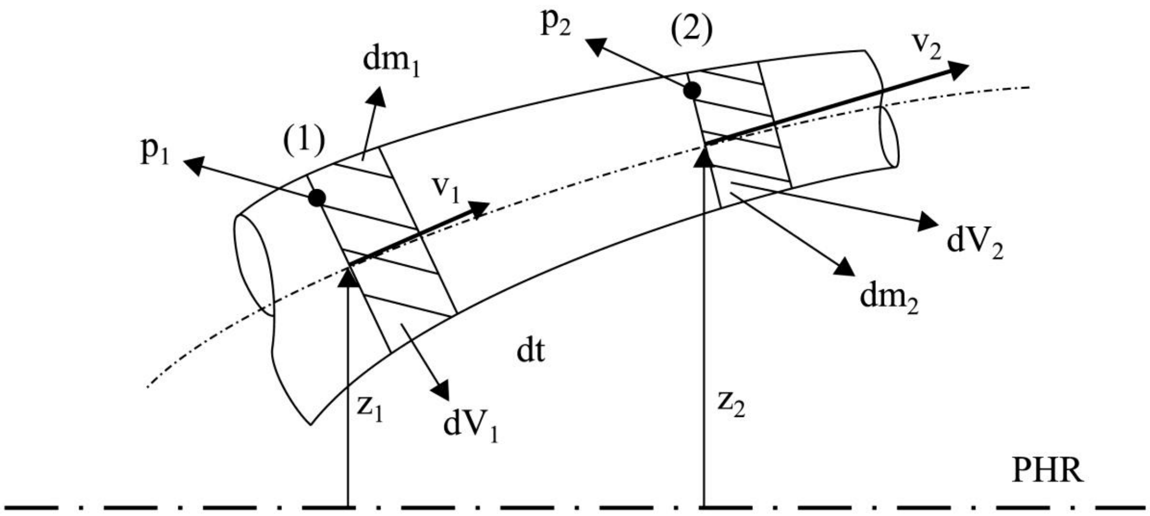
Capítulo 4 – Equação da energia para escoamento permanente

ME4310 e MN5310

30/09/2009

Seja o tubo de corrente a seguir



$$dm_1 g z_1 + \frac{dm_1 v_1^2}{2} + p_1 dV_1 = dm_2 g z_2 + \frac{dm_2 v_2^2}{2} + p_2 dV_2$$

$$dV = \frac{dm}{\rho}$$

$$dm_1 g z_1 + \frac{dm_1 v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} dm_1 = dm_2 g z_2 + \frac{dm_2 v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} dm_2$$

Pelas hipóteses de fluido incompressível e em regime permanente resulta que $dm_1 = dm_2$ e que $\rho_1 = \rho_2$, portanto:

$$g z_1 + \frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = g z_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} \text{ ou } z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

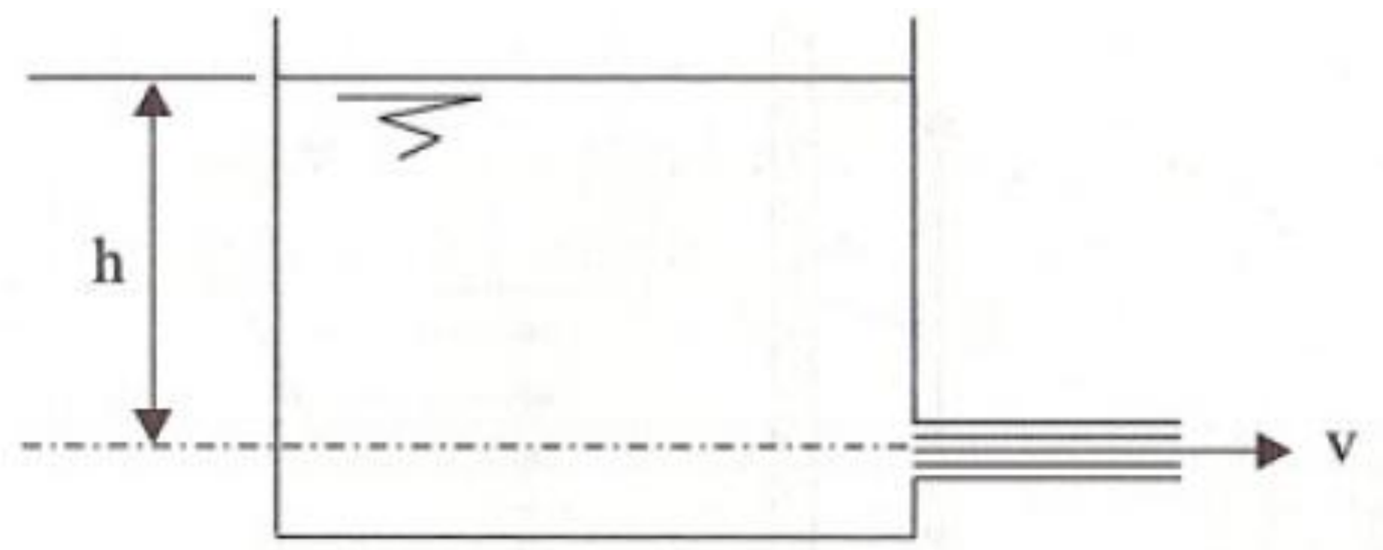
É importante saber que:

$$z \rightarrow \text{carga potencial}$$

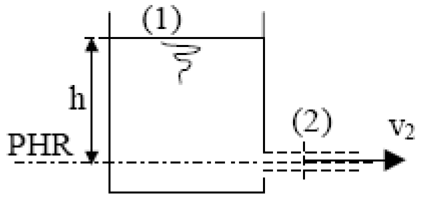
$$\frac{p}{\gamma} \rightarrow \text{carga de pressão}$$

$$\frac{v^2}{2g} \rightarrow \text{carga cinética}$$

4.1 Determinar a velocidade do jato do líquido no orifício do tanque de grandes dimensões da figura. Considerar fluido ideal.



4.1 – Resolução



Ressaltar as hipóteses de Bernoulli:
1) R.P. Reservatório de grandes dimensões.
2) S.M. Visual. Não há bombas nem turbinas no trecho (1)-(2).
3) S.P. Dado do enunciado: fluido ideal.
4) F.I. Líquido.
5) P.U.S. Jato livre. Não vale o princípio da aderência.

O leitor deve ser hábil na escolha dos pontos (1) e (2). Como regra, o ponto (1) deve ser escolhido numa seção onde v, p e z sejam conhecidos, e o ponto (2), onde estiver a incógnita, ou vice-versa.

$$\frac{v_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1=\frac{v_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+z_2$$

$v_1=0 \rightarrow$ nível do fluido no reservatório

$p_1=0 \rightarrow p_{atm}$ na escala efetiva

$z_1=h \rightarrow$ cota a partir do PHR

$v_2 \rightarrow$ é a incógnita

$p_2=0 \rightarrow p_{atm}$ na escala efetiva

$z_2=0 \rightarrow$ ponto no PHR

$$h=\frac{v_2^2}{2g} \rightarrow v_2=\sqrt{2gh}$$

Observa-se que o PHR é arbitrário. Ao ser mudado alteram-se z_1 e z_2, mas a solução da equação permanece a mesma.

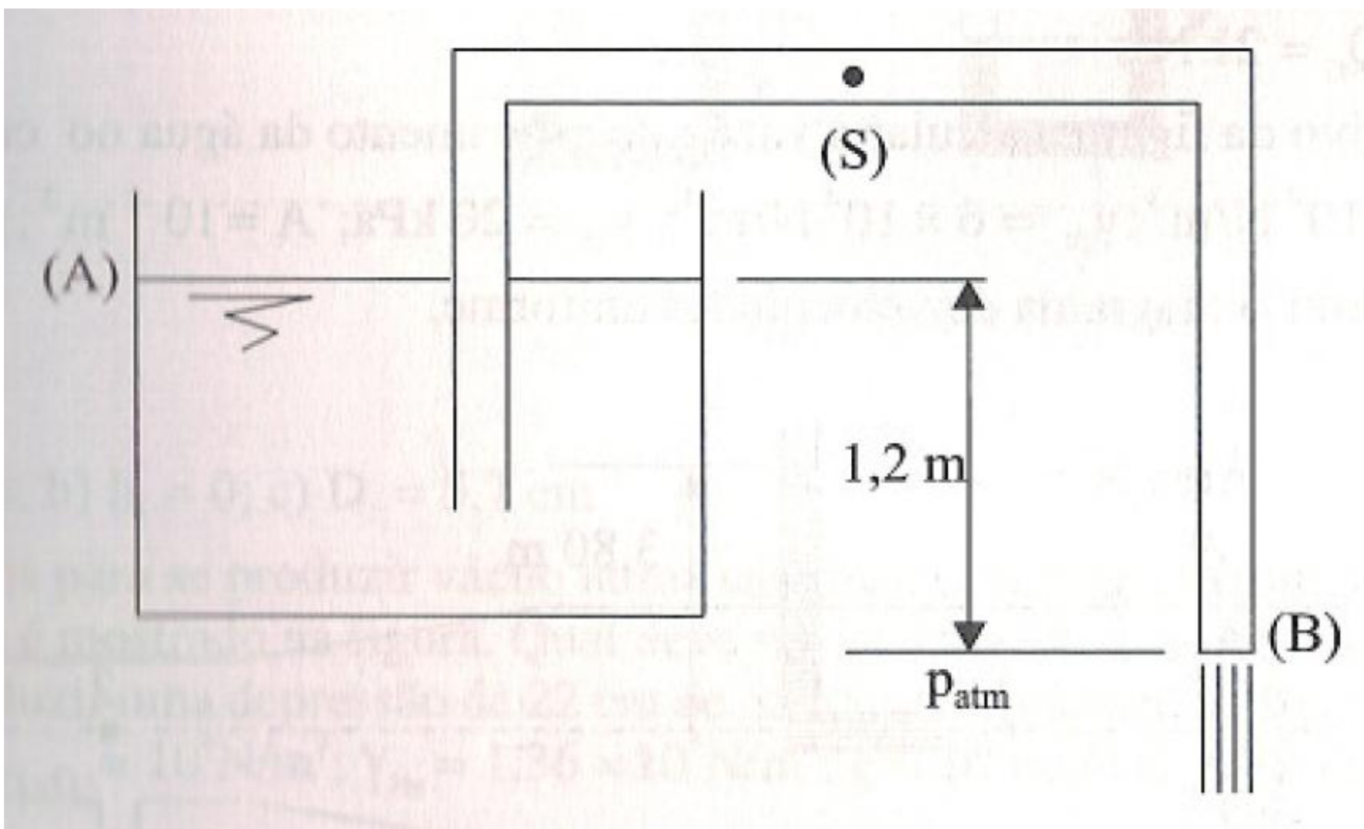
4.3

A pressão no ponto S do sifão da figura não deve cair abaixo de 25 kPa (abs). Desprezando as perdas, determinar:

a) Qual é a velocidade do fluido?

b) Qual é a máxima altura do ponto S em relação ao ponto (A)?

$p_{atm} = 100$ kPa; $\gamma = 10^4$ N/m^3



4.3 - Resolução

$$a)\quad \frac{v_A^2}{2g}+\frac{p_A}{\gamma}+z_A=\frac{v_B^2}{2g}+\frac{p_B}{\gamma}+z_B$$

$$z_A=\frac{v_B^2}{2g}\quad\rightarrow\quad v_B=\sqrt{2gz_A}=\sqrt{20\times 1{,}2}=4{,}9\,m/s$$

$$b)\quad \frac{v_A^2}{2g}+\frac{p_A}{\gamma}+z_A=\frac{v_S^2}{2g}+\frac{p_S}{\gamma}+z_S$$

$$p_{S_{ef}}=p_{S_{abs}}-p_{atm}=25-100=-75\,kPa$$

$$z_A=\frac{v_S^2}{2g}+\frac{p_s}{\gamma}+z_S\quad\rightarrow\quad z_S-z_A=-\frac{v_S^2}{2g}-\frac{p_S}{\gamma}$$

$$z_S-z_A=-\frac{4{,}9^2}{20}-\frac{-75\times 10^3}{10^4}=6{,}3\,m$$

Extra – Para o Venturi pede-se calcular a vazão de escoamento da água

São dados:

Temperatura de escoamento 20⁰C, portanto:

$$\rho_{H_2O} = 998{,}2\,\frac{kg}{m^3} \rightarrow \rho_{Hg} = 13546\,\frac{kg}{m^3}$$

Tubulação de aço 40

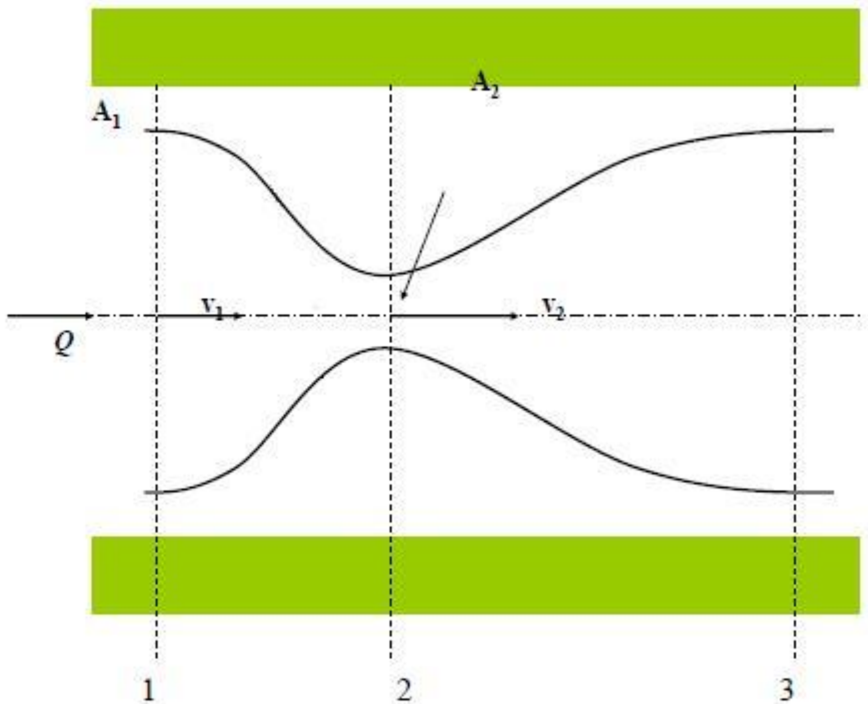
$$D_1 = D_{tubulação} = 40{,}8\,mm \therefore A_1 = 13{,}1\,cm^2$$

$$D_{garganta_{Venturi}} = 25{,}4\,mm$$

Desnível do mercúrio:

$$h = 87mm$$

Esquematimante o Venturi pode ser representado da seguinte forma:



Equação de Bernoulli

$$H_1 = H_2 \therefore z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \therefore v_2^2 - v_1^2 = 2g \times \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

Para a bancada do laboratório (slide anterior) através da equação manométrica, tem-se:

$$p_1 - p_2 = h \times \left(\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}\right)$$

Pela equação da continuidade:

$$Q_1 = Q_2 \therefore v_1 = v_2 \times \frac{A_2}{A_1} = v_2 \times \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

Através das equações anteriores, tem-se:

$$v_2 = v_{teórica} = \sqrt{\frac{2gh\left(\frac{\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}}{\gamma_{H_2O}}\right)}{1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4}}$$

$$Q_{teórica} = v_2 \times A_2 = \frac{\pi \times D_2^2}{4} \times \sqrt{\frac{2gh\left(\frac{\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}}{\gamma_{H_2O}}\right)}{1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4}}$$

$$Q_{teórica} = \frac{\pi \times 0{,}0254^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times 9{,}8 \times \left(\frac{13546 - 998{,}2}{998{,}2}\right) \times \frac{9{,}8}{9{,}8}}{1 - \left(\frac{25{,}4}{40{,}8}\right)^4}}$$

$$\therefore Q_{teórica} \cong 2{,}55 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s} = 2{,}55 \frac{L}{s}$$

NO LABAROTÓRIO ATRAVÉS DA BANCADA, PODE-SE DETERMINAR A VAZÃO REAL

$$Q_{laboratório} = Q_{real} = \frac{\Delta h \times A_{tanque}}{t}$$


2 6 2004


2 6 2004