Objetivos da terceira aula **da unidade 4:**

Evocar os conceitos de modelo e protótipo;

Evocar a utilização do teorema dos π;

Resolver os exercícios 4.14.4 itens b) e c); 4.14.5, 4.14.6 e 4.14.7;

Propor os exercícios 4.14.8 e 4.14.9 itens a), b) e c).

4.7 Modelo - m

É o fenômeno ensaiado em laboratório, que geralmente é a representação do fenômeno em escala não natural.

4.8 Protótipo - p

É o fenômeno do qual desejamos obter as informações sem recorrer a ensaios, geralmente representa o fenômeno na escala real.

Para viabilizar o mencionado anteriormente, devemos ter, tanto o modelo como o protótipo, definidos pela mesma função característica, o que equivale a dizer que ambos serão caracterizados pelos mesmos números adimensionais, sendo este fato denominado de **condição de semelhança**.

4.9 Teorema dos π

É o teorema que nos permite determinar os números adimensionais a partir da função característica.

Partindo-se da função característica, $f(F, V, \rho, \mu, D) = 0$, a aplicação do teorema dos π respeita a seguinte seqüência:

1º PASSO: Determinar o número de grandezas que influenciam o fenômeno - n

$n = 5$

2º PASSO: Escrevemos a equação dimensional de cada uma das grandezas.

$[F] = F$
$[V] = L \times T^{-1}$
$[\rho] = F \times L^{-4} \times T^{2}$
$[\mu] = F \times L^{-2} \times T$
$[D] = L$

3º PASSO: Determinamos o número de grandezas fundamentais envolvidas no fenômeno - K.
$K = 3$

4º PASSO: Determinamos o número de números adimensionais que caracterizam o fenômeno - m
$m = n - K \quad \therefore \quad m = 2$

Ω - **função equivalente formada por números adimensionais.**
$\Omega - (\pi_1 , \pi_2) = 0$ – **para o exemplo.**

5º PASSO: Estabelecemos a **base** dos números adimensionais.

Definição de base - É um conjunto de K variáveis independentes comuns aos adimensionais a serem determinados, com exceção dos seus expoentes.

Variáveis independentes - São aquelas que apresentam as suas equações dimensionais diferentes entre si de pelo menos uma grandeza fundamental.

Para o exemplo, temos:
- F, V, ρ, D ou F, V, μ, D como **variáveis independentes**.
- ρ e μ como **variáveis dependentes**.

Bases possíveis para o exemplo:

ρ V F; ρ V D; F V D; μ V F; μ V D.

Para obtermos os adimensionais já estabelecidos para os estudos de Mecânica dos Fluidos, geralmente adotamos a base ρ V D, ou a que mais se assemelha a esta.

Para o exemplo, adotamos a base ρ V D.

6º PASSO : Escrevemos os números adimensionais, multiplicando a base adotada por cada uma das variáveis que restaram na função característica após a sua retirada.

$\pi_1 = \rho^{\alpha 1} \, . \, V^{\alpha 2} \, . \, D^{\alpha 3} \, . \, F \qquad$ (I)

$\pi_2 = \rho^{\gamma 1} \, . \, V^{\gamma 2} \, . \, D^{\gamma 3} \, . \, \mu \qquad$ (II)

Para obtermos os expoentes da base, substituímos cada uma das variáveis por sua respectiva equação dimensional, inclusive o número adimensional.

Para a equação (I), temos:

$$F^0 \, L^0 \, T^0 = (F \times L^{-4} \times T^2)^{\alpha 1} \, . \, (L \times T^{-1})^{\alpha 2} \, . \, L^{\alpha 3} \, . \, F$$

$$F^0 \, L^0 \, T^0 = F^{\alpha 1+1} \, . \, L^{-4\,\alpha 1 + \alpha 2 + \alpha 3} \, . \, T^{2\,\alpha 1 - \alpha 2}$$

$\alpha_1 + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad \alpha_1 = -1$

$2\alpha_1 - \alpha_2 = 0 \quad \rightarrow \quad -2 - \alpha_2 = 0 \rightarrow \alpha_2 = -2$

$-4\,\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0 \quad \rightarrow \quad 4 - 2 + \alpha_3 = 0 \quad \rightarrow \quad \alpha_3 = -2$

$$\therefore \quad \pi_1 = \rho^{-1} \, . \, V^{-2} \, . \, D^{-2} \, . \, F \quad \rightarrow \quad \pi_1 = \frac{F}{\rho \, . \, V^2 . \, D^2}$$

Para a equação (II):

$$F^0 \, L^0 \, T^0 = (F \times L^{-4} \times T^2)^{\gamma 1} \, . \, (L \times T^{-1})^{\gamma 2} \, . \, L^{\gamma 3} \, . \, F \times L^{-2} \times T$$

$$F^0 \, L^0 \, T^0 = F^{\gamma 1+1} \, . \, L^{-4\,\gamma 1 + \gamma 2 + \gamma 3 - 2} \, . \, T^{2\,\gamma 1 - \gamma 2 + 1}$$

$\gamma_1 + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad \gamma_1 = -1$

$2\gamma_1 - \gamma_2 + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad -2 - \gamma_2 + 1 = 0 \rightarrow \gamma_2 = -1$

$-4\,\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 4 - 1 + \gamma_3 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad \gamma_3 = -1$

$$\therefore \quad \pi_2 = \rho^{-1} \, . \, V^{-1} \, . \, D^{-1} \, . \, \mu \quad \therefore \quad \pi_2 = \frac{\mu}{\rho \, . \, V . \, D}$$