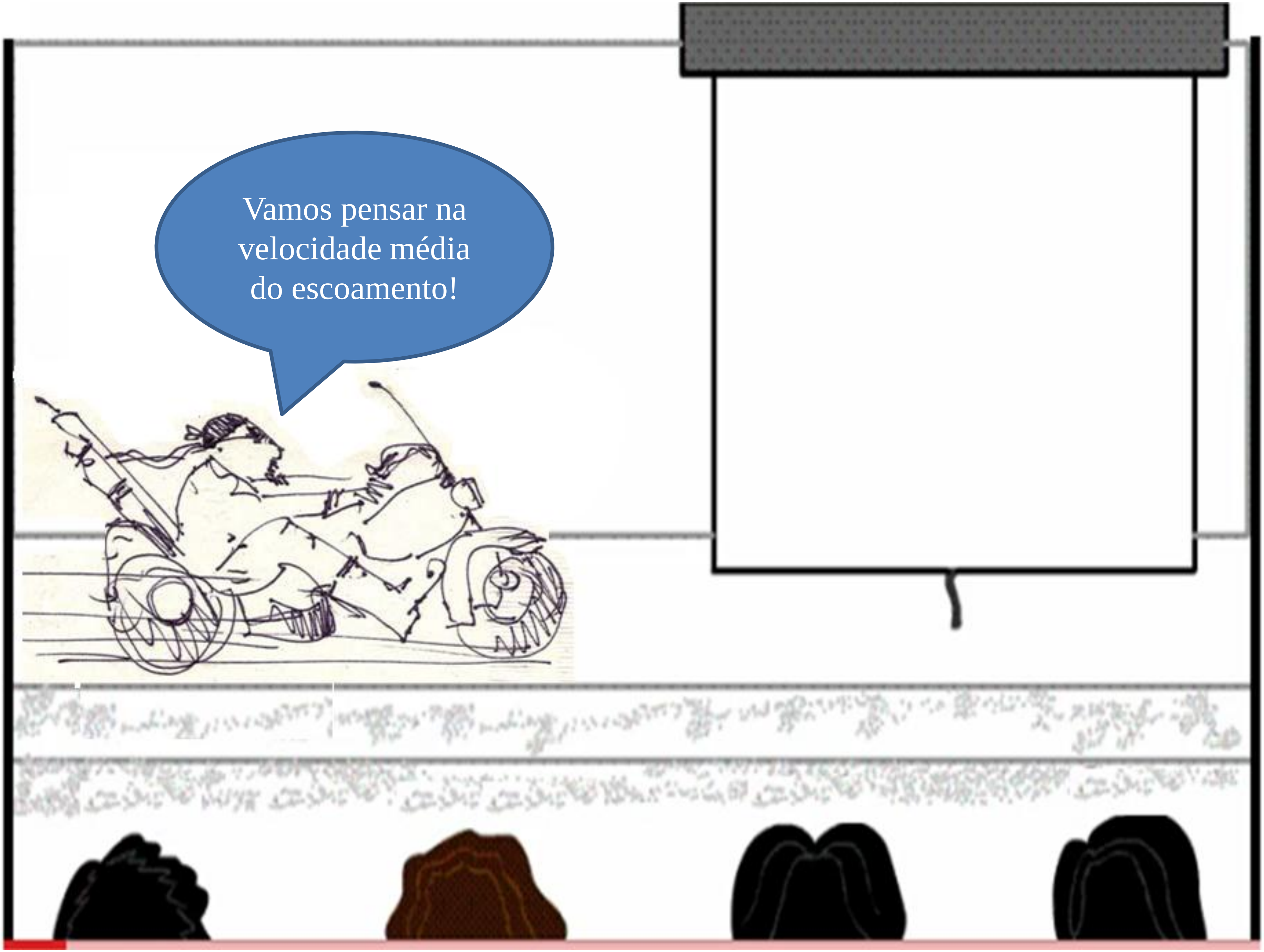
Vazão

Define-se vazão em volume Q como o volume de fluido que atravessa uma certa seção do escoamento por unidade de tempo.

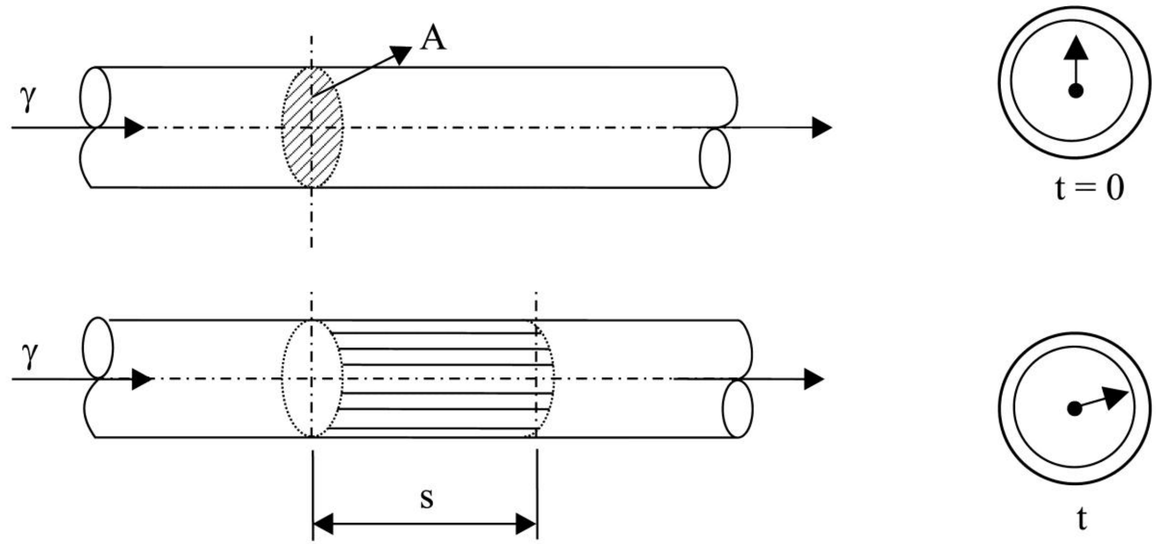
$$Q = \frac{V}{t}$$



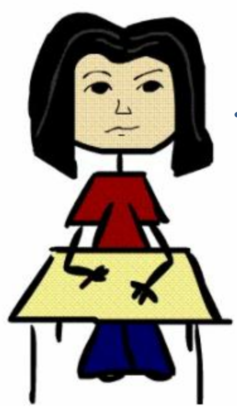



Vamos pensar na velocidade média do escoamento!

Relação entre a vazão e a velocidade do fluido



No intervalo de tempo t, o fluido se desloca através da seção de área A a uma distância s.

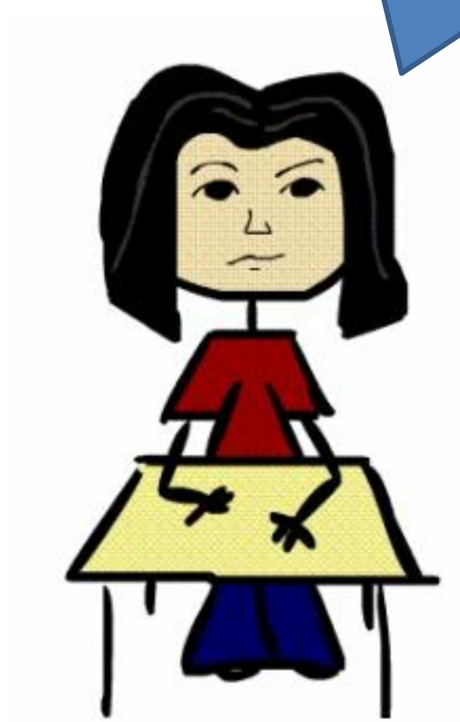


Qual o volume de fluido que atravessa a seção de área A no tempo t considerado?

Será :

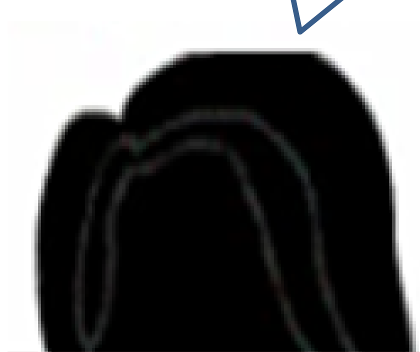
$$V = s \times A$$

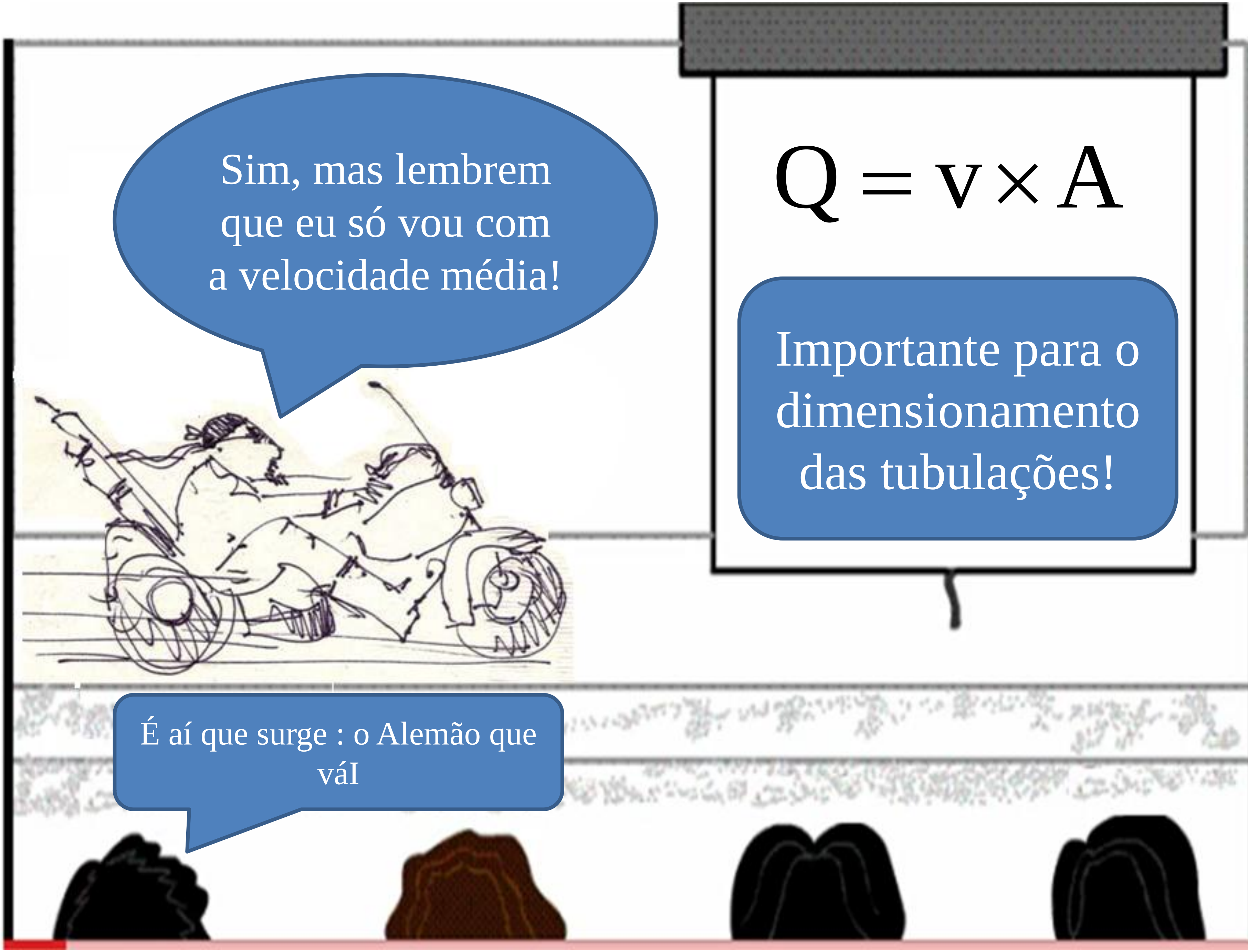
E se considerarmos por unidade de tempo?

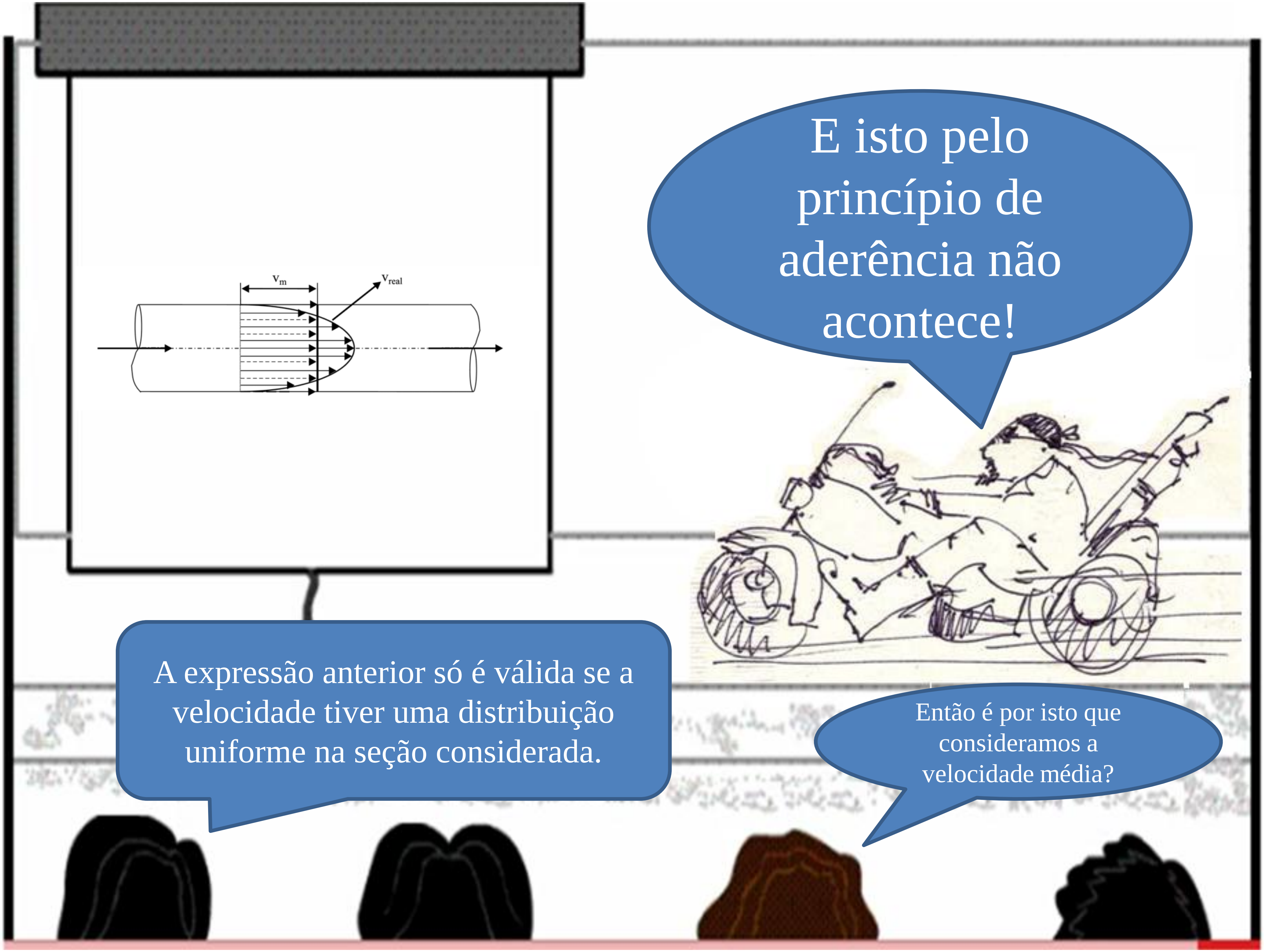


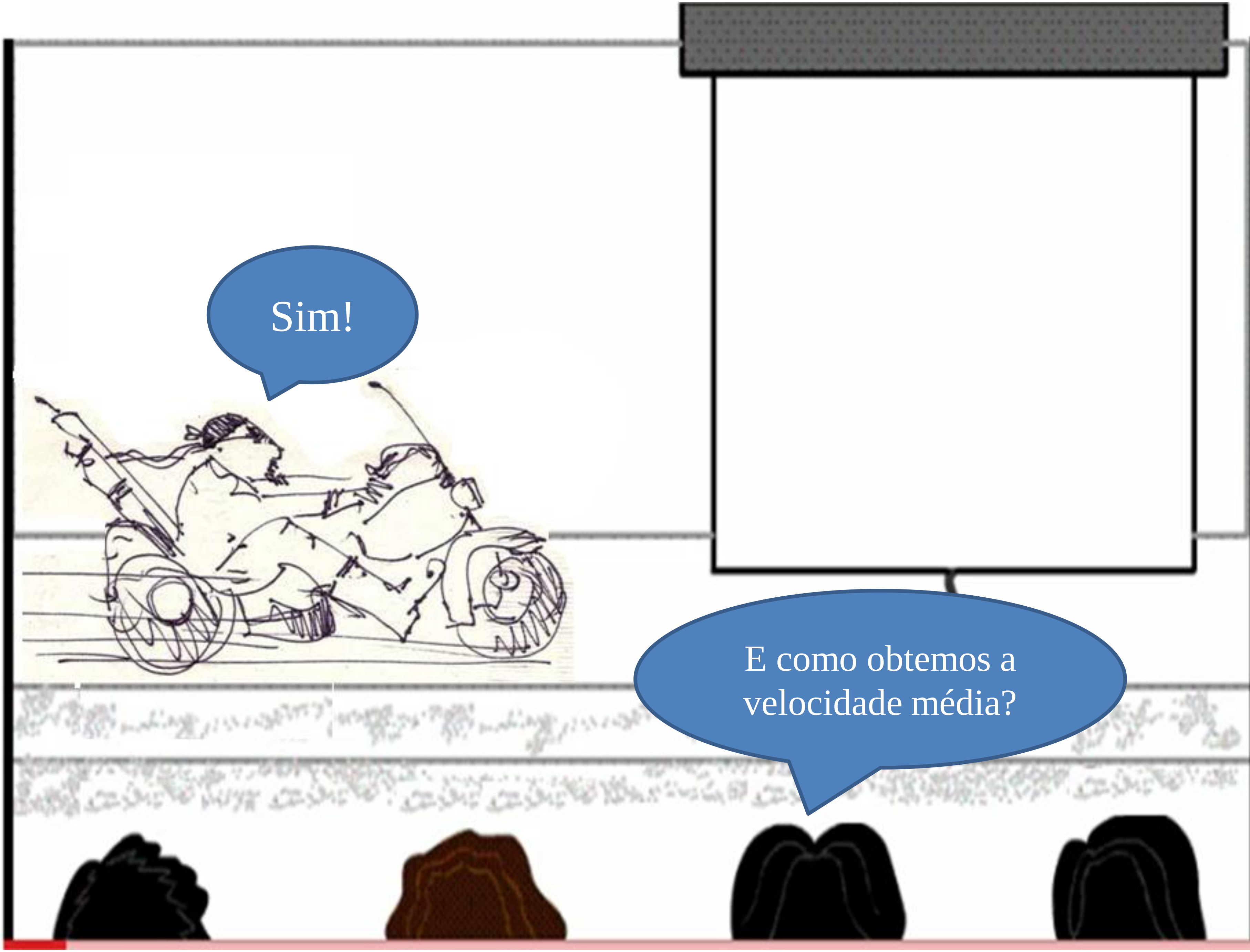
Teremos:

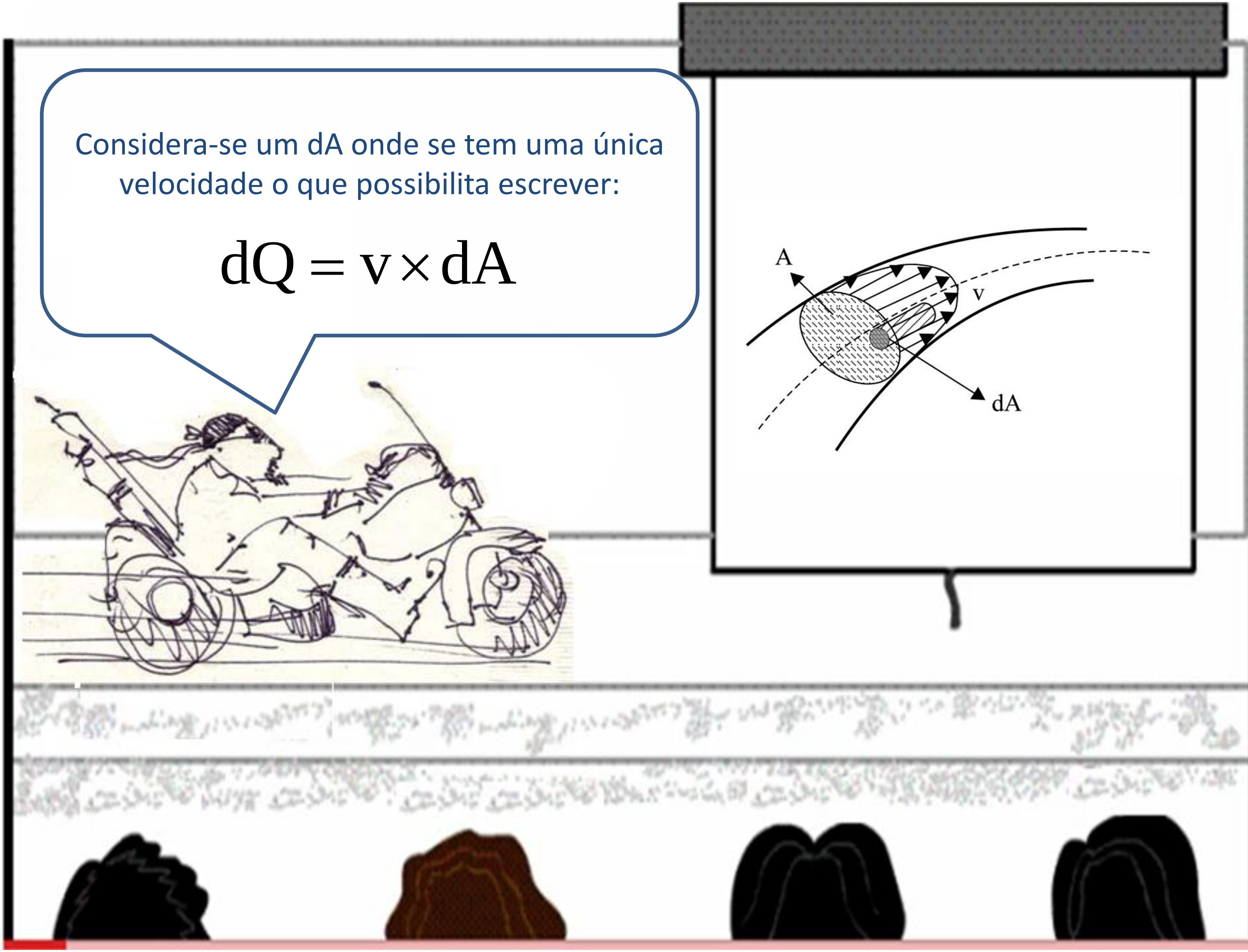
$$\frac{V}{t} = Q = \frac{s \times A}{t} = v \times A$$

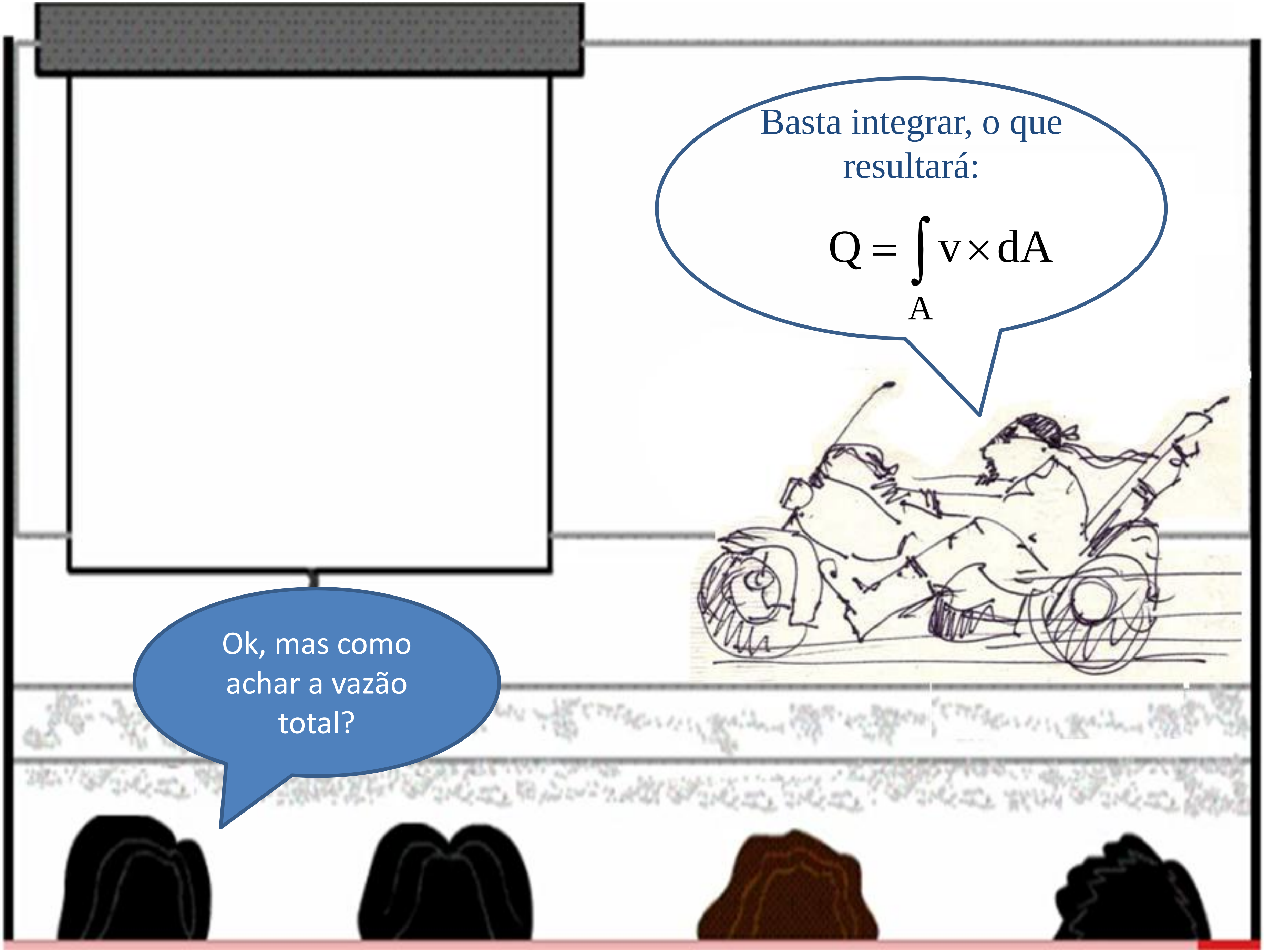


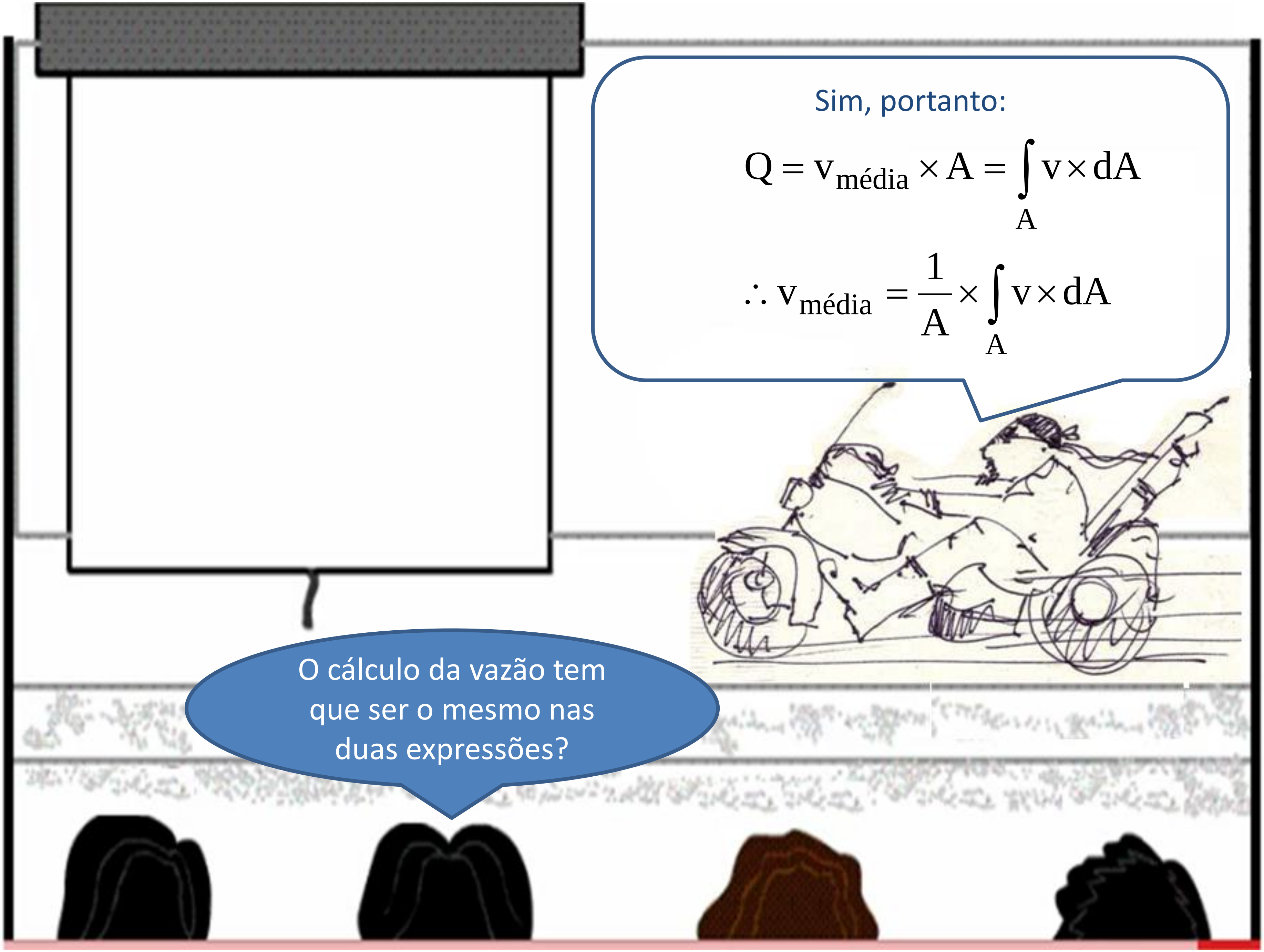

Sim, mas lembrem que eu só vou com a velocidade média!
Q = v × A
Importante para o dimensionamento das tubulações!
É aí que surge : o Alemão que váI


v_m
v_{real}
E isto pelo princípio de aderência não acontece!
A expressão anterior só é válida se a velocidade tiver uma distribuição uniforme na seção considerada.
Então é por isto que consideramos a velocidade média?


Sim!
E como obtemos a velocidade média?

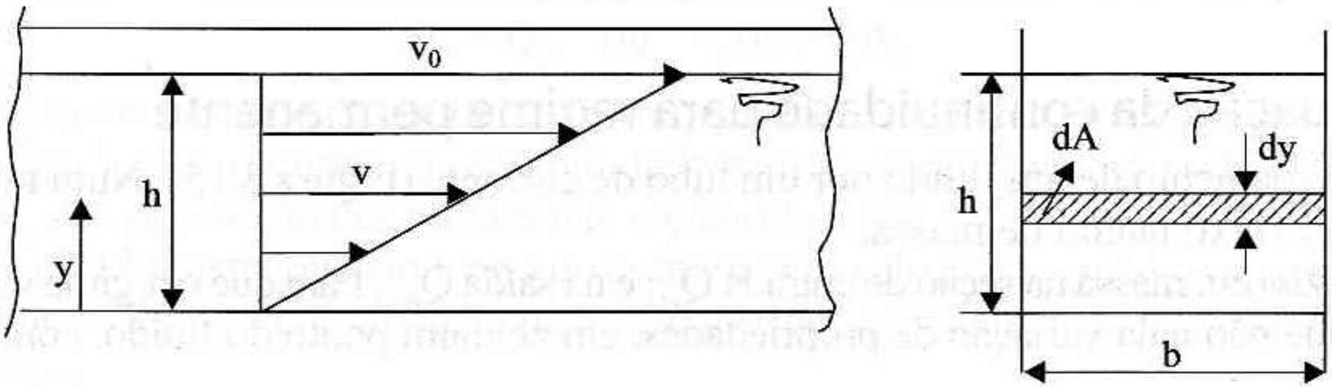

Considera-se um dA onde se tem uma única velocidade o que possibilita escrever:
$dQ = v \times dA$
A
v
dA


Basta integrar, o que resultará:
$$Q = \int_A v \times dA$$
Ok, mas como achar a vazão total?


Sim, portanto:
$$Q = v_{média} \times A = \int_A v \times dA$$
$$\therefore v_{média} = \frac{1}{A} \times \int_A v \times dA$$
O cálculo da vazão tem que ser o mesmo nas duas expressões?

Exemplo:

Determinar a velocidade média correspondente ao diagrama de velocidades a seguir. Supor que não haja variação da velocidade segundo a direção normal ao plano da figura (escoamento bidimensional).



Sendo o diagrama linear, tem-se $v = C_1 y + C_2$, com C_1 e C_2 a serem determinados pelas condições de contorno.

Para $y = 0$ $\quad$ $v = 0$, $\quad$ logo: $C_2 = 0$

Para $y = h$ $\quad$ $v = v_0$, $\quad$ logo: $v_0 = C_1 h$ e $C_1 = \dfrac{v_0}{h}$

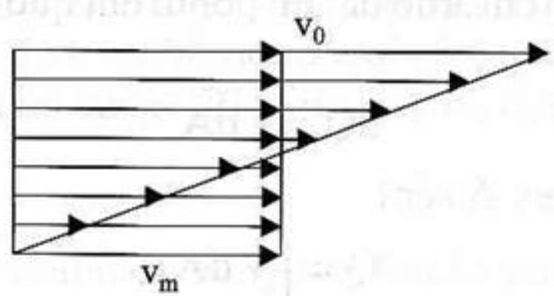
ou, finalmente, $\quad$ $v = v_0 \dfrac{y}{h}$

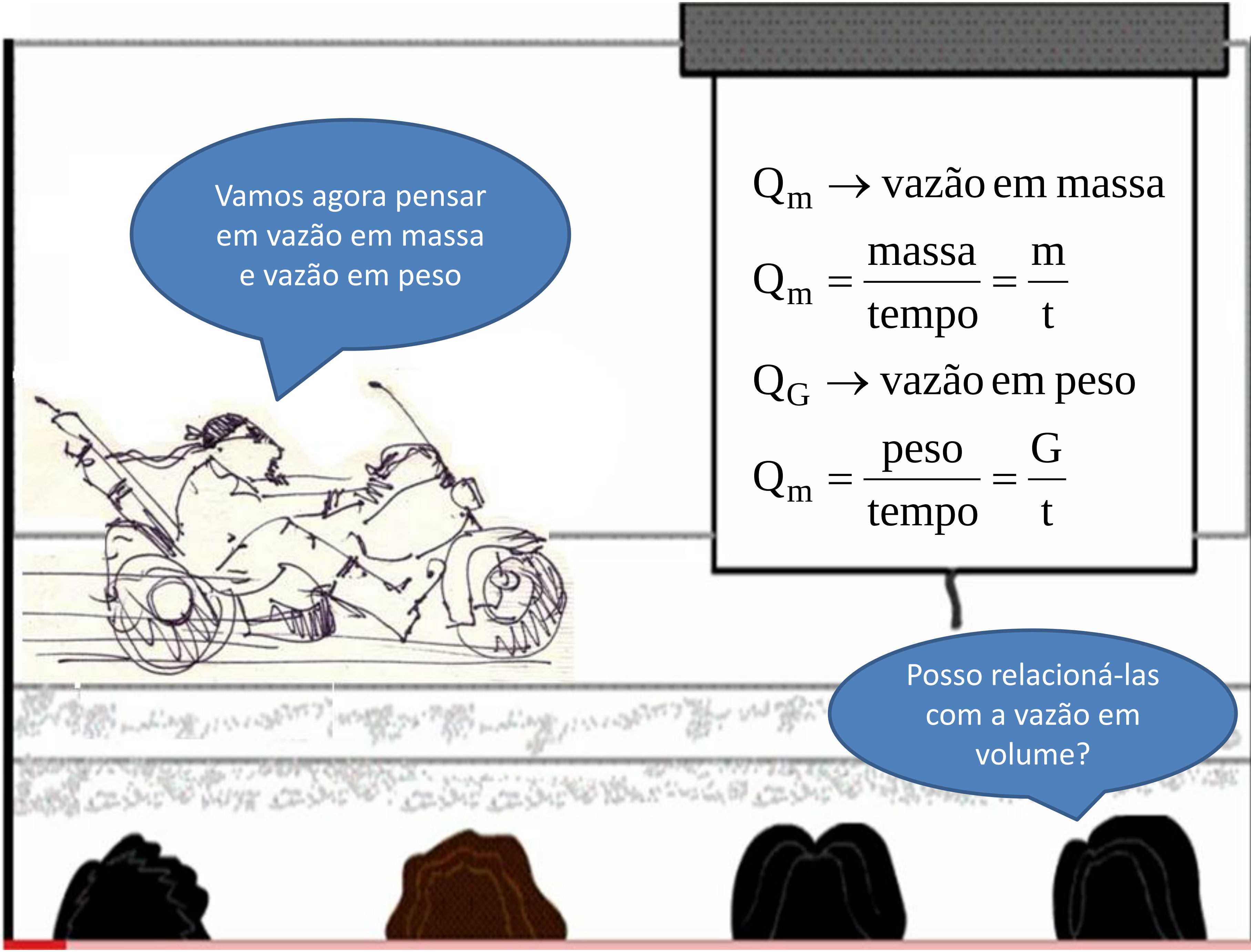
A velocidade média será dada por:

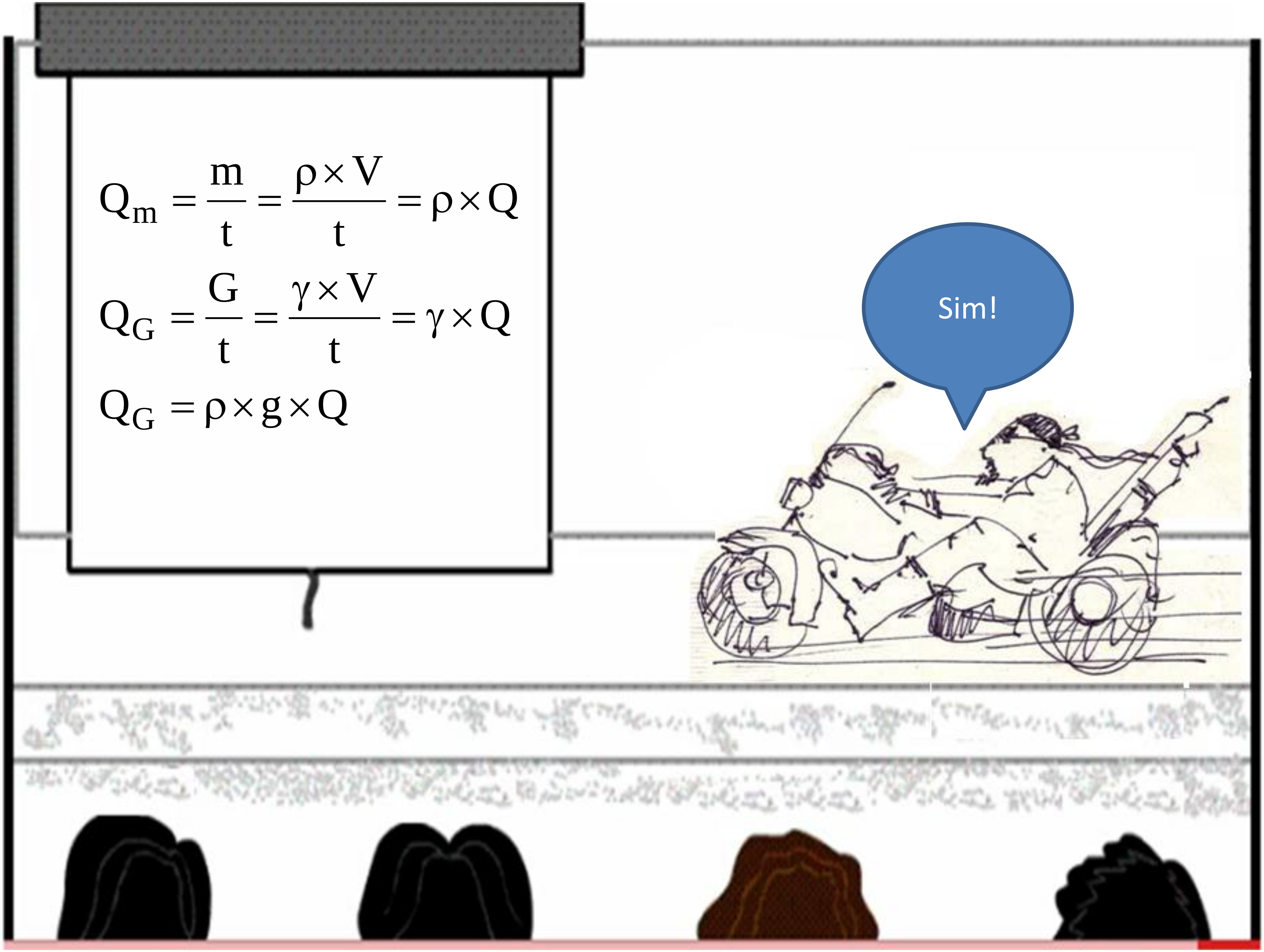
$$v_m \frac{1}{A}\int_A v\,dA = \frac{1}{bh}\int_0^h v_0\,\frac{y}{h}\,bdy = \frac{v_0}{h^2}\left.\frac{y^2}{2}\right|_0^h$$

$$v_m = \frac{v_0}{2}$$

No diagrama a seguir está representado o resultado.




Vamos agora pensar em vazão em massa e vazão em peso
$Q_m \rightarrow$ vazão em massa
$Q_m = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} = \frac{m}{t}$
$Q_G \rightarrow$ vazão em peso
$Q_m = \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} = \frac{G}{t}$
Posso relacioná-las com a vazão em volume?


$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho \times V}{t} = \rho \times Q$
$Q_G = \frac{G}{t} = \frac{\gamma \times V}{t} = \gamma \times Q$
$Q_G = \rho \times g \times Q$
Sim!

Unidades no SI, MK^*S e CGS

Variável	SI	MK^* S	CGS
Q	m^3/s	m^3/s	cm^3/s
Q_m	kg/s	utm/s	g/s
Q_G	N/s	kgf/s	Dina/s

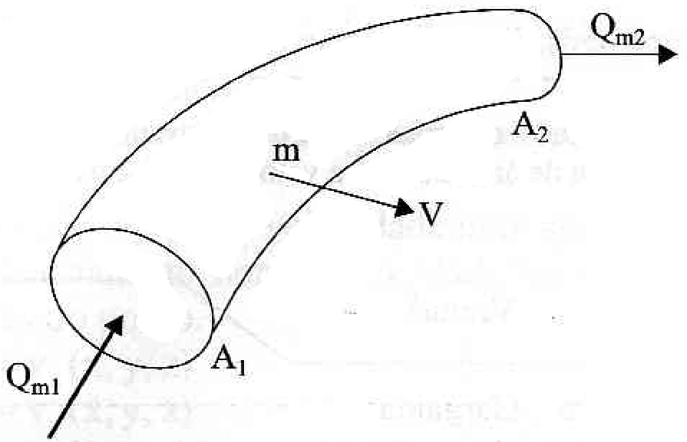
Relações:

$$1\frac{m^3}{s} = 10^6\frac{cm^3}{s} = 1000\frac{L}{s}$$

$$1\frac{utm}{s} = 9{,}8\frac{kg}{s} = 9800\frac{g}{s}$$

$$1\frac{kgf}{s} = 9{,}8\frac{N}{s} = 9{,}8\times10^5\frac{dina}{s}$$

Equação da continuidade para um escoamento incompressível – não podemos ter acúmulo nem falta de massa entre duas seções do escoamento.



Se, por absurdo, $Q_{m1} \neq Q_{m2}$, então em algum ponto interno ao tubo de corrente haveria ou redução ou acúmulo de massa.

Dessa forma, a massa específica nesse ponto variaria com o tempo, o que contrariaria a hipótese de regime permanente. Logo,

$$Q_{m1} = Q_{m2} \quad \text{ou} \quad \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 \quad \text{ou} \quad \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

Esta é a equação da continuidade para um fluido qualquer em regime permanente.

Se o fluido for incompressível, temos:

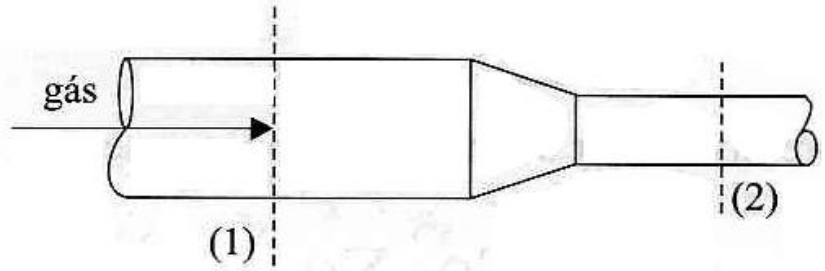
$$\rho_1 = \rho_2 = \rho = cte$$

$$\therefore Q_1 = Q_2$$

Outro exemplo:

Um gás escoa em regime permanente no trecho de tubulação da figura. Na seção (1), tem-se $A_1 = 20\ cm^2$, $\rho_1 = 4\ kg/m^3$ e $v_1 = 30\ m/s$. Na seção (2), $A_2 = 10\ cm^2$ e $\rho_2 = 12\ kg/m^3$.

Qual é a velocidade na seção (2)?



Solução

$Q_{m1} = Q_{m2}$ Logo: $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$

ou $$v_2 = v_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{A_1}{A_2}$$

portanto, $$v_2 = 30 \frac{4}{12} \frac{20}{10} = 20\ m/s$$

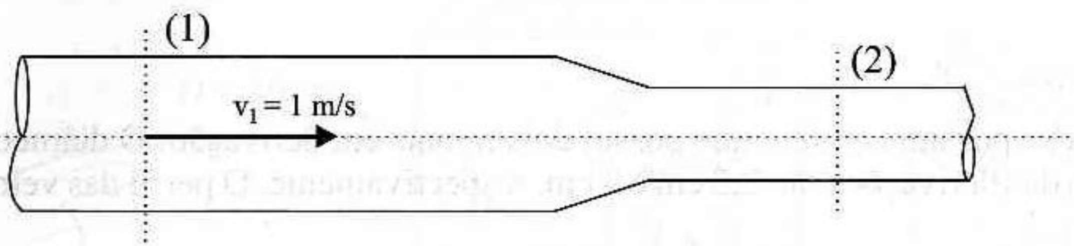
3.3 Um gás ($\gamma = 5\ N/m^3$) escoa em regime permanente com uma vazão de 5 kg/s pela seção A de um conduto retangular de seção constante de 0,5 m por 1 m. Numa seção B, o peso específico do gás é 10 N/m^3. Qual será a velocidade média do escoamento nas seções A e B? ($g = 10\ m/s^2$)

Resp.: $v_A = 20$ m/s; $v_B = 10$ m/s

3.4 Uma torneira enche de água um tanque, cuja capacidade é 6.000 L, em 1h40min. Determinar a vazão em volume, em massa e em peso em unidade do SI se $\rho_{H_2O} = 1.000\ kg/m^3$ e $g = 10\ m/s^2$.

Resp.: $Q = 10^{-3}\ m^3/s$; $Q_m = 1$ kg/s; $Q_G = 10$ N/s

3.5 No tubo da figura, determinar a vazão em volume, em massa, em peso e a velocidade média na seção (2), sabendo que o fluido é água e que $A_1 = 10\ cm^2$ e $A_2 = 5\ cm^2$. ($\rho_{H_2O} = 1.000\ kg/m^3$, $g = 10\ m/s^2$)



Resp.: Q = 1 L/s; $Q_m = 1$ kg/s; $Q_G = 10$ N/s; $v_2 = 2$ m/s.

3.6 O ar escoa num tubo convergente. A área da maior seção do tubo é 20 cm^2 e a da menor é 10 cm^2. A massa específica do ar na seção (1) é 1,2 kg/m^3, enquanto na seção (2) é 0,9 kg/m^3. Sendo a velocidade na seção (1) 10 m/s, determinar as vazões em massa, volume, em peso e a velocidade média na seção (2).