

Objetivos da terceira aula da unidade 4:**Evocar os conceitos de modelo e protótipo;****Evocar a utilização do teorema dos π ;****Resolver os exercícios 4.14.4 itens b) e c);
4.14.5, 4.14.6 e 4.14.7;****Propor os exercícios 4.14.8 e 4.14.9 itens a), b)
e c).****4.7 Modelo - m**

É o fenômeno ensaiado em laboratório, que geralmente é a representação do fenômeno em escala não natural.

4.8 Protótipo - p

É o fenômeno do qual desejamos obter as informações sem recorrer a ensaios, geralmente representa o fenômeno na escala real.

Para viabilizar o mencionado anteriormente, devemos ter, tanto o modelo como o protótipo, definidos pela mesma função característica, o que equivale a dizer que ambos serão caracterizados pelos mesmos números adimensionais, sendo este fato denominado de **condição de semelhança**.

4.9 Teorema dos π

É o teorema que nos permite determinar os números adimensionais a partir da função característica.

Partindo-se da função característica, $f(F, V, \rho, \mu, D) = 0$, a aplicação do teorema dos π respeita a seguinte seqüência:

1º PASSO: Determinar o número de grandezas que influenciam o fenômeno - n
 $n = 5$

2° PASSO: Escrevemos a equação dimensional de cada uma das grandezas.

$$\begin{aligned} [F] &= F \\ [V] &= L \times T^{-1} \\ [\rho] &= F \times L^{-4} \times T^2 \\ [\mu] &= F \times L^{-2} \times T \\ [D] &= L \end{aligned}$$

3° PASSO: Determinamos o número de grandezas fundamentais envolvidas no fenômeno - K.

$$K = 3$$

4° PASSO: Determinamos o número de números adimensionais que caracterizam o fenômeno - m

$$m = n - K \quad \therefore \quad m = 2$$

Ω - **função equivalente formada por números adimensionais.**

$\Omega - (\pi_1, \pi_2) = 0$ – **para o exemplo.**

5° PASSO: Estabelecemos a **base** dos números adimensionais.

Definição de base - É um conjunto de K variáveis independentes comuns aos adimensionais a serem determinados, com exceção dos seus expoentes.

Variáveis independentes - São aquelas que apresentam as suas equações dimensionais diferentes entre si de pelo menos uma grandeza fundamental.

Para o exemplo, temos:

- F, V, ρ , D ou F, V, μ , D como **variáveis independentes**.

- ρ e μ como **variáveis dependentes**.

Bases possíveis para o exemplo:

$$\rho \text{ V F}; \rho \text{ V D}; F \text{ V D}; \mu \text{ V F}; \mu \text{ V D}.$$

Para obtermos os adimensionais já estabelecidos para os estudos de Mecânica dos Fluidos, geralmente adotamos a base $\rho \text{ V D}$, ou a que mais se assemelha a esta.

Para o exemplo, adotamos a base $\rho \text{ V D}$.

6° PASSO : Escrevemos os números adimensionais, multiplicando a base adotada por cada uma das variáveis que restaram na função característica após a sua retirada.

$$\pi_1 = \rho^{\alpha_1} \cdot V^{\alpha_2} \cdot D^{\alpha_3} \cdot F \quad (\text{I})$$

$$\pi_2 = \rho^{\gamma_1} \cdot V^{\gamma_2} \cdot D^{\gamma_3} \cdot \mu \quad (\text{II})$$

Para obtermos os expoentes da base, substituímos cada uma das variáveis por sua respectiva equação dimensional, inclusive o número adimensional.

Para a equação (I), temos:

$$F^0 L^0 T^0 = (F \times L^{-4} \times T^2)^{\alpha_1} \cdot (L \times T^{-1})^{\alpha_2} \cdot L^{\alpha_3} \cdot F$$

$$F^0 L^0 T^0 = F^{\alpha_1+1} \cdot L^{-4\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3} \cdot T^{2\alpha_1-\alpha_2}$$

$$\alpha_1+1=0 \rightarrow \alpha_1=-1$$

$$2\alpha_1-\alpha_2=0 \rightarrow -2-\alpha_2=0 \rightarrow \alpha_2=-2$$

$$-4\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=0 \rightarrow 4-2+\alpha_3=0 \rightarrow \alpha_3=-2$$

$$\therefore \pi_1 = \rho^{-1} \cdot V^{-2} \cdot D^{-2} \cdot F \rightarrow \pi_1 = \frac{F}{\rho \cdot V^2 \cdot D^2}$$

Para a equação (II):

$$F^0 L^0 T^0 = (F \times L^{-4} \times T^2)^{\gamma_1} \cdot (L \times T^{-1})^{\gamma_2} \cdot L^{\gamma_3} \cdot F \times L^{-2} \times T$$

$$F^0 L^0 T^0 = F^{\gamma_1+1} \cdot L^{-4\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3-2} \cdot T^{2\gamma_1-\gamma_2+1}$$

$$\gamma_1+1=0 \rightarrow \gamma_1=-1$$

$$2\gamma_1-\gamma_2+1=0 \rightarrow -2-\gamma_2+1=0 \rightarrow \gamma_2=-1$$

$$-4\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3-2=0 \rightarrow 4-1+\gamma_3-2=0 \rightarrow \gamma_3=-1$$

$$\therefore \pi_2 = \rho^{-1} \cdot V^{-1} \cdot D^{-1} \cdot \mu \quad \therefore \pi_2 = \frac{\mu}{\rho \cdot V \cdot D}$$