Décima quarta aula

Aplicações da equação da continuidade e da energia

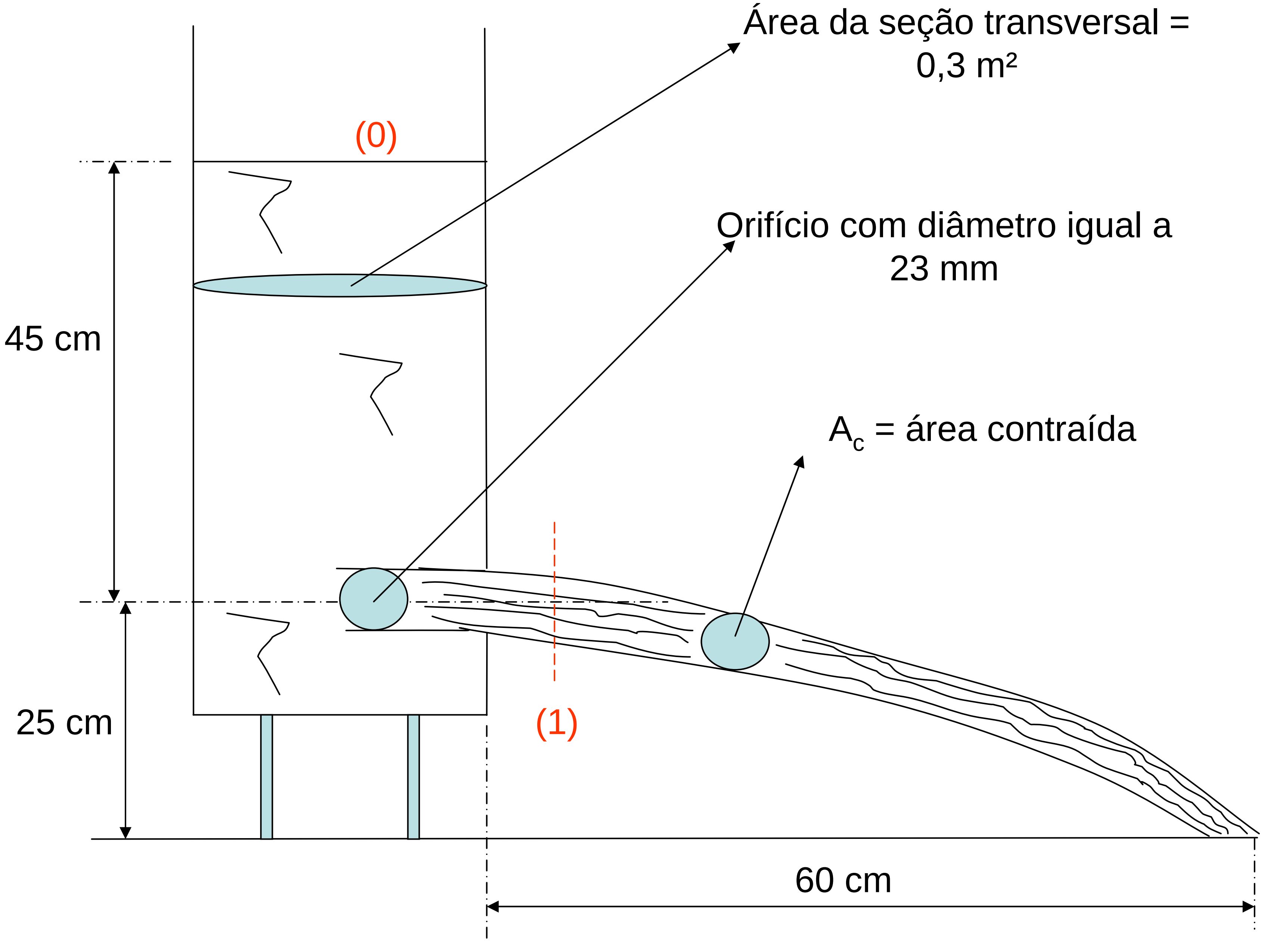
Classificação dos escoamentos incompressíveis em relação ao deslocamento transversal de massa

Vamos iniciar por um exercício da segunda prova de 2004 onde gostaria de aplicar um dos conceitos de Paulo Freire

Uma placa de orifício de diâmetro 23 mm é instalada na parede lateral de um reservatório. O eixo da placa fica 25 cm acima do piso. Ajusta-se a alimentação de água do reservatório para que o nível se estabilize a 45 cm acima do eixo do orifício. O jato de água que sai do orifício, alcança o piso a 60 cm do plano vertical que contém a placa de orifício. Sendo , a área da seção transversal do reservatório, num plano horizontal, igual a 0,3 m^2 e sabendo-se que quando o orifício é fechado com uma rolha o seu nível, anteriormente estável, sobe 10 cm em 30 segundos, pede-se determinar os coeficientes de velocidade, de descarga (ou vazão) e o de contração. **(Valor 2,0)**

Para a engenharia o desenho é uma das maneiras de comunicação

Portanto vamos praticá-la através do enunciado dado para a questão


Área da seção transversal = 0,3 m²
(0)
Orifício com diâmetro igual a 23 mm
45 cm
A$_c$ = área contraída
(1)
25 cm
60 cm

Sabe-se que ao fechar o orifício com uma rolha o nível do tanque sobe 10 cm em 30 s

Evocando –se o conceito de vazão tem-se que:

$$Q_{real} = \frac{Volume}{tempo} = \frac{A_{tanque} \times \Delta h}{t}$$

$$Q_{real} = \frac{0{,}3 \times 0{,}1}{30} = 0{,}001 \frac{m^3}{s} = 1 \frac{l}{s}$$

Aplica-se a equação da energia entre (0) e (1)

$$H_{inicial} + H_{máquina} = H_{final} + H_{p_{i-f}}$$

$$H_0 = H_1 + H_{p_{0-1}}$$

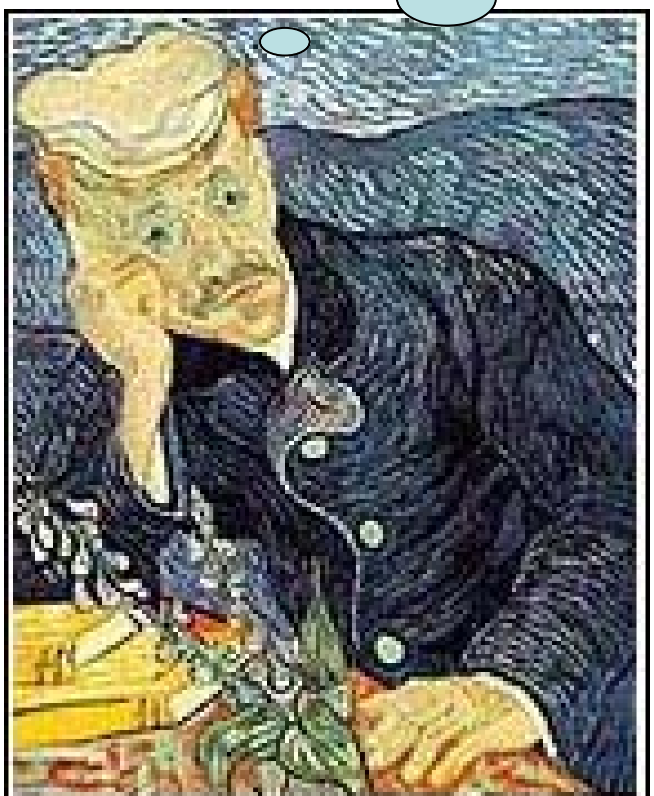
$$Z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + H_{p_{0-1}}$$

Adotando-se o PHR no eixo do orifício:

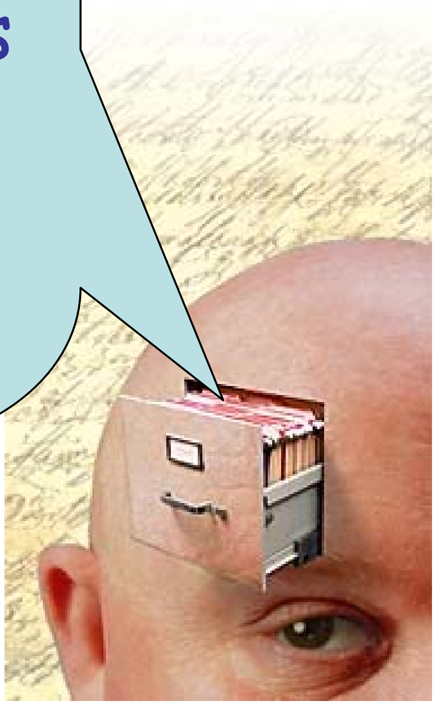
$$0,45 + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{v_1^2}{19,6} + H_{p_{0-1}}$$

$$0,45 = \frac{v_1^2}{19,6} + H_{p_{0-1}}$$

Uma equação
com duas
incógnitas e
agora?



Para sair desta, vamos considerar o fluido como ideal (viscosidade igual a zero), isto transforma a equação da energia na equação de Bernoulli onde se tem $H_{p\,0-1} = 0$, o que nos permite determinar a velocidade média teórica do escoamento, isto porque não se considerou as perdas.



Portanto:

$$0,45 = \frac{v_1^2}{19,6} + H_{p_{0-1}}$$

$$0,45 = \frac{v_1^2}{19,6}$$

$$\therefore v_1 = v_{teórica} = \sqrt{0,45 \times 19,6}$$

$$v_1 = v_{teórica} \cong 2,97 \frac{m}{s}$$

Tendo-se a velocidade teórica e a área do orifício é possível calcular a vazão teórica:

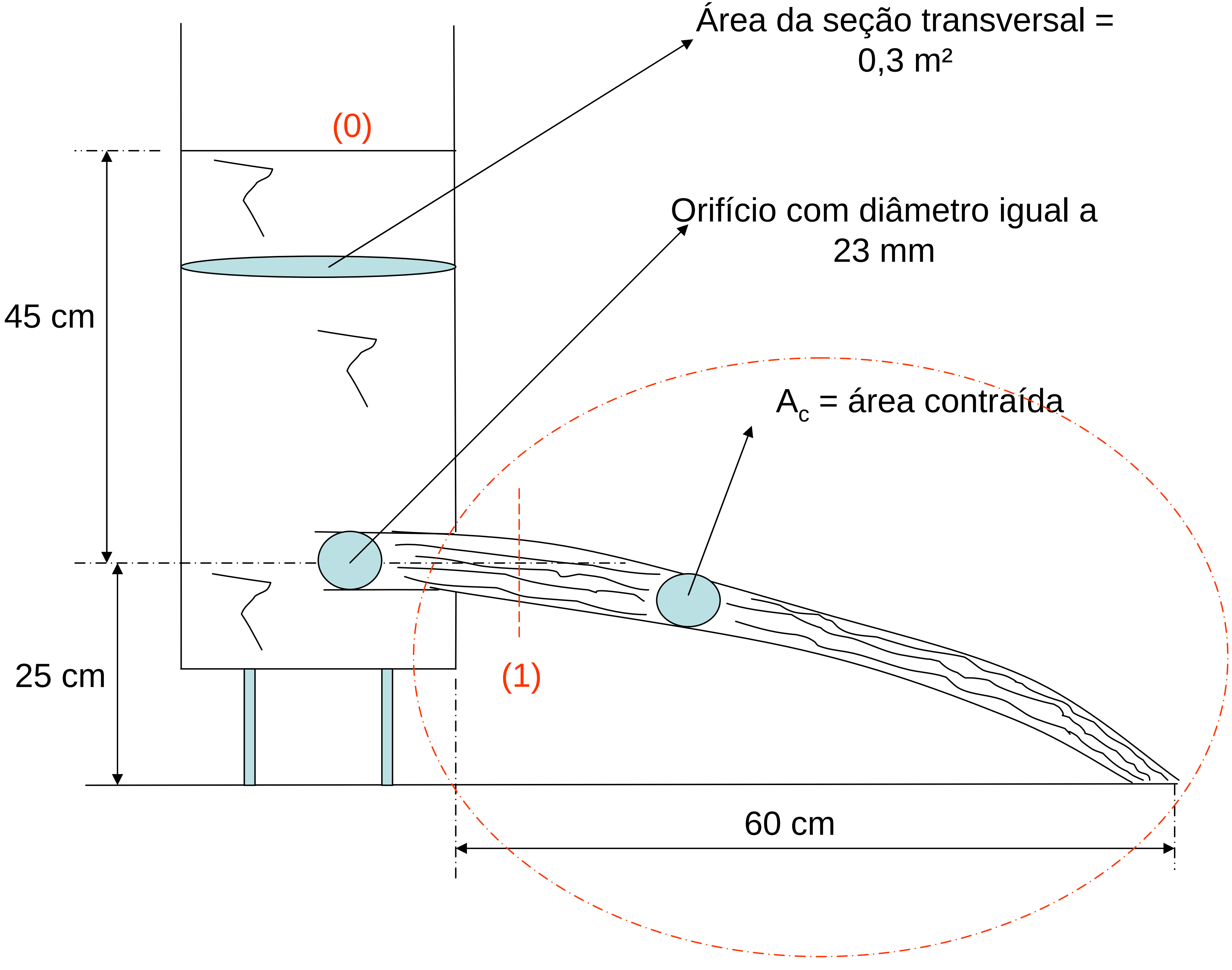
$$Q_{teórica} = v_{teórica} \times A_{orifício}$$

$$Q_t = 2{,}97 \times \frac{\pi \times 0{,}023^2}{4}$$

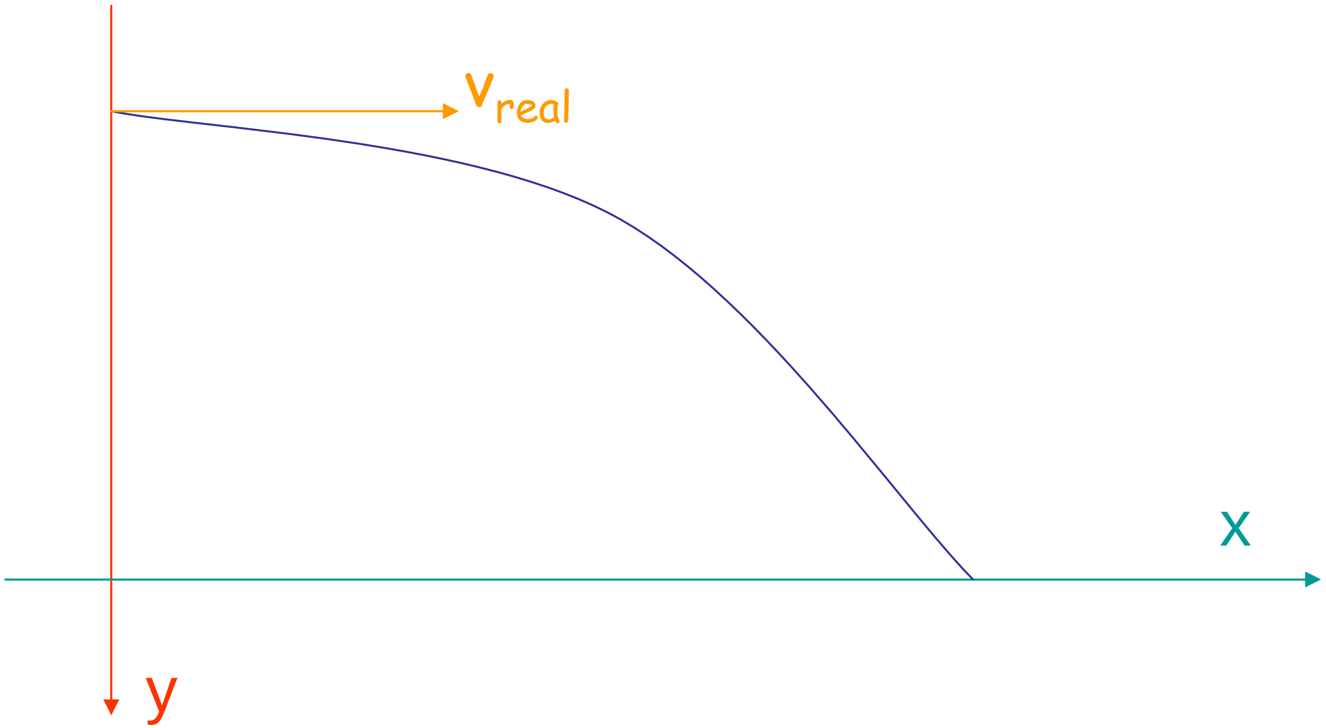
$$Q_t \cong 1{,}23 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

Analisando novamente a figura do problema,

observa-se um lançamento inclinado no jato lançado


Área da seção transversal =
0,3 m²
(0)
Orifício com diâmetro igual a
23 mm
45 cm
A_c = área contraída
25 cm
(1)
60 cm

Portanto, evocando-se os conceitos abordados nos estudos do lançamento inclinado deve-se dividir o escoamento em outros dois:



No eixo y tem-se uma queda livre, portanto:

$$y = \frac{1}{2} \times g \times t^2$$

Observa – se que são dados :

$$g = 9{,}8\frac{m}{s^2} \text{ e } y = 0{,}25m$$

portanto pode - se determinar t :

$$t = \sqrt{\frac{2 \times y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}25}{9{,}8}} \cong 0{,}23\, s$$

Já no eixo x tem-se um movimento uniforme com a velocidade igual a velocidade real.

Importante observar que o que une os dois movimentos é o tempo, ou seja, o tempo para percorrer y em queda livre é igual ao tempo para percorrer x em movimento uniforme e com velocidade real.

Portanto:

$$x = v_r \times t \Rightarrow 0,6 = v_r \times 0,23$$

$$\therefore v_r = \frac{0,6}{0,23} \cong 2,61 \frac{m}{s}$$

Até este ponto, calculou-se:

$$Q_r = 1 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

$$Q_t = 1{,}23 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

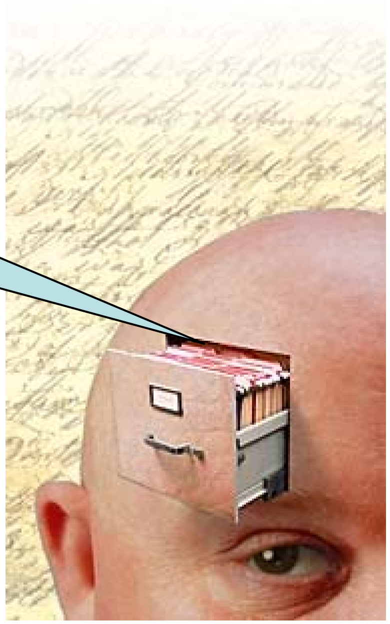
$$v_r = 2{,}61 \frac{m}{s}$$

$$v_t = 2{,}97 \frac{m}{s}$$

O que faremos com todos estes parâmetros calculados?

Vamos introduzir os conceitos de:

1. Coeficiente de vazão – C_d
2. Coeficiente de velocidade – C_v
3. Coeficiente de contração – C_c
4. Outra maneira de se calcular a vazão real - Q_r



$$C_d = \frac{\text{vazão real}}{\text{vazão teórica}} = \frac{Q_r}{Q_t}$$

$$C_v = \frac{\text{velocidade real}}{\text{velocidade teórica}} = \frac{v_r}{v_t}$$

$$C_c = \frac{\text{área contraída}}{\text{área do orifício}} = \frac{A_c}{A_o}$$

$$Q_r = v_r \times A_c = C_v \times v_t \times C_c \times A_o$$

$$Q_r = C_v \times C_c \times v_t \times A_o = C_v \times C_c \times Q_t$$

$$\frac{Q_r}{Q_t} = C_d = C_v \times C_c$$

Podemos resolver o problema proposto:

$$C_d = \frac{1 \times 10^{-3}}{1,23 \times 10^{-3}} \cong 0,81$$

$$C_v = \frac{2,61}{2,97} \cong 0,88$$

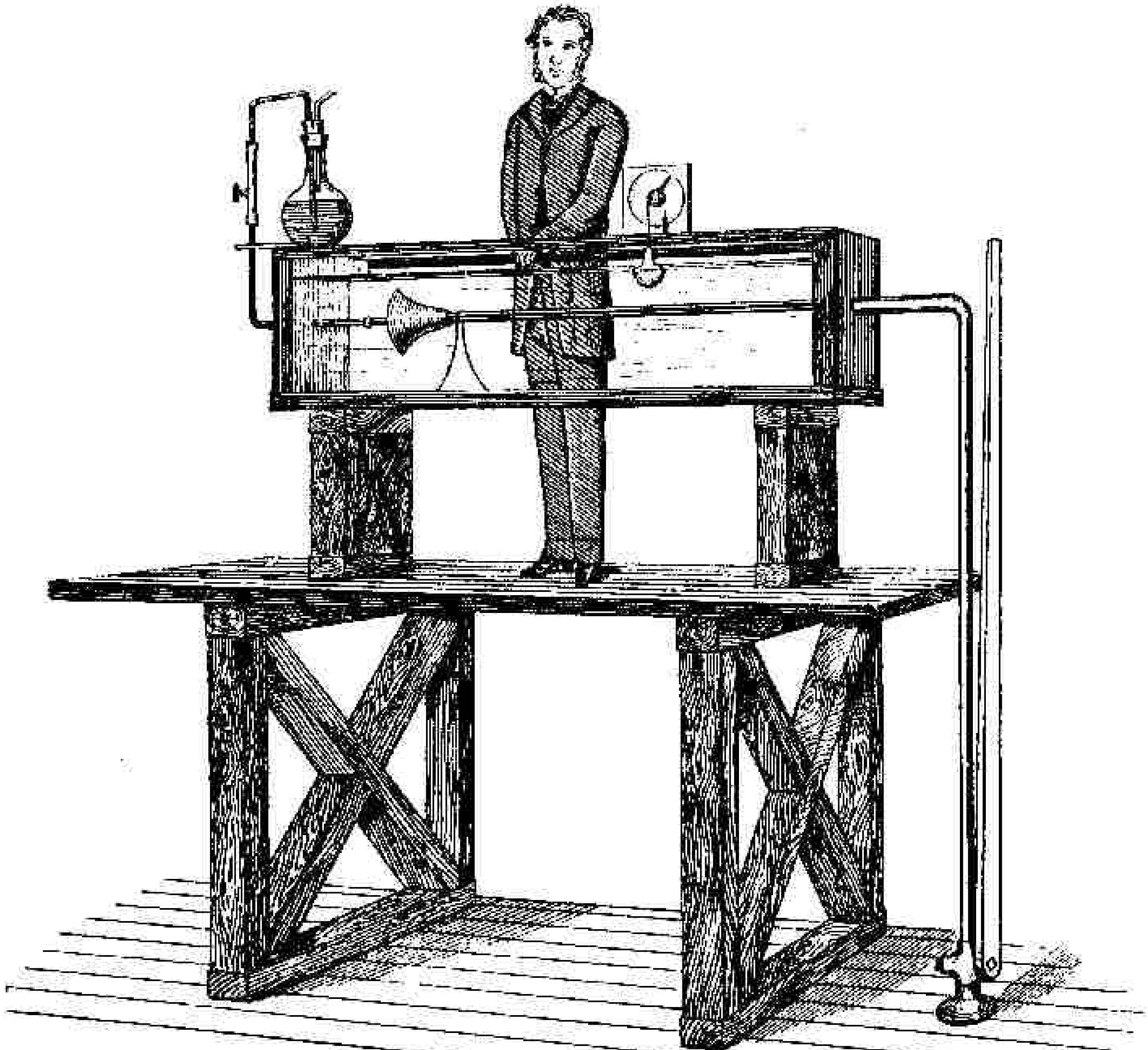
$$C_c = \frac{C_d}{C_v} = \frac{0,81}{0,88} \cong 0,92$$

Agora que conhecemos os conceitos de C_d, C_v e C_C e ainda conhecemos a diferença entre a equação da energia e a equação de Bernoulli, vamos começar a estudar as perdas ao longo de um escoamento.

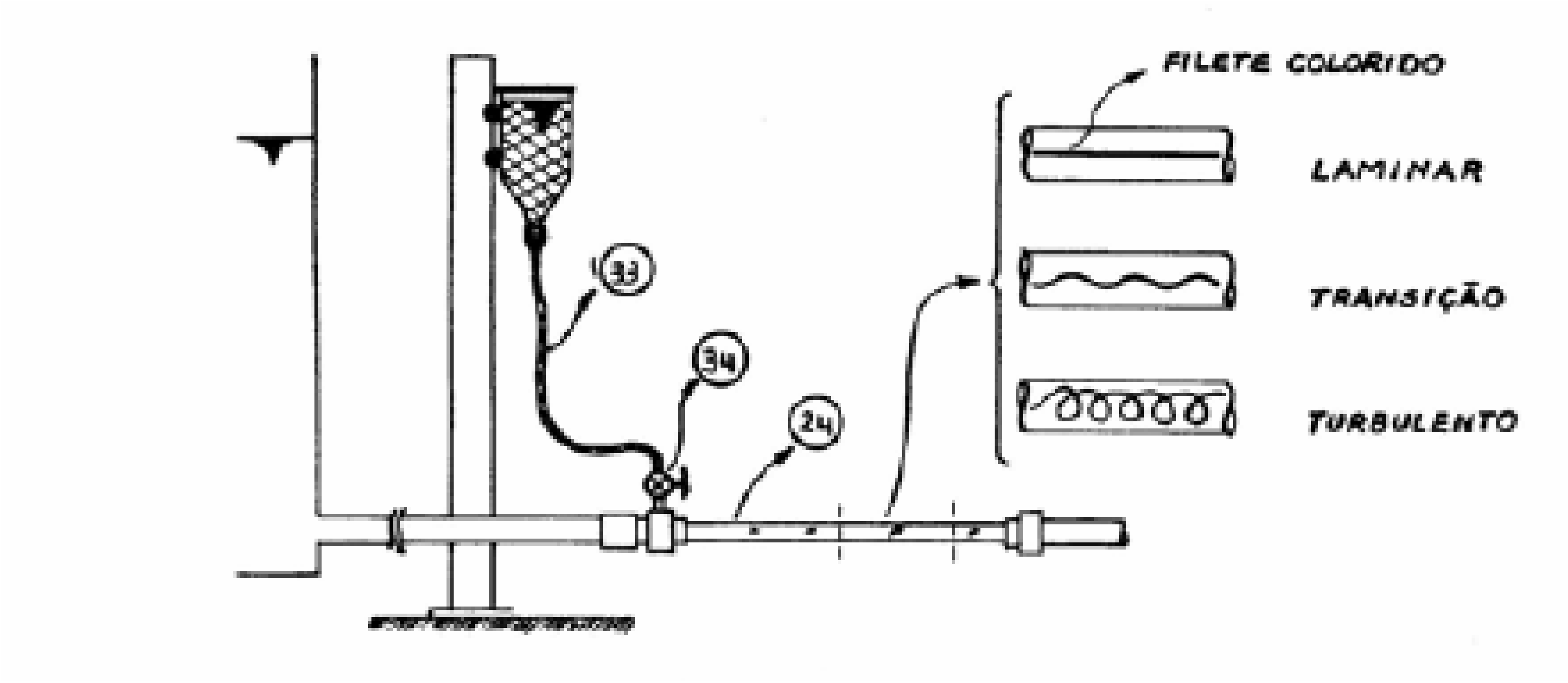
Para o estudo anterior é fundamental que saibamos classificar o escoamento incompressível em relação ao deslocamento transversal de massa, onde se pode ter os escoamentos: laminar, transição e turbulento.

Um dos precursores deste estudo foi Reynolds

1842 - 1912



Pode-se ter:



Reynolds estabeleceu através da análise dimensional um número adimensional que recebeu o seu nome, ou seja, número de Reynolds

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} = \frac{v \times D}{\nu}$$

E que permite classificar os escoamentos incompressíveis em:

$$\text{Re} \leq 2000 \Rightarrow \text{escoamento laminar}$$

$$2000 < \text{Re} < 4000 \Rightarrow \text{escoamento de transição}$$

$$\text{Re} \geq 4000 \Rightarrow \text{escoamento turbulento}$$

Exemplo:

3a Questão: Água escoa por um conduto principal que possui três ramais em derivação. O diâmetro do conduto principal é 4 cm e os das derivações são 5 cm, 3 cm e 2 cm, respectivamente d_2, d_3 e d_4. Sabe-se que os escoamentos nas derivações são todos turbulentos com velocidades Vmáx = 0,40 m/s, pede-se:

a). a vazão e a vazão em massa no conduto principal; **(Valor – 0,5)**
b). o tipo de escoamento no conduto principal; **(Valor – 0,5)**
c). a velocidade máxima no conduto principal. **(Valor – 0,5)**

- **Dados:** ν = 10 -6 m^2/s; ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3 e que os condutos são todos forçados

Figura do exemplo anterior: