Curso Básico

de

Mecânica dos

Fluidos

Unidade 4

Raimundo Ferreira Ignácio

Unidade 4 - Análise Dimensional e Semelhança Mecânica.

Objetivos:

1. Mostrar a vantagem de recorrermos a análise dimensional e semelhança mecânica;
2. Definir uma curva universal;
3. Introduzir os conceitos, tais como:
   - Função Característica;
   - Grandezas Fundamentais;
   - Grandezas Derivadas;
   - Equação Dimensional;
   - Números Adimensionais;
   - Modelo;
   - Protótipo;
4. Introduzir o teorema dos π
5. Mencionar a condição de semelhança completa;
6. Definir a escala de semelhança;
7. Aplicar o teorema dos π em diversos exemplos;
8. Introduzir os adimensionais típicos das bombas hidráulicas;
9. Mostrar como é obtida a curva universal das bombas hidráulicas.

Sumário:

Objetivos da primeira aula **da unidade 4:**

Mostrar as vantagens da utilização da teoria de semelhança em aplicações da engenharia;

Evocar os conceitos de:

- **função característica,**
- **grandezas fundamentais,**
- **grandezas derivadas,**
- **equação dimensional e**
- **números adimensionais.**

4.1 Introdução

Este capítulo não é uma peculiaridade da Mecânica dos Fluidos, porém para ela ocupa um papel relevante, já que parte de seu desenvolvimento teve origem experimental.

Vamos inicialmente mostrar a vantagem de recorrermos a **análise dimensional** no estudo de certas aplicações da engenharia.

Consideremos a seguinte aplicação:

- **Estuda-se em laboratório a força de resistência** (força de arraste) **que um dado fluido** (ρ_1 e μ_1) **exerce no deslocamento de uma esfera** (de diâmetro D) **em seu meio.**

A experiência realizada para o referido estudo é representada pela figura 4.1

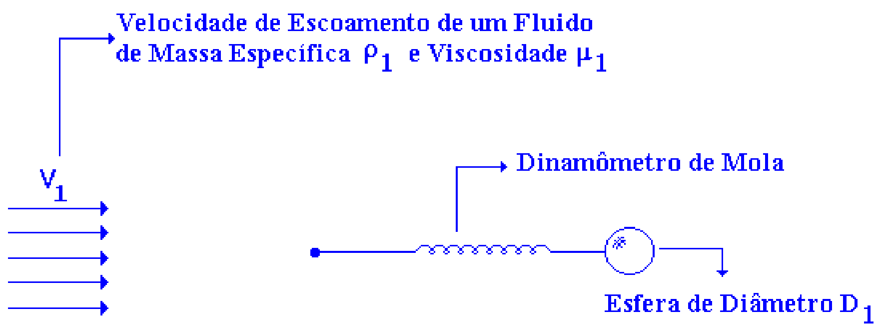


Figura 4.1

Variando-se a velocidade v_1 , para uma dada esfera de diâmetro D_1 e para um dado fluido (ρ_1 e μ_1), pode se obter a tabela apresentada a seguir:

v_1 (m/s)	---	---	...
F_1 (N)	---	---	...

Através da tabela anterior, obtém-se a curva representada pela figura 4.2

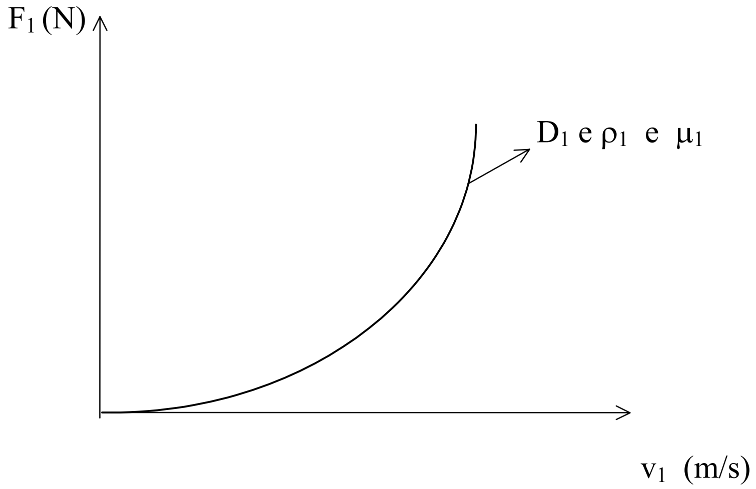


Figura 4.2

Podemos constatar facilmente que a curva representada na figura 4.2 é uma **curva particular**, mesmo porque apresenta, tanto na ordenada como na abscissa, grandezas dimensionais.

<u>Objetivo</u> - Generalizar as informações obtidas em laboratório.

Para que possamos exemplificar o objetivo mencionado anteriormente, vamos supor que nos seja dirigida a seguinte questão:

"Qual a força exercida em uma esfera de diâmetro D_2 ; quando esta se desloca no mesmo fluido com a velocidade v_2?"

<u>Condição</u>: A resposta da questão deve ser obtida sem se recorrer a ensaios.

É justamente para satisfazer esta condição que recorremos à **análise dimensional.**

Temos as seguintes variáveis que causam influência no fenômeno:

F - força de arraste
D - diâmetro da esfera
v - velocidade da esfera **ou** velocidade do fluido
ρ - massa específica do fluido
μ - viscosidade do fluido

A análise dimensional determina os números adimensionais (números puros) **que definem o fenômeno estudado. Para o exemplo anterior, temos:**

$$\pi_1 = \frac{F}{\rho\, v^2\, D^2} \qquad \text{e} \qquad \pi_2 = \frac{\mu}{\rho\, v\, D}$$

Pelo fato das duas situações: a ensaiada em laboratório e a é questionada, serem **semelhantes**, podemos afirmar que ambas são caracterizadas pelas mesmas variáveis, o que equivale a dizer que π_1 e π_2 definem as duas situações.

Podemos a partir dos dados obtidos no ensaio, obter a tabela representada a seguir:

v_1 (m/s)	F_1 (N)	$\pi_1 = \frac{F}{\rho\, V^2\, D^2}$	$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho\, V\, D}$	Dados:
-	-	-	-	D_1
				ρ_1
				μ_1

A partir da tabela anterior, podemos obter a **curva universal do fenômeno**, figura 4.3, que é aquela que tanto na ordenada como na abscissa, temos **números adimensionais (números universais)**; o que equivale a dizer que, valem tanto para o fenômeno ensaiado em laboratório como para o fenômeno que é questionado.

Pela condição de semelhança, podemos escrever que:

$$\pi_1)_{ensaiado} = \pi_1)_{questionado} \quad \underline{\underline{e}} \quad \pi_2)_{ensaiado} = \pi_2)_{questionado.}$$

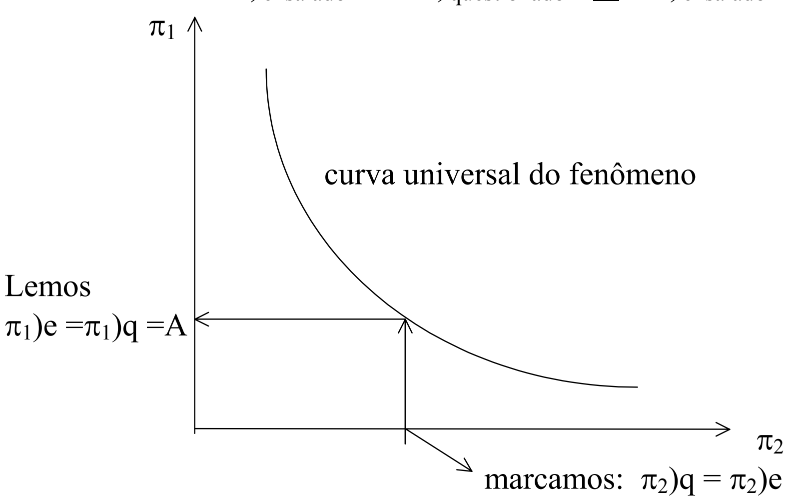


Figura 4.3

Para o fenômeno questionado, temos os seguintes dados: $\rho_2 = \rho_1$; $\mu_2 = \mu_1$; D_2 e v_2, e isto nos permite calcular:

$\pi_2)_{questionado} = \dfrac{\mu_2}{\rho_2 \, v_2 \, D_2}$ que pela condição de semelhança é igual a $\pi_2)_{ensaiado}$.

Marcando $\pi_2)_q = \pi_2)_e$ na abscissa da **curva universal,** podemos ler, na ordenada $\pi_1)_{ensaiado}$, que pela condição de semelhança e igual a $\pi_1)_{questionado}$.

$\pi_1)_{questionado} = \text{“A”} = \dfrac{F_2}{\rho^2 \, v_2^{\,2} \, D_2^{\,2}}$, e isto permite calcular a força F_2 sem recorrer a ensaios, já que:

$$F_2 = \text{“A”} \times \rho_2 \times v_2 \times D_2$$

4.2 Função Característica

Representa as variáveis que causam influência no fenômeno.

Exemplo : $f(\underbrace{F, V, \rho, \mu, D}) = 0$

variáveis do fenômeno estudado

4.3 Grandezas Fundamentais

As grandezas fundamentais adotadas para os fenômenos da Mecânica dos Fluidos, geralmente são:

F - Força
L - Comprimento
T - Tempo

4.4 Grandezas Derivadas

As grandezas derivadas de um fenômeno são todas as demais grandezas, excluindo-se as grandezas fundamentais.

4.5 Equação Dimensional

É a forma usada para definirmos uma **grandeza derivada** em função das **grandezas fundamentais**.

As equações dimensionais geralmente são escritas em forma de produto de potências, onde as bases são constituídas pelas grandezas fundamentais e os expoentes indicam o grau de dependência da grandeza derivada em função das grandezas fundamentais.

Exemplos:

$[F] = F \rightarrow$ G.F.
$[V] = L \times T^{-1} \rightarrow$ G.D.
$[\rho] = F \times L^{-4} \times T^{2} \rightarrow$ G.D.
$[\mu] = F \times L^{-2} \times T \rightarrow$ G.D.
$[D] = L \rightarrow$ G.F.

4.6 Números Adimensionais - π

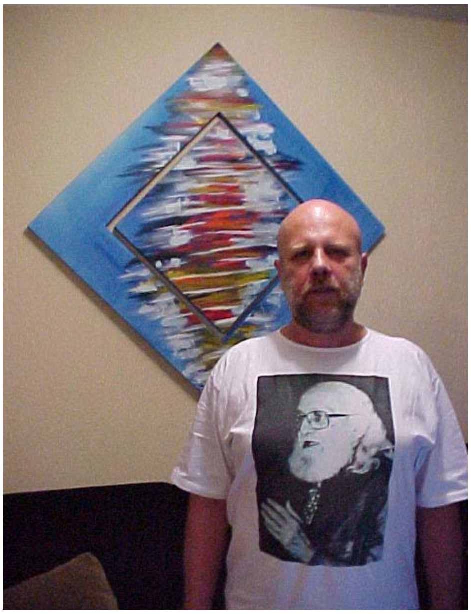
São números puros, obtidos através de uma combinação adequada das variáveis que causam influência no fenômeno.

A equação dimensional de um número adimensional será sempre: $[\pi] = F^0 L^0 T^0$, sendo esta a forma de verificarmos se o mesmo é ou não número adimensional.

Exemplo:

$$\pi_1 = \frac{F}{\rho \cdot V^2 \cdot D^2}$$

$$[\pi_1] = \frac{F}{\left(F \times L^{-4} \times T^2\right).\left(L \times T^{-1}\right)^2.(L)^2} = F^0 L^0 T^0$$



"O que deve ser instaurado é a pedagogia que começa pelo diálogo, pela comunicação, por uma nova relação humana que possibilite ao próprio povo a elaboração de uma consciência crítica do mundo em que vive."

Contracapa do livro: EDUCAÇÃO COMO PRÁTICA DA LIBERDADE, que foi escrito pelo Professor Paulo Freire, que está estampado na minha camiseta.