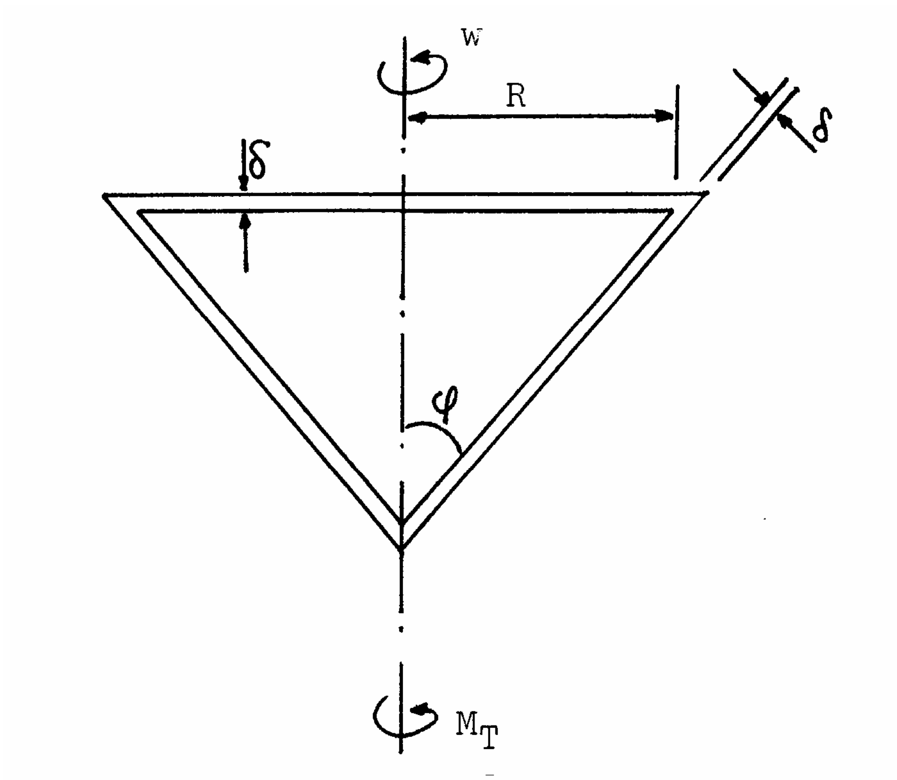
1.12.3 Exercícios resolvidos

1.12.3.1 Para o mecanismo representado a seguir, pede-se determinar:

a) A Lei de variação da tensão de cisalhamento em função do raio (R), da velocidade angular constante (ω) e da espessura da película do fluido lubrificante (δ);
b) o momento total (MT) que deve ser aplicado ao conjunto para que o mesmo gire com uma velocidade angular constante (ω);

Dados: φ ; R ; δ ; ω ; μ no S.I.; assumir perfil linear de velocidades



Solução:

Pela simplificação prática da Lei de Newton da viscosidade, temos:

$$\tau = \mu \frac{v}{\varepsilon}$$

e isto tanto vale para o topo, quanto para a lateral, portanto:

$$\tau_{Topo} = \mu \frac{\omega}{\delta} r \qquad \text{e} \qquad \tau_{Lateral} = \mu \frac{\omega}{\delta} r$$

A partir deste ponto, pelo fato de ω = constante, sabemos que $M_T = M_{RT}$, onde:

$M_{RT} = M_{RT\ Topo} + M_{R\ lateral}$

Devemos notar que neste exercício, tanto a tensão de cisalhamento, como a área de contato são função do raio, o que implica dizer que o momento resistente também o será, o que nos obriga a trabalhar de forma diferencial, portanto:

Topo:

$$dM_{Rtopo} = dF_{\mu Topo} \times r = \tau_{Topo} \times dA_{Topo} \times r$$

$$dM_{Rtopo} = \mu \frac{\omega}{\delta} r\, 2\pi r\, dr \times r$$

$$\int dM_{Rtopo} = \int_0^R \frac{2\pi\omega\mu}{\delta} r^3\, dr$$

$$M_{Rtopo} = \frac{2\pi\omega\mu}{\delta} \int_0^R r^3\, dr = \frac{2\pi\omega\mu}{\delta} \frac{R^4}{4}$$

$$\therefore M_{Rtopo} = \frac{\pi\omega\mu R^4}{2\delta}$$

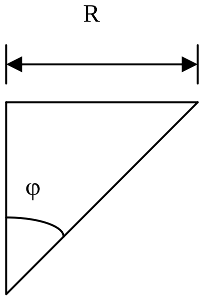
Lateral:

$$\mathbf{d\,M_{RLat} = dF_{\mu L} \times r = \tau_L \times d\,A_{Lat.} \times r}$$

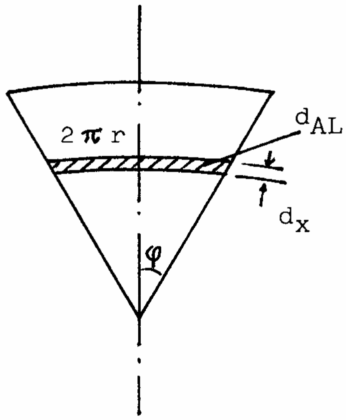
$$\mathbf{d\,M_{RLat} = \mu \frac{\omega}{\delta} r\ \ dA_L \times r}$$

$d_{AL} = ?$

$d_{AL} = 2\ \pi\ r\ dx$, onde: $\quad x = \dfrac{\mathbf{R}}{\mathbf{sen}\ \varphi}$



$$\therefore \mathbf{d_x} = \frac{\mathbf{d_r}}{\mathbf{sen}\ \alpha} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{dA_L} = 2\pi\mathbf{r}\frac{\mathbf{d_r}}{\mathbf{sen}\ \varphi}$$



$$\mathbf{d\,M_{RL}} = \mu\frac{\omega}{\delta}\mathbf{r}\ \mathbf{2}\pi\,\mathbf{r}\frac{\mathbf{d_R}}{\mathbf{sen}\ \varphi}\times\mathbf{r}$$

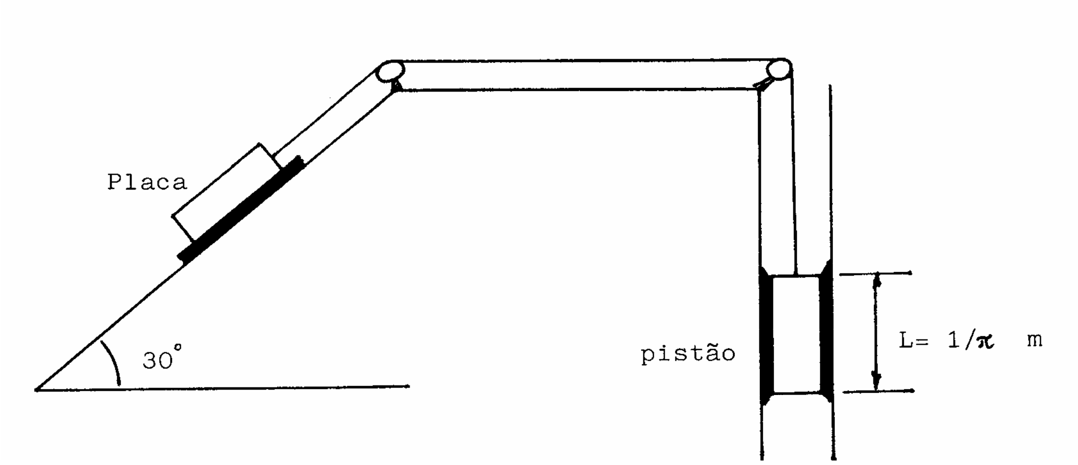
$$\mathbf{d\,M_{RL}} = \frac{2\pi\,\omega\,\mu}{\delta\,\mathbf{sen}\ \varphi}\mathbf{r^3\ dr}$$

$$\mathbf{M_{RL}} = \frac{2\pi\,\omega\,\mu}{\delta\,\mathbf{sen}\ \varphi}\int_0^{\mathbf{R}}\mathbf{r}^3\ \mathbf{dr} \qquad \therefore \mathbf{M_{RL}} = \frac{\pi\,\omega\,\mu\,\mathbf{R}^4}{2\,\delta\,\mathbf{sen}\varphi}$$

$$\therefore \mathbf{M_T} = \frac{\pi\,\omega\,\mu\,\mathbf{R}^4}{2\,\delta} + \frac{\pi\,\omega\,\mu\,\mathbf{R}^4}{2\,\delta\,\mathbf{sen}\varphi}$$

$$\mathbf{M_T} = \frac{\pi\,\omega\,\mu\,\mathbf{R}^4}{2\,\delta}\cdot(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{sen}\ \varphi})$$

1.12.3.2 Na figura, vê-se uma placa plana de área 1 m² que desliza sobre um plano inclinado de 30° com a horizontal. A placa tem peso de 200 N e entre a placa e o plano existe uma película de óleo lubrificante de viscosidade dinâmica igual à $10^{-2}\ N \times s/m^2$ e espessura de 1 mm. A parte superior da placa está presa a uma corda que passa por roldanas, sem atrito e na outra extremidade está preso um pistão cilíndrico de peso 80 N. O pistão, de diâmetro 10 cm, corre dentro de um cilindro de diâmetro interno igual a 10,2 cm e a folga anular entre os dois é preenchida com um óleo lubrificante de viscosidade dinâmica igual a 0,3 N×s/m². Determine a velocidade de descida da placa, supondo diagrama linear de velocidades nos dois lubrificantes.



Solução:

Placa => 1) considerando sem o fluido lubrificante

Resultante => Rplaca = G t - T

Rplaca = 100 - T

2) considerando a presença do fluido lubrificante

Fμ placa = Rplaca

Fμ placa = 100 - T = $\tau_p \times Ap$

$$\mu_p \times \frac{v_p}{\varepsilon_p} \times A_p = 100 - T \quad \rightarrow \quad 10\ v_p = 100 - T \ \text{(I)}$$

Pistão => 1) considerando sem a presença do fluido lubrificante

Resultante => Rc = T - Gc

Rc = T - 80

2) considerando a presença do fluido lubrificante

$$F\mu\, c = Rc$$

$$F\mu\, c = T - 80 = \tau_c \times Ac$$

$$\mu_c \times \frac{v_c}{\varepsilon_c} \times A_c = T - 80 \quad \rightarrow \quad 30\, v_c = T - 80 \quad (II)$$

Pela condição do exercício, temos:

$$vp = vc = v = \text{constante , portanto:}$$

$$10\, v = 100 - 30\, v - 80$$

$$40\, v = 20 \qquad \therefore\; v = 0{,}5\ m/s$$

1.12.3.3 Calcule o momento resistente originado pelo óleo lubrificante em contato com o eixo vertical esquematizado abaixo. Sabe-se que o eixo apresenta uma rotação constante de 3000 rpm.

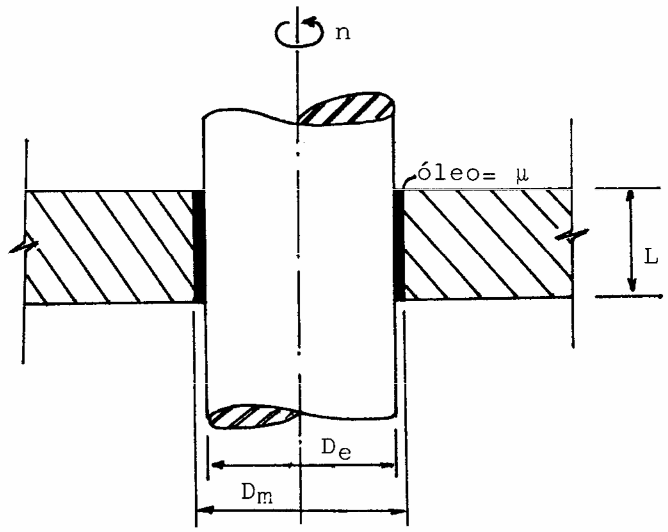
Dados:

$\mu = 0{,}2 \times 10^{-2}\ \frac{N \times S}{m^2}$

De = 20,0 cm

Dm = 20,01 cm

L = 50 cm



Solução:

n => origina no eixo uma velocidade angular ω

$$\omega = 2\ \pi\ n \rightarrow (rps) = \frac{2\ \pi\ n}{60} \rightarrow (rpm) = 100\ \pi\ \text{rad / s}$$

ω => origina no eixo uma velocidade escalar v

$$v = \omega \times Re = 10\ \pi\ \text{m/s}$$

O fluido com viscosidade μ, origina no eixo uma força de resistência viscosa $F\mu$

$$F_\mu = \tau \times A_c = \mu \times \frac{v_0}{\varepsilon} \times \pi \times D_e \times L$$

$$\varepsilon = R_m - R_e = \frac{(D_m - D_e)}{2}$$

$$F_\mu = 40\ \pi^2\ \ (N)$$

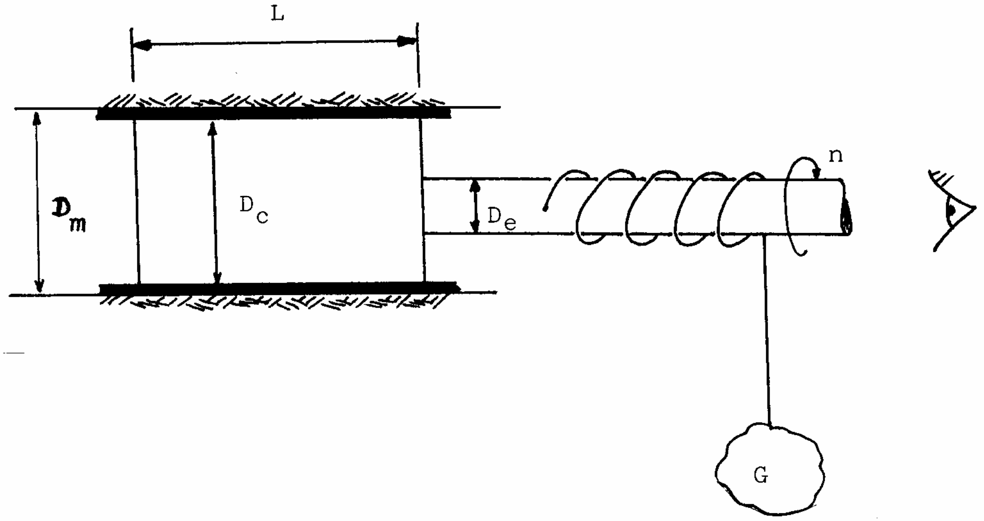
$F\mu$ => origina no eixo um momento contrário ao movimento, que é denominado de **momento resistente** (M_R):

$$M_R = F\mu \times Re = 39{,}48\ \ N \times m$$

1.12.3.4 Determine a expressão para o cálculo do peso G da configuração esquematizada abaixo.

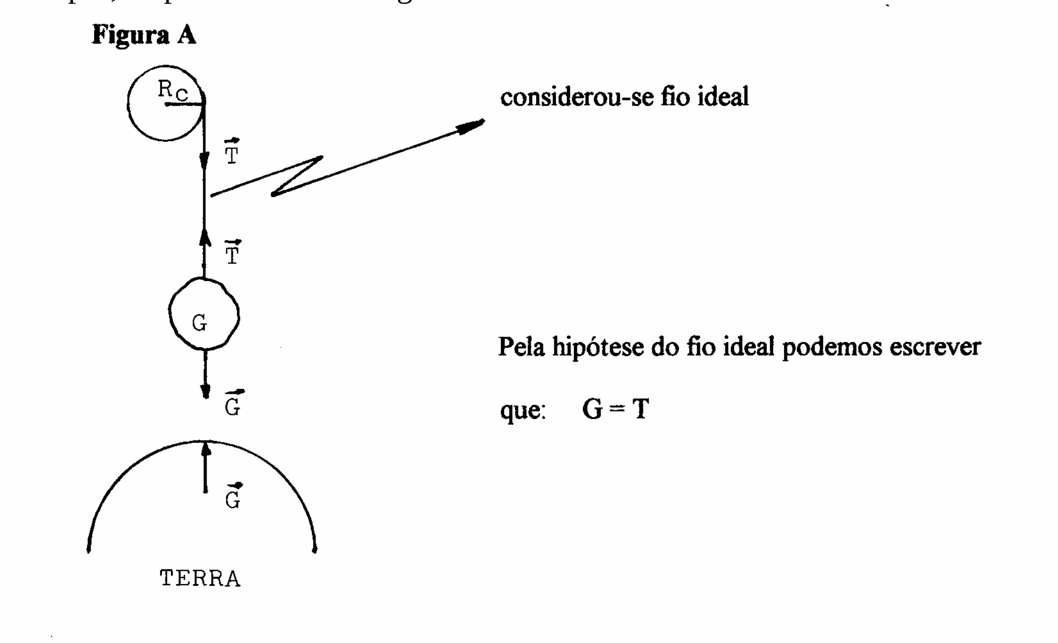
Dados: n => em rps

Dm ; Dc ; De ; L e μ => no S.I.



Solução:

Para a solução deste exercício, representamos a situação esquematizada pela figura em duas etapas, respectivamente as figuras A e B.



A reação T origina para o eixo um momento, que é responsável pela "criação" da rotação (n) do sistema. Este momento é denominado de **momento motor** (M_m)

$$M_m = T\frac{D_e}{2} = G\frac{D_e}{2} \quad \therefore \quad G = \frac{2 \times M_m}{D_e} \quad \text{(I)}$$

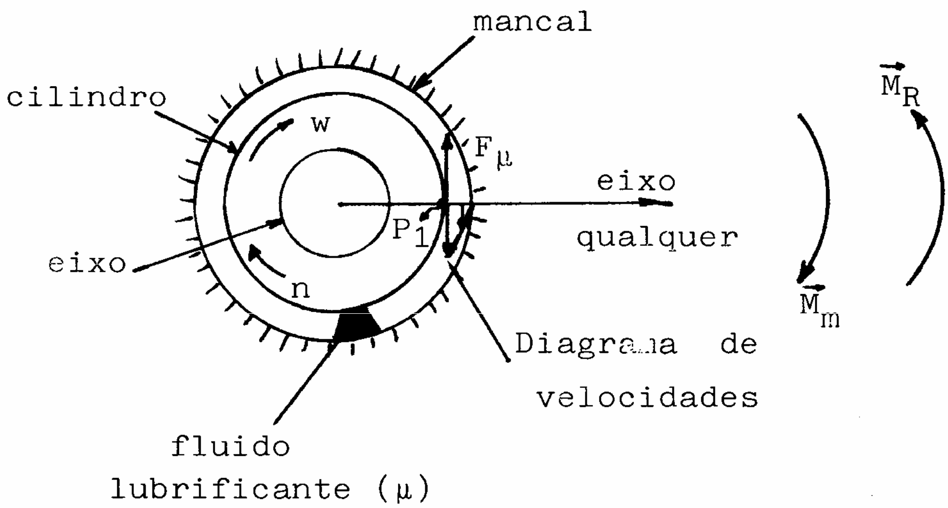


Figura B

Considerando o ponto P1 na interseção do eixo qualquer com o cilindro, temos:

n $\rightarrow$ origina ω para o cilindro $\rightarrow$ $\omega = 2\pi n$
ω $\rightarrow$ origina v para o cilindro $\rightarrow$ $v = \pi\, n\, Dc$
μ $\rightarrow$ origina Fµ para o cilindro $\rightarrow$ $F\mu = \tau \times Ac$

$$F_\mu = \mu \times \frac{v}{\varepsilon} \times \pi\, D_c\, L \;\rightarrow\; F_\mu = \frac{2 \times \pi^2 \times n \times D_c{}^2 \times L}{(D_m - D_c)}$$

Fμ $\longrightarrow$ origina M_R para o cilindro $\longrightarrow$ $M_R = F_\mu \times \frac{D_c}{2}$

$$M_R = \frac{\mu\, \pi^2\, n\, D_c^3\, L}{D_m - D_c} \quad \text{(II)}$$

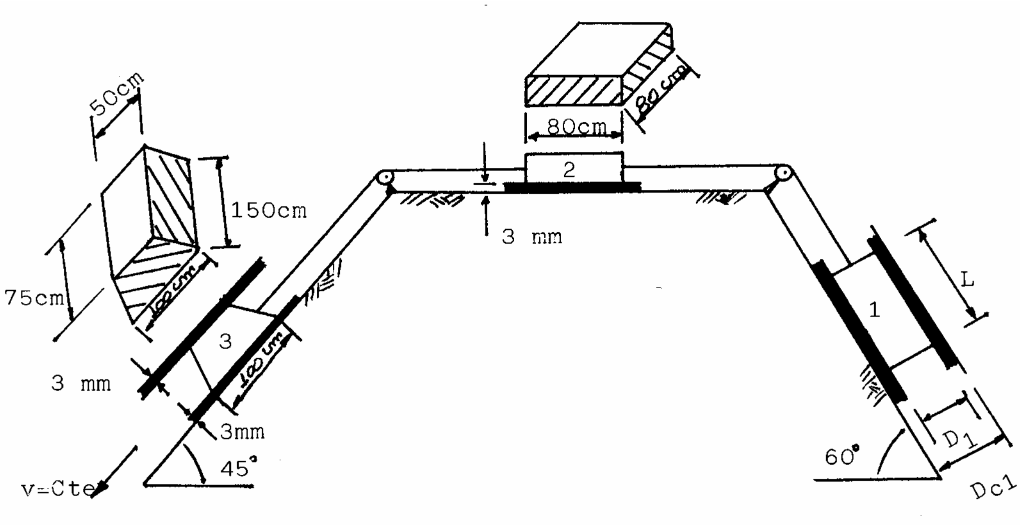
Como n = constante, das equação (I) e (II) temos: $G = \frac{2\, \mu\, \pi^2\, n\, D_c^3\, L}{D_e \cdot (D_m - D_c)}$

1.12.3.5 Um corpo trapezoidal desce sobre um plano inclinado de 45º com o plano horizontal, como mostra a figura. Sabendo-se que tanto as polias como os fios são ideais e que utilizou-se um fluido lubrificante de viscosidade cinemática igual a 400 cSt, pede-se determinar o peso do corpo trapezoidal (G3) no SI e no CGS.

Dados:

$$\gamma_{H_2O} = 10^4\, N/m^3 \;;\; \gamma_r = 0{,}75 \;;\; g = 9{,}81 m/s^2 \;;\; G_1 = 20N$$

$$D_1 = 0{,}201m \;;\; D_{C1} = 0{,}203m \;;\; L = \frac{2}{\pi}\,\mathrm{m} \;;\; \mathrm{v} = 0{,}5\,\mathrm{m/s}$$



Solução:

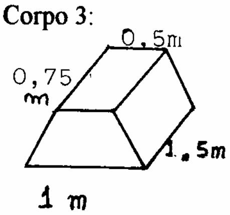
$$\upsilon = 400 \text{ cSt} = 400 \times 10^{-2} \text{ St} = 400 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} \;\rightarrow\; \mu = \upsilon \cdot \rho = \upsilon \cdot \frac{\gamma}{g} \;\rightarrow\; \mu = \upsilon \frac{\gamma_r\, \gamma_{H_2O}}{g}$$

$$\mu = 400 \times 10^{-6} \times \frac{0,75 \times 10^{4}}{9,81}$$

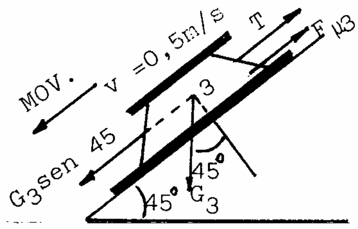
$$\mu = 0,30581 \frac{N \times s}{m^2}$$

Corpo 3:



$$G3 \text{ sen } 45^\circ = T + F\mu 3$$

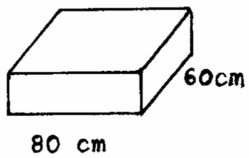
$$G3 \text{ sen } 45^\circ = T + \mu \frac{v}{\varepsilon_3} Ac3$$



$$G3 \text{ sen } 45^\circ = T + 0,30581 \frac{0,5}{3 \times 10^{-3}} (1 \times 1,5 + 0,75 \times 0,5)$$

$$G3 \text{ sen } 45^\circ = T + 95,57 \quad \text{(I)}$$

Corpo 2:

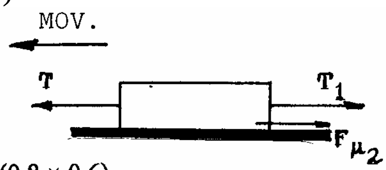


$$T = T1 + F\mu 2$$

$$T = T1 + \mu \frac{v}{\varepsilon_2} Ac2$$

$$T = T1 + 0,30581 \frac{0,5}{3 \times 10^{-3}} (0,8 \times 0,6)$$

$$T = T1 + 24,47 \quad \text{(II)}$$



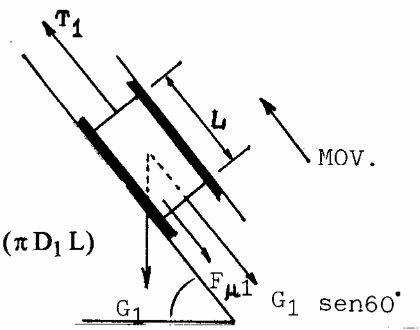
De (I) e (II), temos: $G3 \text{ sen } 45^\circ = T1 + 120,04$ (III)

Corpo 1:

$$T1 = G1 \text{ sen } 60^\circ + F\mu 1$$

$$T1 = G1 \text{ sen } 60^\circ + \mu \frac{v}{\varepsilon_1} Ac1$$

$$T1 = G1 \text{ sen } 60^\circ + \mu \frac{v}{\left(\frac{D_{c1} - D_{c2}}{2}\right)} \cdot (\pi D_1 L)$$



T1 = 78,79 N

Substituindo em (III), temos:

$$G3 \text{ sen } 45^\circ = T1 + 120,04$$

$$G3 \text{ sen } 45^\circ = 78,79 + 120,04$$

$$G3 \text{ sen } 45^\circ = 281,19 \text{ N} \Rightarrow \text{SI}$$

1 N=10^5 dina, portanto: 281,19 N=281,19 × 10^5 dina => CGS

Na foto: eu, a Lia, o Vinícius e o Marcus Vinícius

Existem aqueles que perdem

Existem aqueles que ganham

Existem aqueles que esperam

Simplesmente porque amam

Raimundo Ferreira Ignácio