

### Objetivos da quinta aula da unidade 5

**Evocar os conceitos de potência e rendimento de uma máquina**

**Introduzir o conceito de potência fornecida, ou retirada, de um fluido**

**Estudar a potência e rendimento da bomba e da turbina hidráulica**

**Introduzir a equação da energia para um escoamento unidirecional, incompressível e em regime permanente para uma instalação com diversas entradas e saídas**

**Resolver exercício**

**Propor os exercícios 5.14.32 à 5.14.36**

## 5.11 Noção de Potência e Rendimento Utilizados em Instalações Hidráulicas

### 5.11.1 Potência do Fluido (N)

Para definirmos a potência do fluido (N), evocamos o conceito de *carga manométrica de uma máquina hidráulica* ( $H_M$ ).

Com  $H_M$  representa a energia fornecida (ou retirada) por unidade de peso do fluido (G), podemos concluir que a *energia total do fluido* ( $E_f$ ), que foi fornecida, ou retirada, pode ser calculada pela equação 5.37.

$$E_f = G \cdot H_M = \gamma \cdot V \cdot H_M \quad \text{equação 5.37}$$

Ao considerarmos a energia total do fluido ( $E_f$ ) por unidade de tempo, estaremos definindo a potência do fluido (N).

$$\frac{E_f}{t} = \frac{\gamma \cdot V \cdot H_M}{t}$$

$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_M^1 \quad \text{equação 5.38}$$

---

<sup>1</sup> A equação dimensional da potência é :  $[ N ] = F \cdot L \cdot T^{-1}$

A partir da equação dimensional da potência do fluido, podemos definir as principais unidades de potência, tais como:

$$S. I \rightarrow [ N ] = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{J}{s} = w \text{ (watts)}$$

$$MK * S \rightarrow [ N ] = \frac{kgf \cdot m}{s} = \frac{kgm}{s}$$

$$\text{Notas: } 1^a \rightarrow \frac{1kgm}{s} = 9,81w$$

$$2^a \rightarrow 1 C \cdot V = 75 \frac{kgm}{s}$$

$$3^a \rightarrow 1 C \cdot V \approx 736 w$$

$$4^a \rightarrow 1 C \cdot V \simeq 0,9868 \text{ HP}$$

### 5.11.2 Potência da Bomba ( $N_B$ )

Para a compreensão deste tópico, consideramos o funcionamento convencional de uma *bomba*, como o representado pela figura 5.33; onde:

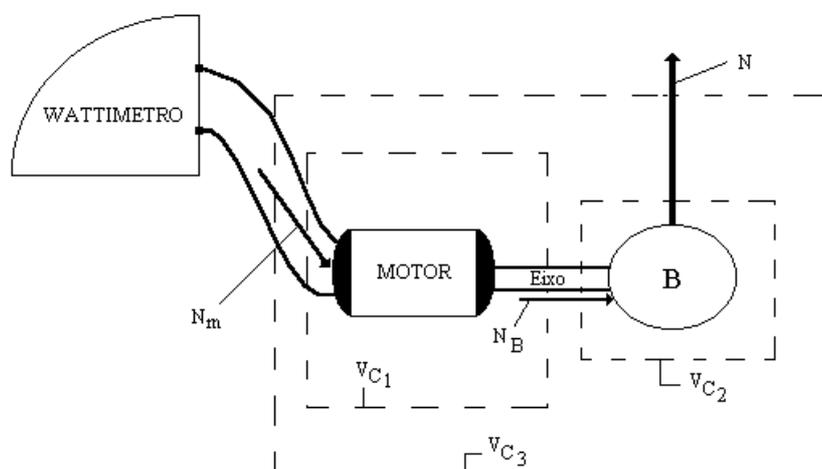


Figura 5.33

$N_m \rightarrow$  é a potência nominal do motor elétrico ou a potência consumida da rede elétrica

$N_B \rightarrow$  é a potência útil do motor elétrico ou potência nominal da bomba

$N \rightarrow$  potência útil da bomba ou potência do fluido ou potência trocada entre bomba e fluido

$V_{Ci} \rightarrow$  Volume de Controle (i).

Evocando o conceito de rendimento de uma máquina ( $\eta$ ), temos:

$$\eta = \frac{\text{Potencia Util}}{\text{Potencia Posta em Jogo}}$$

Através do conceito de rendimento e observando o volume de controle i ( $V_{Ci}$ ), podemos concluir:

$$\eta_i = \frac{\text{Potencia Que Sai do } V_{Ci}}{\text{Potencia Que Entra no } V_{Ci}}$$

Considerando o volume de controle 2, ou seja só a **bomba**, podemos definir o rendimento da bomba ( $\eta_B$ ) pela equação 5.39 .

$$\eta_B = \frac{N}{N_B} \quad \text{equação 5.39}$$

Portanto:

$$N_B = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_B}{\eta_B} \quad \text{equação 5.40}$$

**Notas:** 1ª) - Rendimento do motor elétrico  $\rightarrow \eta_m = \frac{N_B}{N_m}$

2ª) - Rendimento global do conjunto moto-bomba  $\rightarrow \eta_g$

$$\eta_g = \frac{N}{N_m} = \eta_m \cdot \eta_B$$

### 5.11.3 Potência da Turbina ( $N_T$ )

Consideramos o funcionamento convencional da **turbina** representado pela figura 5.34, onde:

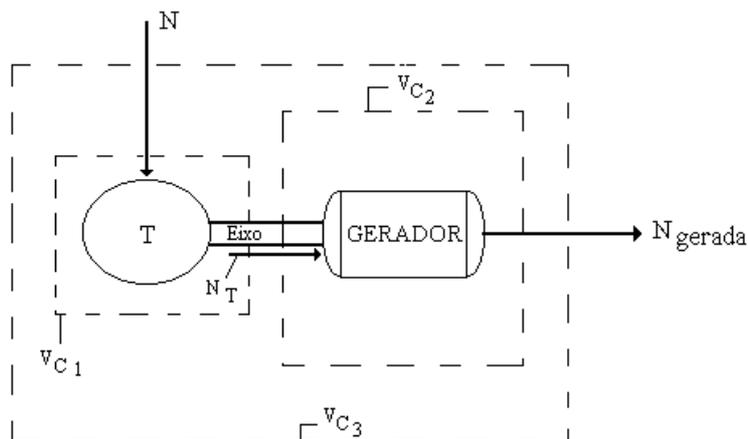


Figura 5.34

$N \rightarrow$  é a potência do fluido ou potência posta em jogo para a turbina

$N_T \rightarrow$  potência útil da turbina ou potência no eixo da turbina ou potência da turbina

Considerando o volume de controle 1, ou seja só a turbina, podemos:

$$\eta_T = \frac{N_T}{N} \quad \text{equação 5.41}$$

Portanto:

$$N_T = \gamma \cdot Q \cdot H_T \cdot \eta_T \quad \text{equação 5.42}$$

**Notas:** 1ª) - Rendimento do gerador ( $\eta_{\text{gerador}}$ )

$$\eta_{\text{gerador}} = \frac{N_{\text{gerada}}}{N_T}$$

2ª) - Rendimento global ( $\eta_g$ )  $\rightarrow \eta_g = \frac{N_{\text{gerada}}}{N} = \eta_{\text{gerador}} \cdot \eta_T$

## 5.12 Equação da Energia para o Escoamento Unidirecional, Incompressível e em Regime Permanente em Instalações com Diversas Entradas e Saídas

A equação estabelecida no tópico 5.10.2

$$H_i + H_M = H_f + H_{p_{i-f}} \quad \text{equação 5.36}$$

só é válida pra instalação com uma entrada e uma saída o que equivale a dizer que só é válida para uma única vazão.

A figura 5.35, mostra uma situação onde esta condição não é respeitada, já que temos duas entradas e duas saídas.

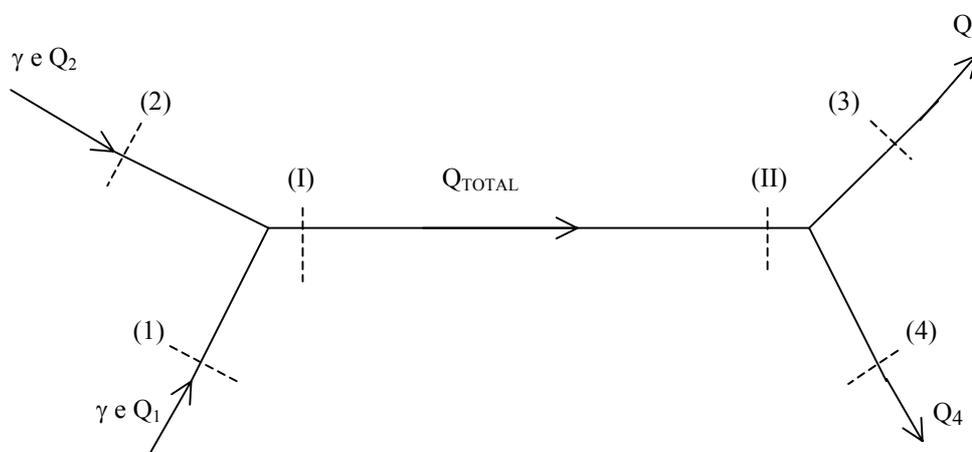


Figura 5.35

Ao observarmos a figura 5.35, verificamos que a equação anterior é válida no trecho (I) e (II), nós demais não seria já que teríamos mais do que uma vazão, neste caso o balanço deve ser feito em relação as potências, ou seja:

$$\left[ \sum_{i=1}^n (\gamma_i \cdot Q_i \cdot H_i) \right]_{\text{entram}} = \left[ \sum_{j=1}^n (\gamma_j \cdot Q_j \cdot H_j) \right]_{\text{saem}} + \left[ \sum_{i=1}^n (\gamma_i \cdot Q_i \cdot H_{p_i}) \right] + \left[ \sum_{j=1}^n (\gamma_j \cdot Q_j \cdot H_{p_j}) \right] \quad \text{equação 5.43}$$

↳ Potência dissipada ( $N_d$ ) ao longo do escoamento.

Considerando a figura 5.35, podemos escrever que:

$$(1) \rightarrow H_I = H_{II} + H_{p_{I-II}} \rightarrow \text{uma única vazão } Q_T.$$

$$(2) \rightarrow \gamma \cdot Q_2 \cdot H_2 + \gamma \cdot Q_1 \cdot H_1 = \gamma \cdot Q_T \cdot H_I + \gamma \cdot Q_2 \cdot H_{p_{2-I}} + \gamma \cdot Q_1 \cdot H_{p_{1-I}}$$

$$(3) \rightarrow \gamma \cdot Q_T \cdot H_{II} = \gamma \cdot Q_3 \cdot H_3 + \gamma \cdot Q_4 \cdot H_4 + \gamma \cdot Q_3 \cdot H_{p_{II-3}} + \gamma \cdot Q_4 \cdot H_{p_{II-4}}$$

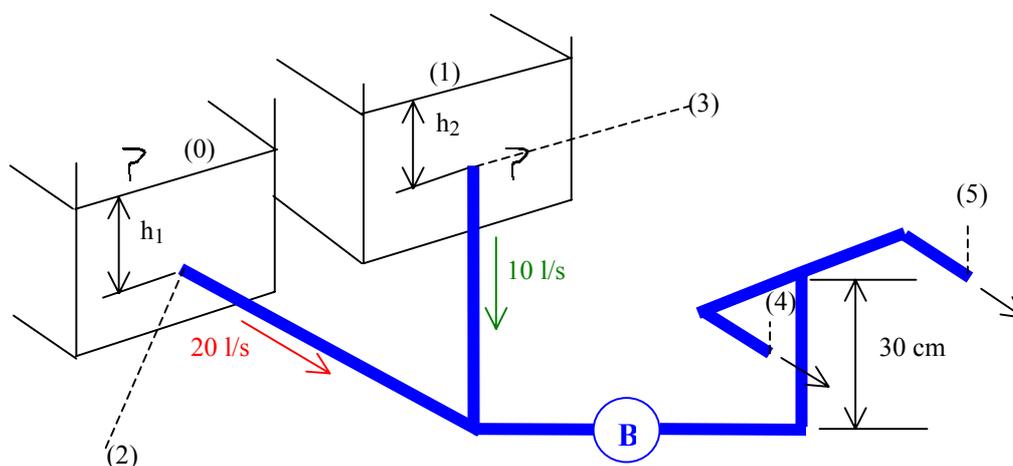
Devemos notar, que a situação descrita pela figura 5.35, não prevê nenhuma máquina hidráulica, se a mesma fosse colocada entre as seções (I) e (II), o equacionamento seria:

$$\begin{aligned} \gamma \cdot Q_1 \cdot H_1 + \gamma \cdot Q_2 \cdot H_2 + \Sigma N &= \gamma \cdot Q_3 \cdot H_3 + \gamma \cdot Q_4 \cdot H_4 + \Sigma N_d \\ N &= \gamma \cdot Q_T \cdot H_M, \text{ com } N > 0 \text{ para } \textit{bomba} \text{ e } N < 0 \text{ para } \textit{turbina} \\ N_d &= \gamma \cdot Q_1 \cdot H_{p_{1-I}} + \gamma \cdot Q_2 \cdot H_{p_{2-I}} + \gamma \cdot Q_3 \cdot H_{p_{II-3}} + \gamma \cdot Q_4 \cdot H_{p_{II-4}} \end{aligned}$$

equação 5.44

**Exemplo:** A figura mostra uma bomba hidráulica que alimenta dois esguichos iguais, com água proveniente de dois, reservatórios de grandes dimensões mantidos às cotas  $h_1 = 2\text{m}$  e  $h_2 = 1\text{m}$ . Calcular o rendimento e a altura manométrica da bomba, sabendo-se que a potência dissipada na tubulação é de  $116 \text{ kgf} \cdot \text{m/s}$  e que na bomba são dissipadas  $120 \text{ kcal}$  em  $20$  minutos.

**Dado:**  $1 \frac{\text{kcal}}{\text{s}} = 427 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m/s}$



$$A_4 = A_5 = 15\text{cm}^2 \rightarrow \gamma = 1000 \frac{\text{Kgf}}{\text{m}^3}$$

**Equação Genérica**

$$\Sigma (\gamma \cdot Q \cdot H)_e + N = \Sigma (\gamma \cdot Q \cdot H)_s + N_d$$

$$\gamma \cdot Q_0 \cdot H_0 + \gamma \cdot Q_1 \cdot H_1 + N = \gamma \cdot Q_4 \cdot H_4 + \gamma \cdot Q_5 \cdot H_5 + N_d$$

Pela condição de regime permanente, podemos afirmar que tanto o nível (0), como o nível (1), permanecem constantes, o que equivale a dizer:

$$Q_0 = 20 \text{ l/s} \quad \text{e} \quad Q_1 = 10 \text{ l/s}$$

A partir deste ponto, analisemos as unidades usadas:

$$\gamma \cdot Q \cdot H \rightarrow \frac{F}{L^3} \cdot \frac{L^3}{T} \cdot L \rightarrow \frac{F \cdot L}{T}$$

Para o exercício, temos:  $\frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

Adotando-se o PHR no plano que contém o eixo da tubulação, temos:

$$H_0 = Z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g}; \quad \text{onde : } Z_0 = h_1 = 2 \text{ m}$$

$$p_0 = p_{\text{atm}} = 0 \rightarrow \text{esc. efetiva}$$

$$V_0 = 0 \rightarrow \text{regime permanente}$$

$$H_0 = 2 \text{ m}$$

$$H_1 = Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}; \quad \text{onde : } Z_1 = h_2 = 1 \text{ m}$$

$$p_1 = p_{\text{atm}} = 0 \rightarrow \text{esc. efetiva}$$

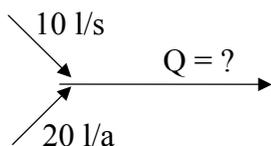
$$V_1 = 0 \rightarrow \text{regime permanente}$$

$$H_1 = 1 \text{ m} \rightarrow H_4 = Z_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2g}; \quad \text{onde : } Z_4 = 0,3 \text{ m}$$

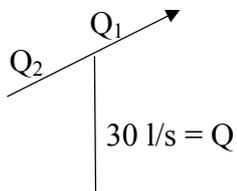
$$p_4 = p_{\text{atm}} = 0 \rightarrow \text{esc. efetiva}$$

$$V_4 = \frac{Q}{A_4} \rightarrow Q = ?$$

Para que possamos determinar as vazões, devemos pensar na **equação da continuidade**, onde para escoamentos incompressíveis, temos:  $\sum_e Q = \sum_s Q$ , portanto:



$$Q = 30 \text{ l/s (vazão que passa pela bomba)}$$



$$30 = Q_1 + Q_2$$

Como os esguichos são iguais, temos que

$$Q_1 = Q_2 = Q'$$

$$\therefore Q' = 15 \text{ l/s (que sai em (4) e (5))}$$

$$\therefore V_4 = V_5 = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-4}} \rightarrow V_4 = V_5 = 10 \text{ m/s}$$

$$H_4 = 0,3 + 0 + \frac{(10)^2}{20} \therefore H_4 = 5,3 \text{ m}$$

Pela condição dos esguichos serem iguais e pela figura, podemos concluir que :

$$H_4 = H_5 = 5,3 \text{ m}$$

$$10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 2 + 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 1 + N = 2 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 5,3 + N_d$$

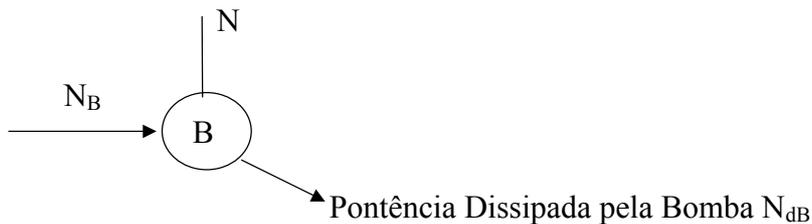
$$40 + 10 + N = 159 + N_d$$

$$N = 109 + N_d$$

$$N = 109 + 116 \Rightarrow N = 225 \text{ kgf} \cdot \text{m/s}$$

→ Potência útil da Bomba, pois  $N > 0$

$$225 = 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot H_B \rightarrow \boxed{H_B = 7,5 \text{ m}}$$



$$N_B = N + N_{dB}$$

$$N_{dB} = \frac{120}{20 \cdot 60} \quad \therefore \quad N_{dB} = 0,1 \frac{\text{kcal}}{\text{s}}$$

$$\begin{array}{l} 1 \leftarrow \text{---} \rightarrow 427 \\ 0,1 \leftarrow \text{---} \rightarrow x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 \\ 0,1 \end{array}} \right\} \rightarrow N_{dB} = 42,7 \text{ kgf} \cdot \text{m/s}$$

$$\therefore N_B = 225 + 42,7 \rightarrow N_B = 267,7 \text{ kgf} / \text{m/s}$$

$$\eta_B = \frac{N}{N_B} = \frac{225}{267,7} \quad \therefore \quad \eta_B \approx 84 \%$$



Este trabalho é motivado pelo Marcus Vinicius – meu neto