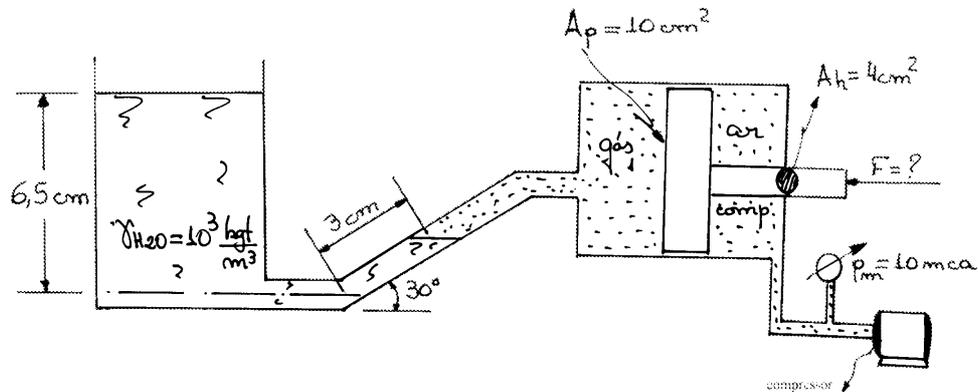
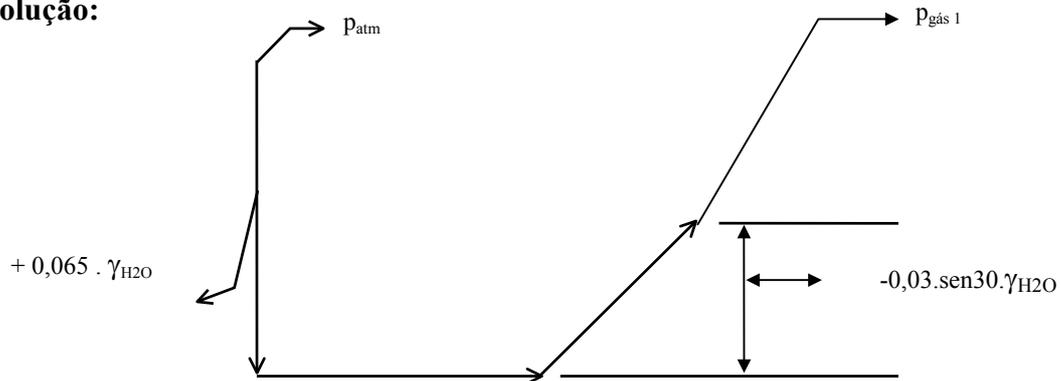


2.14.3 Exercícios resolvidos

2.14.3.1 Pedese o módulo da força que deve ser aplicada na haste do pistão esquematizado abaixo, para que o mesmo permaneça em equilíbrio. Dê o seu valor nos sistemas SI e CGS.



Solução:

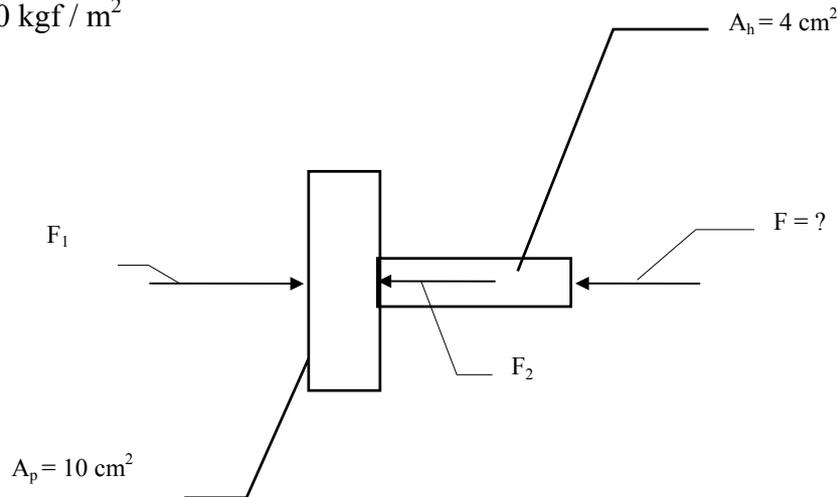


$$p_{atm} + 0,065 \cdot \gamma_{H_2O} - 0,03 \cdot \text{sen}30 \cdot \gamma_{H_2O} = P_{gás 1}$$

Considerando escala efetiva, temos:

$$0 + 0,065 \cdot 10^3 - 0,03 \cdot 0,5 \cdot 10^3 = P_{gás 1}$$

$$P_{\text{gás } 1} = 50 \text{ kgf} / \text{m}^2$$



$$F_1 = P_{\text{gás } 1} \cdot A_p = 50 \cdot 10^{-3} \text{ kgf}$$

$$F_2 = p_{\text{ar comp.}} \cdot (A_p - A_h) = 10000 \cdot (10^{-3} - 4 \cdot 10^{-4}) = 6 \text{ kgf}$$

$$\text{Condição de equilíbrio: } F_1 = F_2 + F \quad \therefore \quad \boxed{F = - 5,95 \text{ kgf}}$$

O sinal negativo indica que o sentido real é contrário ao adotado.

Como $1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N}$ e $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dina}$, temos:

$$\text{SI} \rightarrow F = 58,31 \text{ N}$$

$$\text{CGS} \rightarrow F = 58,31 \cdot 10^5 \text{ dina}$$

2.14.3.2 O dispositivo esquematizado a seguir foi elaborado para ampliação de uma força. Na situação representada pela figura, ao aplicar-se uma força $F = 20 \text{ N}$, sustenta-se um peso $G_e = 100 \text{ N}$.

Dados:

$$\gamma_r = 0,85 \quad ; \quad \gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 9810 \text{ N} / \text{m}^3 \quad ; \quad d = 5 \text{ cm} \quad ; \quad D_e = 25 \text{ cm}$$

- Equacione o problema e comprove o valor da força F ;
- Desejando-se reduzir a intensidade da força F a metade, apresentou-se duas alternativas:

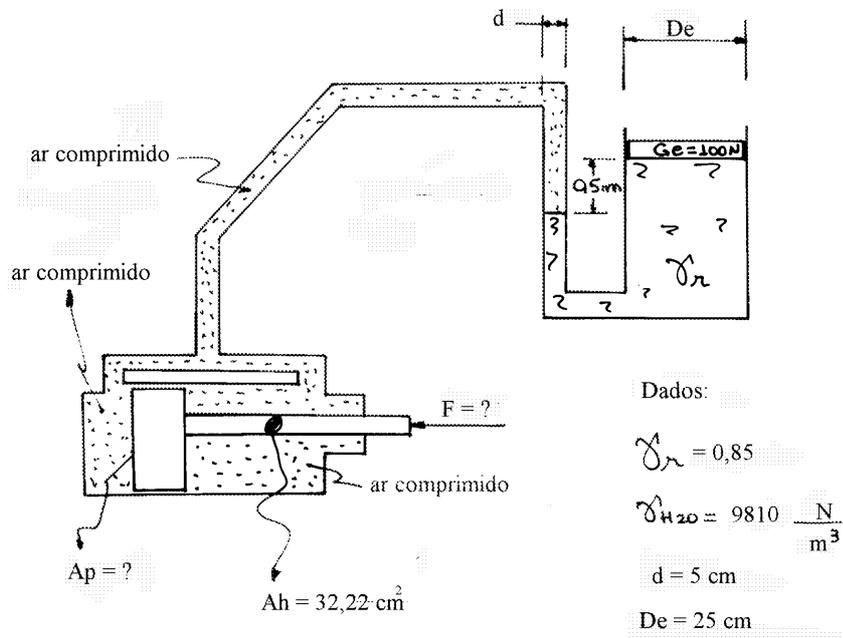
- 1º duplicar a área do pistão (A_p)
- 2º reduzir a área da haste à metade ($A_h/2$)

Mantendo-se os demais dados, analise as duas alternativas e de seu parecer sobre elas;

- c) Adicionando-se um peso $G = 20 \text{ N}$ sobre G_e e eliminando-se por alguns instantes a força F observou-se que o êmbolo desceu $z = 1 \text{ cm}$, alterando a cota de $0,5 \text{ m}$, antes de aplicarmos uma nova força $F = 14,32 \text{ N}$ que restabeleceu o equilíbrio. Equacione, mostre as alterações das cotas e comprove o valor da força F .
- d) Se ao invés do pistão ter descido, houvesse subido $z = 1 \text{ cm}$, afirma-se que teríamos um aumento da força F . Comprove esta afirmação, calculando o valor da força F para a nova situação de equilíbrio.

Considere $G_{\text{total}} = G_e + G = 120 \text{ N}$

Observação: Considera-se $A_h = 32,22 \text{ cm}^2$ na solução, tanto no item c como do item d..



Solução:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad p_1 - p_2 &= \gamma \times h \\ p_{\text{ar comp.}} - p_e &= \gamma_r \times \gamma_{H_2O} \times h \\ p_{\text{ar comp.}} &= \gamma_r \times \gamma_{H_2O} \times h + \frac{G_e}{A_e} \end{aligned}$$

pelo conceito clássico de pressão $\Rightarrow p = \frac{F_n}{A} \quad \therefore F_n = p \times A$ e pela estática dos

fluidos $\Rightarrow \sum F_{\text{corpo}} = 0 \quad \therefore F_1 = F_2 + F$, onde:

$$F_1 = p_{\text{ar comp.}} \times A_p$$

$$F_2 = p_{\text{ar comp.}} \times (A_p - A_h)$$

$$p_{\text{ar comp.}} \times A_p = p_{\text{ar comp.}} \times (A_p - A_h) + F$$

$$F = p_{\text{ar comp.}} \times A_h$$

$$p_{\text{ar comp.}} = \gamma_r \times \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \times h + \frac{G_e}{A_e} = 0,85 \times 9810 \times 0,5 + \frac{100}{\frac{\pi \times 0,25^2}{4}}$$

$$p_{\text{ar comp.}} = 6.206,43 \text{ N/m}^2$$

$$F = 6.206,43 \times 32,22 \times 10^{-4} \Rightarrow \boxed{F = 20 \text{ N}}$$

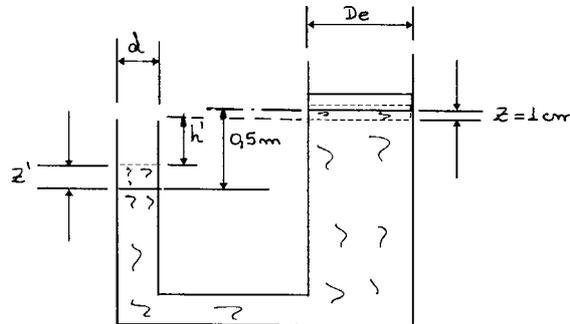
- b) 1º) duplicar a área do pistão :
 Como a força F não depende de A_p ($F = p_{\text{ar comp.}} \times A_h$), somente a sua duplicação não acarreta nenhuma alteração.
 2º) reduzir a área da haste à metade ($A_h/2$) do item a)

$$F = p_{\text{ar}} \times A_h$$

$$F = 6206,43 \times 32,22 \times 10^{-4} / 2$$

$$\boxed{F = 10 \text{ N} \Rightarrow \text{o.k.! a proposição está correta.}}$$

- c) $G_e' = G_e + 20 \text{ N} = 120 \text{ N} \Rightarrow$ êmbolo desceu $z = 1 \text{ cm} \therefore$ irá alterar as demais cotas



$$h' = h - z - z' = 0,5 - 0,01 - z'$$

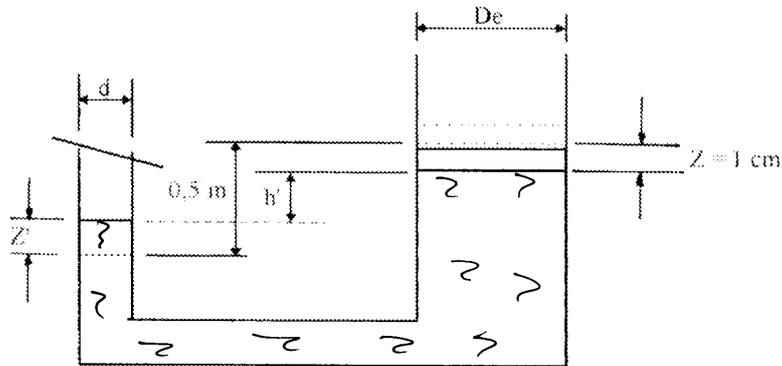
$$z \cdot \frac{\pi \cdot D_e^2}{4} = z' \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \therefore 0,01 \cdot \frac{\pi \cdot 25^2}{4} = z' \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{4} \therefore \boxed{z' = 0,25 \text{ m}}$$

$$h' = 0,5 - 0,01 - 0,25 \therefore \boxed{h' = 0,24 \text{ m}}$$

$$p'_{\text{ar}} = \gamma_R \cdot \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \cdot h' + \frac{120}{\frac{\pi \cdot 0,25^2}{4}} = 0,85 \cdot 9810 \cdot 0,24 + \frac{120}{\frac{\pi \cdot 0,25^2}{4}} \quad \therefore p'_{\text{ar}} = 4445,86 \text{ N/m}^2$$

$$F' = p_{\text{ar}} \cdot A_h = 4445,86 \cdot 32,22 \cdot 10^{-4} \quad \therefore \boxed{F' = 14,32 \text{ N}} \quad \text{c.q.d.}$$

d) $G_e = 120 \text{ N}$ e o êmbolo subiu $z = 1 \text{ cm}$:



$$h' = h + z + z' = 0,50 + 0,01 + z'$$

$$z \cdot D_e^2 = z' \cdot d^2 \quad \therefore 0,01 \cdot 25^2 = z' \cdot 5^2 \quad \therefore \boxed{z' = 0,25 \text{ m}}$$

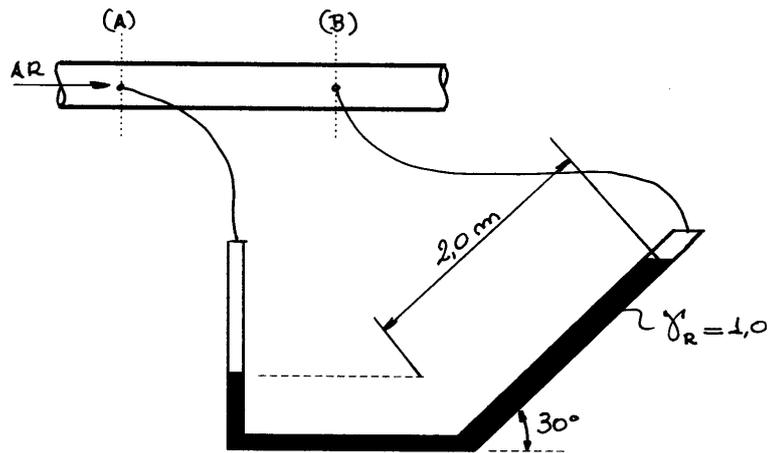
$$\therefore \boxed{h' = 0,76 \text{ m}}$$

$$p_{\text{ar}} = \frac{120}{\frac{\pi \cdot 0,25^2}{4}} + 0,85 \cdot 9810 \cdot 0,76 \quad \therefore \boxed{p_{\text{ar}} = 8781,88 \text{ N/m}^2}$$

$$F = p_{\text{ar}} \cdot A_h = 8781,88 \cdot 32,22 \cdot 10^{-4} \quad \therefore \boxed{F = 28,30 \text{ N}}$$

\therefore comprovado que houve aumento da força.

2.14.3.3 Considerando uma linha de ar comprimido instalada em um local de altitude de 3600 m e desejando determinar a variação de pressão entre duas seções de seu escoamento, instalou-se o manômetro diferencial esquematizado a seguir.



- a) Na situação representada a variação de pressão obtida foi de 1,42 psi (psi=lbf/pol²). Equacione e comprove este valor.
- b) Se a linha de ar comprimido estivesse em um local de altitude igual a 13200 m, qual seria o valor da variação de pressão mencionada no item anterior.
- c) Considerando a existência de um barômetro no local descrito no item b), qual seria a sua leitura em mm Hg.

Solução:

$$a) p_A - p_B = \gamma \cdot h = \gamma_R \cdot \gamma_{H_2O} \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 1,0 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 0,5$$

$$\therefore p_A - p_B = 1000 \text{ kgf/m}^2$$

$$10330 \text{ kgf/m}^2 \Leftrightarrow 14,7 \text{ psi}$$

$\therefore x = 1,42 \text{ psi}$, o que implica dizer que a resposta está certa.

$$1000 \text{ kgf/m}^2 \Leftrightarrow x$$

- b) Como o que foi determinado é uma variação de pressão ($p_A - p_B$) não teríamos nenhuma variação do valor lido no item a).

$$c) p_z = 0,235 \cdot e^{\left[\frac{-9,81}{287,218} (13200 - 10668) \right]}$$

$$\therefore p_z = 0,158 \text{ atm.}$$

$$760 \text{ mm Hg} \Leftrightarrow 1 \text{ atm.}$$

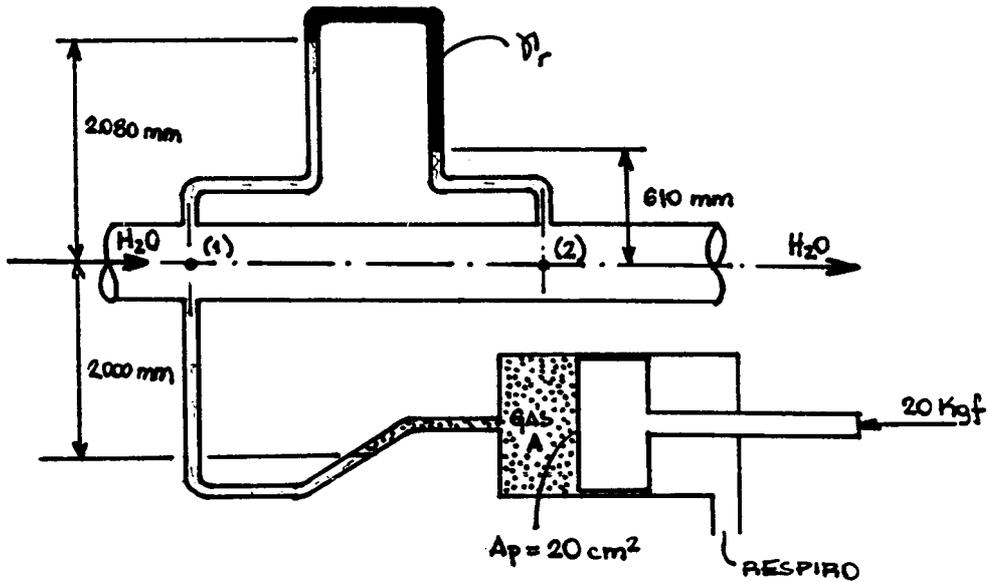
$$\therefore x = 120,1 \text{ mm Hg}$$

$$x \Leftrightarrow 0,158 \text{ atm.}$$

2.14.3.4 Deseja-se instalar um dispositivo que opera com uma pressão mínima de 7 mca na seção (2) do esquema abaixo. Para verificar se é viável ou não instalá-lo, pergunta-se:

- Qual a diferença de pressão $p_1 - p_2$?
- Qual o valor da pressão do gás A?
- Qual é a pressão p_1 ?
- Qual a pressão p_2 ?

Dados: $\gamma_{H_2O} = 10^3 \text{ kgf/m}^3$ e $\gamma_R = 0,68027$.



Solução:

$$a) p_1 - 2,08 \cdot \gamma_{H_2O} + 1,47 \cdot \gamma_{H_2O} \cdot \gamma_R + 0,61 \cdot \gamma_{H_2O} = p_2$$

$$p_1 - 2,08 \cdot 1000 + 1,47 \cdot 1000 \cdot 0,68027 + 0,61 \cdot 1000 = p_2$$

$$p_1 - p_2 = 470 \text{ kgf/m}^2$$

$$b) P_{\text{gás A}} = \frac{F}{A} = \frac{20}{20 \cdot 10^{-4}}$$

$$P_{\text{gás A}} = 10^4 \text{ kgf/m}^2$$

$$c) p_1 + 2 \cdot \gamma_{H_2O} = P_{\text{gás A}}$$

$$p_1 + 2 \cdot 1000 = 10000$$

$$p_1 = 8000 \text{ kgf/m}^2$$

$$d) p_1 - p_2 = 470$$

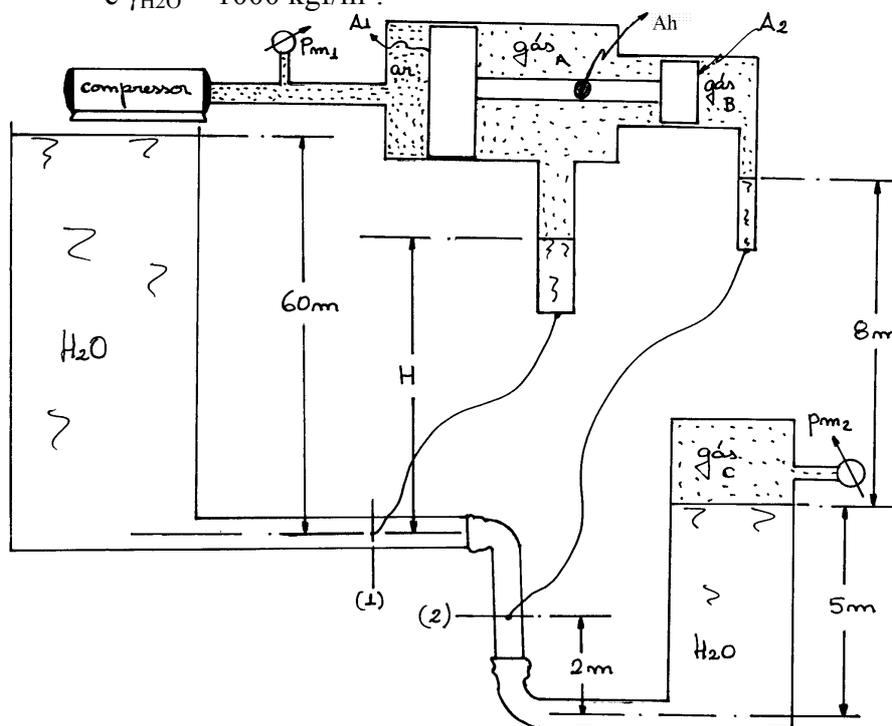
$$8000 - p_2 = 470$$

$$p_2 = 7530 \text{ kgf/m}^2 = 7,53 \text{ mca} \quad \therefore \text{ pode ser instalado o dispositivo.}$$

2.14.3.5 Sabendo-se que para o dispositivo esquematizado abaixo, os pistões encontram-se em repouso e não existe o escoamento d'água, pede-se:

- a força F_1 que age na área frontal do pistão (1);
- a pressão na seção (2);
- a pressão do gás B;
- a pressão do gás A;
- a altura H .

Dados: $p_{m1} = 30 \text{ mca}$; $A_1 = 10 \text{ cm}^2$; $p_{m2} = 15 \text{ mca}$; $A_2 = 5 \text{ cm}^2$; $A_h = 2 \text{ cm}^2$
e $\gamma_{H_2O} = 1000 \text{ kgf/m}^3$.



$$a) F_1 = p_1 \cdot A_1 = p_{m1} \cdot A_1 = 30 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-4}$$

$$\therefore F_1 = 30 \text{ kgf}$$

$$b) P_{\text{gás C}} + \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \cdot 5 - \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \cdot 2 = p_2$$

$$15 \cdot 1000 + 1000 \cdot 5 - 1000 \cdot 2 = p_2$$

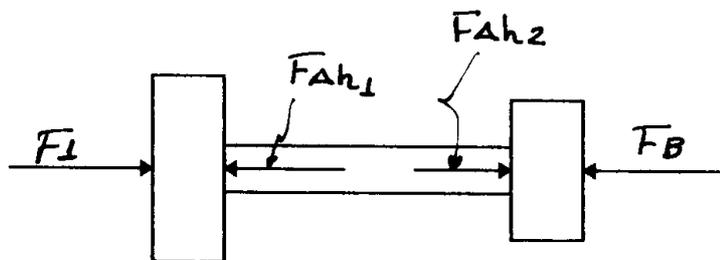
$$\therefore p_2 = 18000 \text{ kgf/m}^2$$

$$c) p_2 - \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \cdot h = P_{\text{gás B}}$$

$$18000 - 1000 \cdot 11 = P_{\text{gás B}}$$

$$\therefore P_{\text{gás B}} = 7000 \text{ kgf/m}^2$$

d)



Como o sistema encontra-se em equilíbrio, podemos escrever que:

$$F_1 + F_{Ah2} = F_B + F_{Ah1}$$

$$F_B = P_{\text{gás B}} \cdot A_2 = 7000 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 3,5 \text{ kgf}$$

$$\therefore 30 - P_{\text{gás A}} \cdot (A_1 - A_h) + P_{\text{gás A}} \cdot (A_2 - A_h) - 3,5 = 0$$

$$30 - P_{\text{gás A}} \cdot 8 \cdot 10^{-4} + P_{\text{gás A}} \cdot 3 \cdot 10^{-4} - 3,5 = 0$$

$$5 \cdot 10^{-4} \cdot P_{\text{gás A}} = 26,5$$

$$\therefore P_{\text{gás A}} = 53000 \text{ kgf/m}^2$$