Objetivos da quinta aula **da unidade 4:**

Introduzir os adimensionais típicos das bombas hidráulicas e propor a obtenção da sua curva universal através do exercício 4.14.17.

4.12 Adimensionais Típicos das Bombas Hidráulicas

Antes de propor os exercícios, vamos nos deter em uma aplicação bastante importante da **análise dimensional** para o estudo da Mecânica dos fluidos, que é a sua aplicação às **máquinas hidráulicas** em particular às **bombas hidráulicas**.

Esta aplicação é comumente usada pelos fabricantes das bombas pelos seguintes motivos:

(1º) → **minimizar os custos e otimizar o tempo para ensaios**;

(2º) → **obter características hidráulicas das bombas**, **cujas dimensões excedam as permitidas pelas suas bancadas de testes.**

As figuras 4.4 a e 4.4 b procuram dar exemplos de bombas reais e bombas em modelo reduzido.

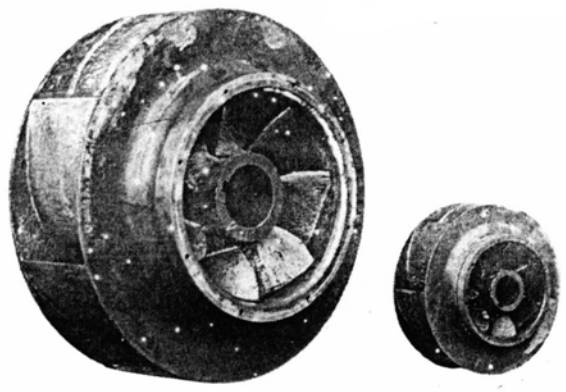


Figura 4.4 a

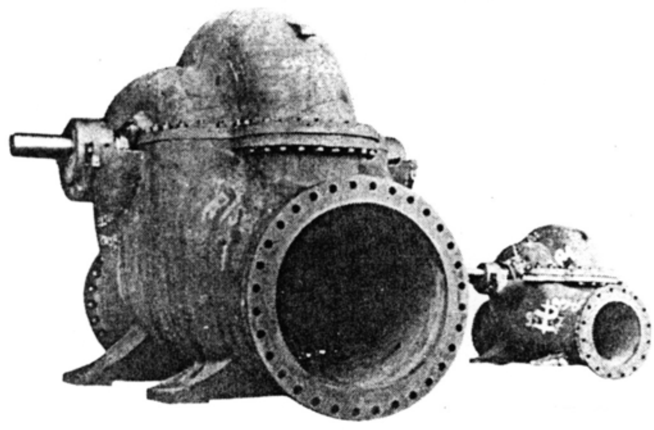


Figura 4.4 b

A função característica do fenômeno pode ser representada pelas seguintes variáveis:

N_m – **potência da máquina hidráulica**, **no caso N_B potência da bomba**;

D_r – **diâmetro do rotor**;

n – **rotação da bomba**;

Q – **vazão de escoamento do fluido que atravessa a bomba**;

γ H_B – **variação de pressão estática entre a entrada e saída do fluido, considerando o diâmetro da entrada igual ao diâmetro da saída;**

ρ - **massa específica do fluido que atravessa a bomba;**

μ - **viscosidade dinâmica do fluido que atravessa a bomba;**

E – **elasticidade**.

Portanto:

$$f(N_B, D_r, n, Q, \gamma H_B, \rho, \mu, E) = 0.$$

A partir da função característica conhecida, podemos aplicar o **teorema dos** π:

(1º) $\rightarrow$ **número de variáveis que causam influência no fenômeno** $\rightarrow$ **n=8**

(2º) $\rightarrow$ **Equação dimensional de cada uma das**

$$[N_B] = F \times L \times T^{-1}$$

$[D_r] = L$

$[n] = T^{-1}$

$[Q] = L^3 \times T^{-1}$

$[\gamma H_B] = F \times L^{-2}$

$[\rho] = F \times L^{-4} \times T^2$

$[\mu] = F \times L^{-2} \times T$

$[E] = F \times L^{-2}$

(3º) $\rightarrow$ k $\rightarrow$ **número de grandezas fundamentais envolvidas no fenômeno** $\rightarrow$ k=3

(4º)$\rightarrow$ m$\rightarrow$ **número de números adimensionais** $\rightarrow m = n - k \therefore m = 5$

$\Omega \Rightarrow$ **função equivalente do fenômeno formada só por número adimensionais.**

$\Omega \ (\pi_1,\pi_2,\pi_3,\pi_4,\pi_5) = 0$

(5º) $\rightarrow$ **base dos adimensionais** $\rightarrow$ ρ n Dr.

(6º) $\rightarrow$ **números adimensionais** $\rightarrow$

$\pi_1 = \rho^{x1} \,.\, n^{x2} \,.\, D_r^{x3} \,.\, \gamma H_B$ (I)

$\pi_2 = \rho^{y1} \,.\, n^{y2} \,.\, D_r^{y3} \,.Q$ (II)

$\pi_3 = \rho^{z1} \,.\, n^{z2} \,.\, D_r^{z3} \,.\, N_B$ (III)

$\pi_4 = \rho^{\alpha 1} \,.\, n^{\alpha 2} \,.\, D_r^{\alpha 3} \,.\, \mu$ (IV)

$\pi_5 = \rho^{\theta 1} \,.\, n^{\theta 2} \,.\, D_r^{\theta 3} \,.\, E$ (V)

Para obtermos os expoentes dos números adimensionais, procedemos como é mostrado abaixo:

(I) $F^0\, L^0\, T^0 = (F \times L^{-4} \times T^2)^{x1} \,.\, (T^{-1})^{x2} \,.\, (L)^{x3} \,.\, F \times L^{-2}$

$F^0\, L^0\, T^0 = F^{x1+1} \,.\, L^{-4\,x1 + x3 - 2} \,.\, T^{2\,x1 - x2}$

$x_1+1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -1$

$2x_1 - x_2 = 0 \quad \rightarrow \quad -2 - x_2 = 0 \rightarrow x_2 = -2$

$$-4\,x_1 + \alpha_3 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 4 + x_3 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_3 = -2$$

$$\therefore \quad \pi_1 = \rho^{-1} \,.\, n^{-2} \,.\, D_r^{-2} \,.\, \gamma\, H_B \rightarrow \quad \pi_1 = \frac{\gamma H_B}{\rho \,.\, n^2 .\, D_r^2} \qquad \text{ou}$$

$$\pi_1 = \psi = \frac{gH_B}{n^2 .\, D_r^2} \rightarrow \text{denominado de } \textbf{coeficiente manométrico.}$$

Analogamente, obtemos:

$$\pi_2 = \phi = \frac{Q}{n \,.\, D_r^3} \rightarrow \text{denominado de } \textbf{coeficiente de vazão}.$$

$$\pi_3 = \chi = \frac{N_B}{\rho \,.\, n^3 .\, D_r^5} \rightarrow \text{denominado de } \textbf{coeficiente de potência.}$$

$$\pi_4 = \frac{\rho \,.\, n .\, D_r^2}{\mu} \rightarrow \text{que é um adimensional proporcional ao } \textbf{número de Reynolds}.$$

$$\pi_5 = \frac{\rho \,.\, n^2 .\, D_r^2}{E} \rightarrow \text{denominado de } \textbf{número de Cauchy.}$$

Os números adimensionais mencionados anteriormente poderiam representar as seguintes funções equivalentes:

$$(1)\ \chi = \Omega' \,(\psi, \phi, Re, C) = \frac{N_B}{\rho \,.\, n^3 .\, D_r^5}$$

$$(2)\ \phi = \Omega'' \,(\psi, \chi, Re, C) = \frac{Q}{n \,.\, D_r^3}$$

$$(3)\ \psi = \Omega''' \,(\phi, \chi, Re, C) = \frac{gH_B}{n^2 .\, D_r^2}$$

Por outro lado, devemos lembrar que existe uma relação entre N_B, H_B e Q, já que:

$\eta_B = \dfrac{\gamma \,.\, Q \,.\, H_B}{N_B}$ e que o **número de Cauchy só deve ser levado em consideração para escoamentos compressíveis**; portanto considerando escoamentos incompressíveis, temos:

- $Q = \phi\, n\, D_r^3$
- $gH_B = \psi\, n^2\, D_r^2$

- $N_B = \chi\, \rho\, n^3\, D_r^5$, o que resulta:

$$\eta_B = \rho \,.\, \Phi \,.\, n \,.\, D_r^{\,3} \,.\, \Psi \,.\, n^2 \,.\, D_r^{\,2} \,.\, \frac{1}{\chi\, \rho\, n^3 \,.\, D_r^{\,5}}$$

$$\therefore \quad \eta_B = \frac{\Phi \,.\, \Psi}{\chi} = \Omega^{IV}(Re)$$

Onde o efeito do número de Reynolds deve ser considerado sempre que:

$$\left| D_r \text{ prototipo} - D_r \text{ mod elo} \right| > 10\%$$

Além disto, podemos recorrer a expressão estabelecida por Moody, onde temos que:

$$\frac{1-\eta m}{1-\eta p} = \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^{1/4}$$

Na prática da engenharia aparece um outro parâmetro de real importância para o estudo de semelhanças de máquinas hidráulica, que é denominado de **rotação específica** (n_S), que é a rotação da máquina hidráulica quando a mesma apresenta uma carga manométrica unitária e vazão unitária.

Define-se numericamente a **rotação específica** (n_S) da seguinte forma:

$ns = \dfrac{n\, Q^{1/2}}{H_B^{\,3/4}}$ onde Q e H_B, e n são consideradas respectivamente em m^3/s, m e rpm e lidas no ponto de projeto, aquele onde se tem o $\eta_{B_{máx}}$.

<u>Conclusão</u> → Para escoamentos incompressíveis, onde desejamos colher informações para um protótipo (bomba) através de um modelo (bomba), geralmente reduzido, segundo as normas do **Hydraulic Institute Standards**, devemos ter:

1º → **semelhança hidráulica**, o que equivale a dizer que a rotação específica, tanto do protótipo, como do modelo, é igual.

2º → **semelhança hidrodinâmica**, o que equivale a dizer que as dimensões relevantes, como o ângulo da pá, área da garganta, etc. ...devem respeitar a escala geométrica:

$$K_L = \frac{Dr_m}{Dr_p}$$

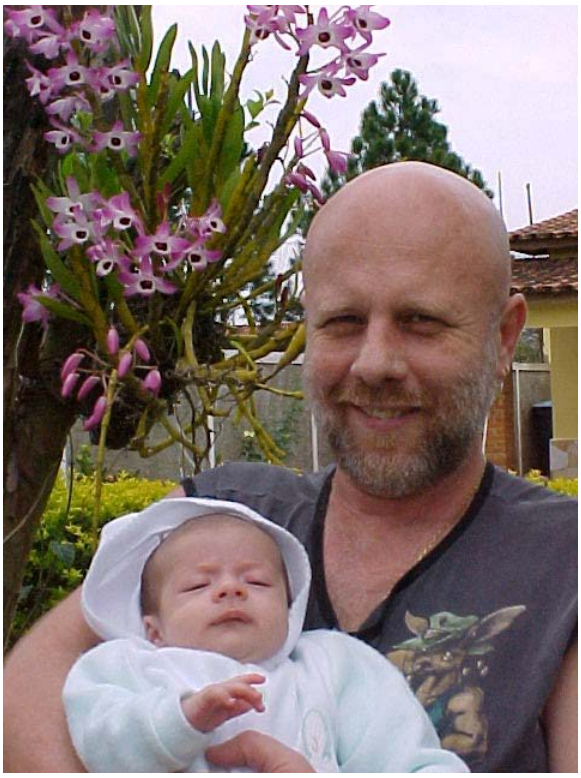
A partir destas condições o estudo de semelhança é feito através dos seguintes números adimensionais:

- **coeficiente manométrico** $\rightarrow \psi = \dfrac{gH_B}{n^2 . D_r^2}$

- **coeficiente de vazão** $\rightarrow \phi = \dfrac{Q}{n . D_r^3}$

- **coeficiente de potência** $\rightarrow \chi = \dfrac{N_B}{\rho . n^3 . D_r^5}$

- **expressão de Moody**: $\dfrac{1-\eta_B p}{1-\eta_B m} = \left(\dfrac{D_m}{D_p}\right)^{1/4}$



Eu com o Marcus Vinícius