

# Capítulo 4 – Equação da energia para escoamento permanente

ME4310 e MN5310

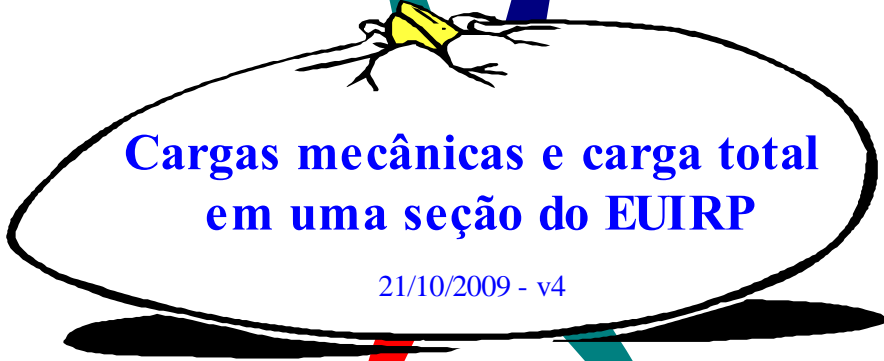
21/10/2009

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \text{cargas térmicas}$$

**carga total**

**carga potencial de posição**

**Z**



**Cargas mecânicas e carga total em uma seção do EUIRP**

21/10/2009 - v4

**carga cinética**

$$\frac{v^2}{2g}$$

**carga de pressão**

$\frac{p}{\gamma}$

$$H_1 = H_2$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

resulta

fluido ideal

$$\mu = 0$$

propriedades uniformes  
na seção

$$\rho = \text{cte}$$

sem troca de calor

escoamento incompressível

sem máquina hidráulica

escoamento isotérmico

$H_m \rightarrow$  carga manométrica

$$H_m = 0$$

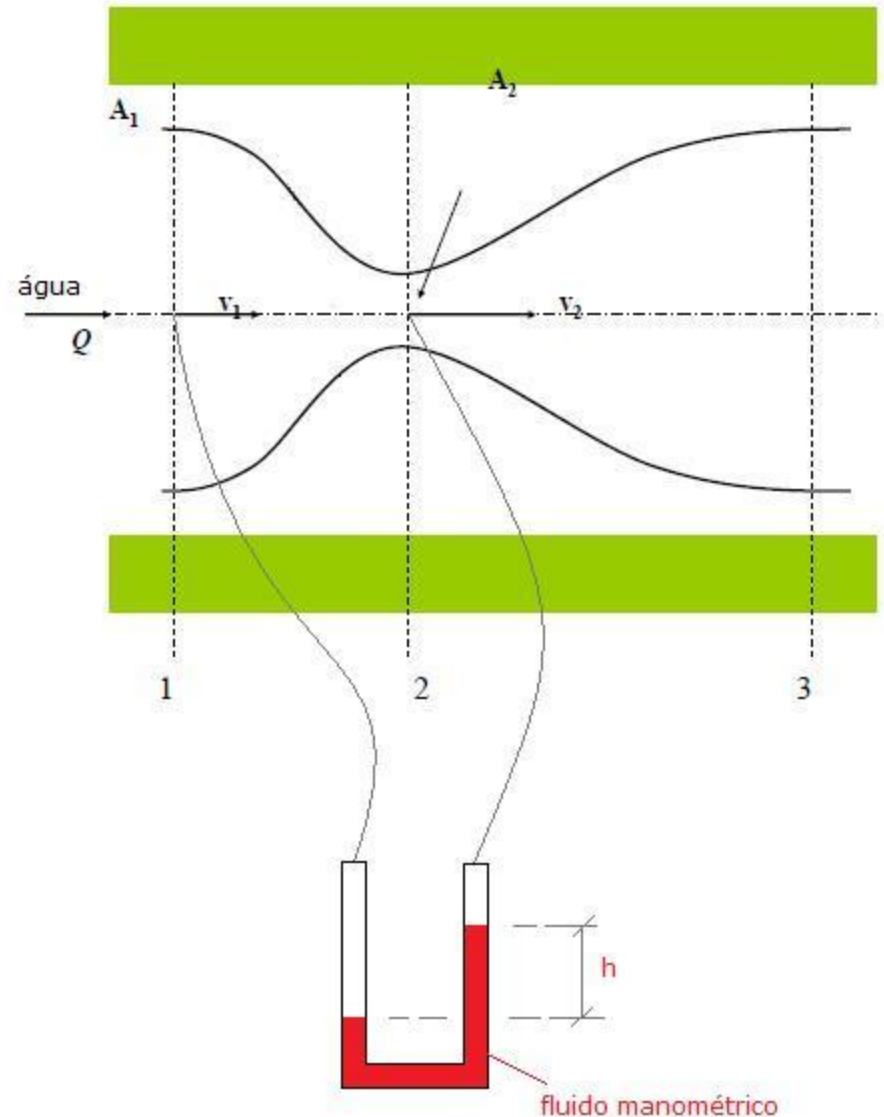


Equação de  
Bernoulli

21/10/2009 - v2

# Aplicação

No laboratório, na experiência do medidor de vazão Venturi, no tanque obteve, para a medida da vazão,  $t = 20$  s para um  $\Delta h = 100$  mm ( $A = 0,5$  m<sup>2</sup>). Sabe-se que o coeficiente de descarga do Venturi é 0,8. Sendo  $A_1 = 45$  cm<sup>2</sup> e  $A_2 = 20$  cm<sup>2</sup>, qual o desnível que deverá ser observado no fluido manométrico que tem  $\gamma_m = 8000$  kgf/m<sup>3</sup> e  $\gamma_{\text{água}} = 1000$  kgf/m<sup>3</sup>



# Solução

$$Q_{\text{real}} = \frac{\Delta h \times A_{\text{tanque}}}{\Delta t} = \frac{0,1 \times 0,5}{20} = 2,5 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$C_D = \frac{Q_{\text{real}}}{Q_{\text{teórica}}} \therefore Q_{\text{teórica}} = \frac{2,5 \times 10^{-3}}{0,8} = 3,125 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$3,125 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = v_{2\text{teórica}} \times A_2 = v_{1\text{teórica}} \times A_1$$

$$v_{2\text{teórica}} = \frac{3,125 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-4}} \cong 1,5625 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{1\text{teórica}} = \frac{3,125 \times 10^{-3}}{45 \times 10^{-4}} \cong 0,6945 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

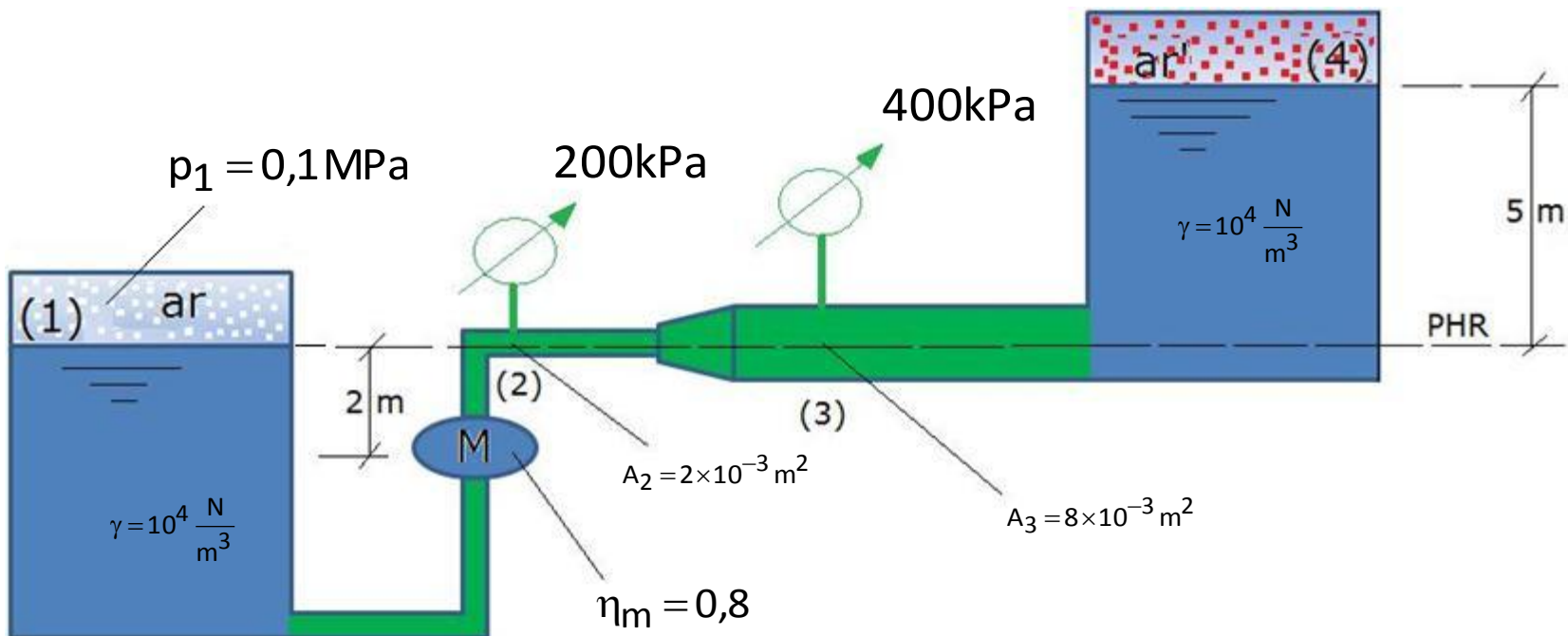
$$H_1 = H_2 \Rightarrow z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \therefore \frac{p_1 - p_2}{1000} = \frac{1,5625^2 - 0,6945^2}{19,6}$$

$$p_1 - p_2 \cong 100 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \Rightarrow h \times (8000 - 1000) = 100 \therefore h = 0,0143 \text{m} = 14,3 \text{mm}$$

# Vamos pensar em outra aplicação

Na instalação hidráulica da figura a vazão d'água na máquina é 16 L/s. Tem-se  $H_{p_{1-2}} = H_{p_{3-4}} = 1$  m, o manômetro na seção (2) indica 200 kPa e o da seção (3) 400 kPa. Determinar:

- O sentido do escoamento;
- A perda de carga no trecho de (2) – (3);
- A potência trocada entre o fluido e a máquina e o tipo de máquina;
- A pressão do ar em (4) em kPa.



# Começando a resolver o problema

Vamos neste ponto eliminar a hipótese do fluido ideal, ou seja, o fluido passa a ter viscosidade a qual é responsável pela perda de carga e isto implica que em um trecho sem máquina pode-se afirmar que o escoamento ocorre da seção de maior carga para a seção de menor carga.

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{16 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_3 = \frac{Q}{A_3} = \frac{16 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-3}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = 0 + \frac{200 \times 10^3}{10^4} + \frac{8^2}{20} = 23,2 \text{ m}$$

$$H_3 = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} = 0 + \frac{400 \times 10^3}{10^4} + \frac{2^2}{20} = 40,2 \text{ m}$$

# Portanto: $H_3 > H_2$

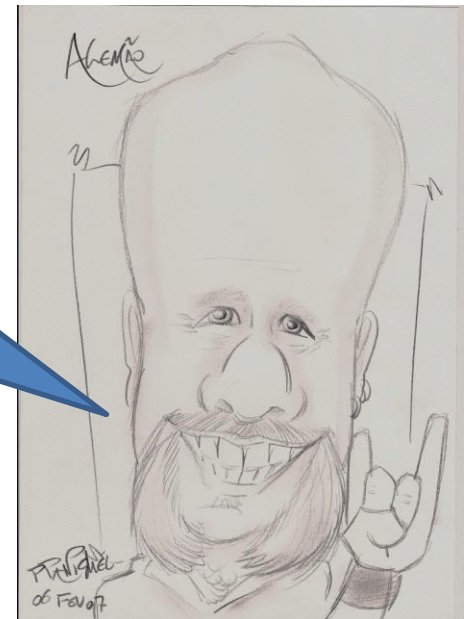
e como não existe máquina entre elas, pode-se afirmar que o escoamento é de (3) para (2), ou seja, de (4) para (1).

PARA EFEITO DE CÁLCULO SERIA IMPORTANTE ESTABELECEER A IGUALDADE APÓS SE CONHECER O SENTIDO DE ESCOAMENTO E CONSIDERANDO O MESMO TRECHO DE (3) PARA (2), TERÍAMOS:

$$H_3 = H_2 + H_{p_{3 \rightarrow 2}}$$

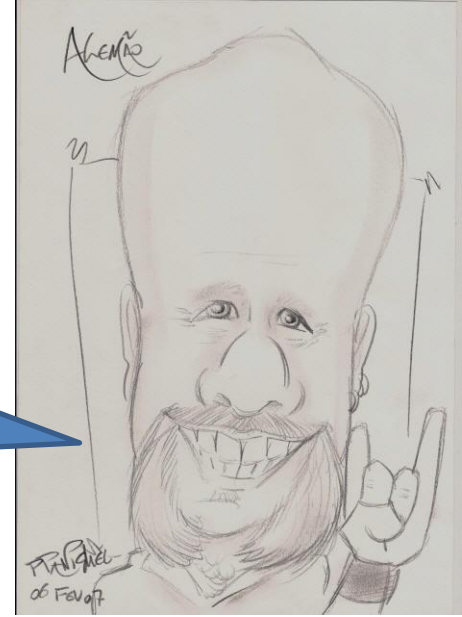
$H_{p_{3 \rightarrow 2}}$  = dissipação de energia por unidade de peso que é denominada perda de carga, genericamente para um trecho em máquina, tem-se:

$$H_{\text{inicial}} = H_{\text{final}} + H_{p_{\text{inicial} \rightarrow \text{final}}}$$





Neste capítulo a perda de carga ou será dada, ou será pedida, como no exercício proposto: a perda de carga no trecho de (2) – (3)



$$H_3 = H_2 + H_{p_{3 \rightarrow 2}}$$

$$40,2 = 23,2 + H_{p_{3 \rightarrow 2}} \therefore H_{p_{3 \rightarrow 2}} = 17\text{m}$$

VAMOS ELIMINAR MAIS UMA DAS HIPÓTESES DA EQUAÇÃO DE BERNOULLI; TRECHO SEM MÁQUINA HIDRAULICA.

# CONCEITO DE MÁQUINA HIDRAULICA

É O DISPOSITIVO QUE FORNECE CARGA (ENERGIA POR UNIDADE DE PESO EM FORMA DE TRABALHO) OU RETIRA CARGA DO FLUIDO.

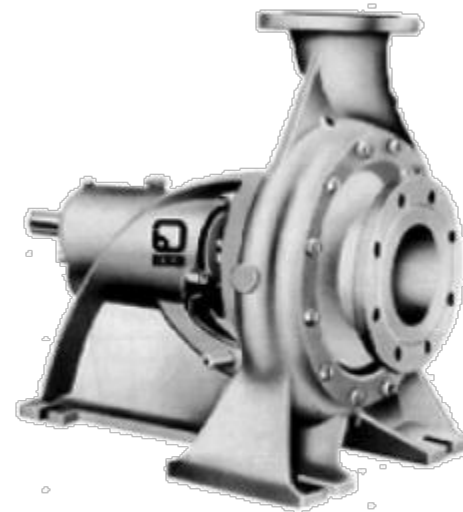
PARA O NOSSO CURSO, QUANDO FORNECE CARGA É DENOMINADA DE BOMBA E A CARGA FORNECIDA ( $H_B$ ) DE CARGA MANOMÉTRICA DA BOMBA.

QUANDO RETIRA CARGA É DENOMINADA DE TURBINA E A CARGA RETIRADA ( $H_T$ ) DE CARGA MANOMÉTRICA DA TURBINA.

GENERICAMENTE:

$$H_m > 0 \rightarrow \text{bomba} \rightarrow H_m = +H_B$$

$$H_m < 0 \rightarrow \text{turbina} \rightarrow H_m = -H_T$$



Bomba ETA da KSB



Turbina Francis da Voith (azul) acoplada a gerador Westinghouse de 117,6 kW (vermelho)

# Equação da energia para um escoamento incompressível e em regime permanente

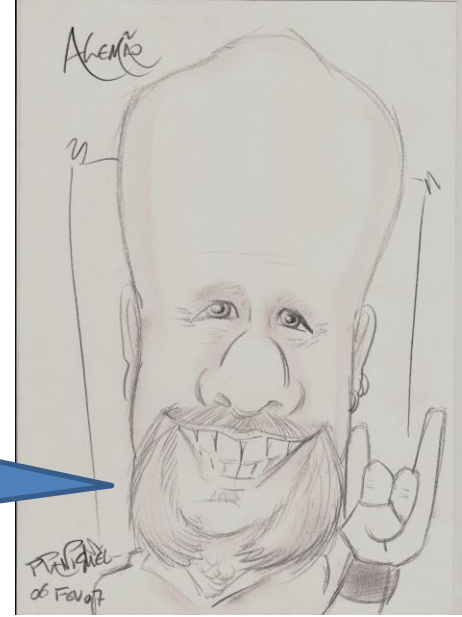
$$H_{\text{inicial}} + H_m = H_{\text{final}} + H_{p_{i \rightarrow f}}$$

$$z_i + \frac{p_i}{\gamma} + \frac{v_i^2}{2g} + H_m = z_f + \frac{p_f}{\gamma} + \frac{v_f^2}{2g} + H_{p_{i \rightarrow f}}$$

$$\text{BOMBA} \rightarrow H_m = +H_B$$

$$\text{TURBINA} \rightarrow H_m = -H_T$$

O ÚNICO TRECHO QUE NÃO SE CONSIDERA A PERDA DE CARGA NA EQUAÇÃO DA ENERGIA É QUANDO SE CONSIDERA A SEÇÃO DE ENTRADA E SAÍDA DE UMA MÁQUINA, ISTO PORQUE A PERDA JÁ É CONSIDERADA NO RENDIMENTO DA MÁQUINA QUE SERÁ SEMPRE INFERIOR A 100%



$$H_{\text{entrada}} + H_m = H_{\text{saída}}$$

$$z_e + \frac{p_e}{\gamma} + \frac{v_e^2}{2g} + H_m = z_s + \frac{p_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g}$$

$$\text{BOMBA} \rightarrow H_m = +H_B$$

$$\text{TURBINA} \rightarrow H_m = -H_T$$

PROPOSTA: CONCLUIR O EXERCÍCIO, OU SEJA, RESOLVER OS ITENS C E D