

# Determinação da viscosidade

Método de Stokes e  
viscosímetro de Hoppler

A viscosidade é uma das variáveis que caracteriza reologicamente uma substância.



Num sentido amplo, entende-se por propriedade reológica aquela que especifica a deformação ou a taxa de deformação que uma substância apresenta quando sujeita a uma tensão.



Dependendo do comportamento reológico da substância pode-se classificá-la em puramente viscosa ou elástica.

Esta classificação baseia-se em modelos lineares que relacionam a deformação à tensão aplicada no material. O modelo para líquidos deve-se a Sir Isaac Newton (1642-1727), e o modelo para sólidos a Robert Hooke (1635-1703)

$$\tau = \mu [\text{taxa de deformação}] \rightarrow \text{fluido newtoniano}$$

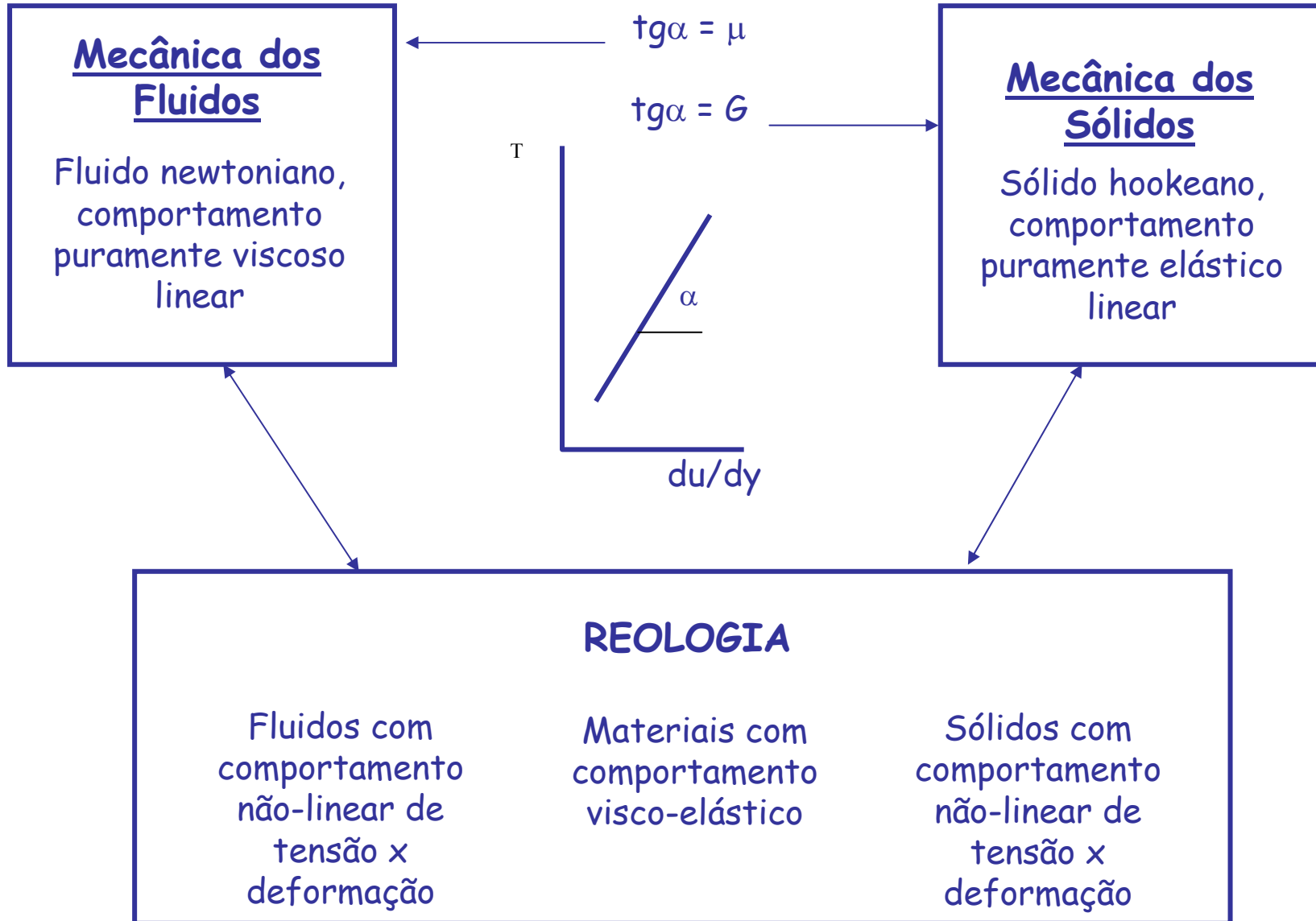
$$\tau = G [\text{deformação}] \rightarrow \text{sólido hookeano}$$

$\mu \rightarrow$  é denominada de viscosidade dinâmica  
(unidade [Pa.s] ou [kg/s/m])

$G \rightarrow$  é a constante de Lamé (G. Lamé 1852)  
(unidade [Pa]).

Os dois modelos anteriores expressam uma importante diferença existente entre um fluido e um sólido: o fluido, estando sujeito a uma tensão, se deforma continuamente; o sólido, não. Em outras palavras, forças aplicadas em fluidos causam o escoamento; forças aplicadas em sólidos causam deformações.

Sólidos e fluidos, constituem uma área de pesquisa ativa (Bird 1987), conhecida como Reologia, veja diagrama apresentado a seguir.



Vamos refletir sobre os viscosímetros e algumas das unidades de viscosidade.

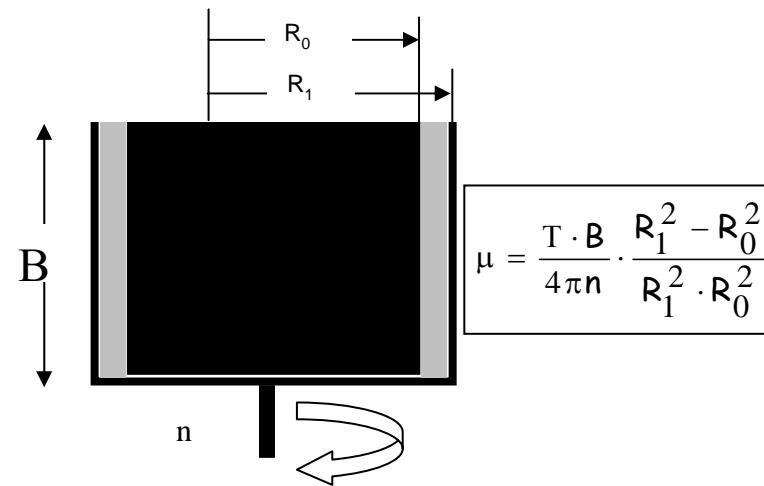
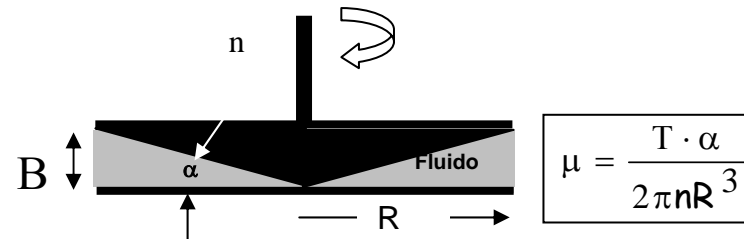
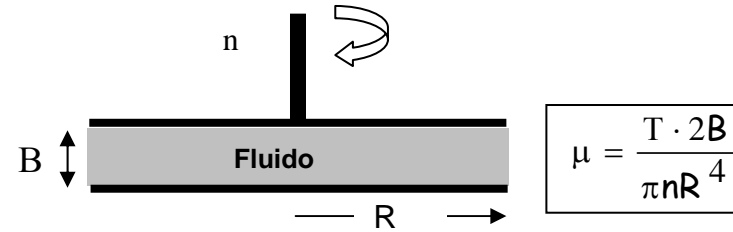


Viscosímetros são instrumentos utilizados para medir a viscosidade de líquidos. Eles podem ser classificados em dois grupos: primário e secundário.



No grupo primário enquadram-se os instrumentos que realizam uma medida direta da tensão e da taxa de deformação da amostra de fluido. Instrumentos com diversos arranjos podem ser concebidos para este fim: entre eles há o de disco, de cone-disco e de cilindro rotativo.

# Exemplos:

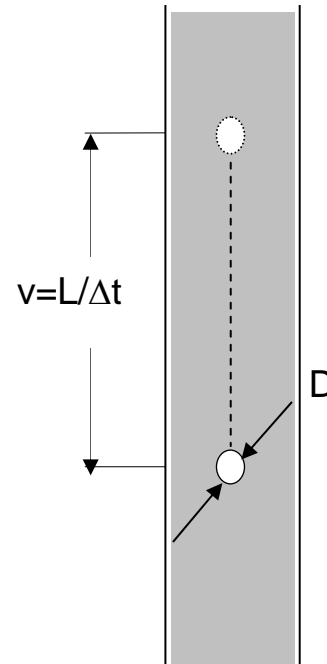
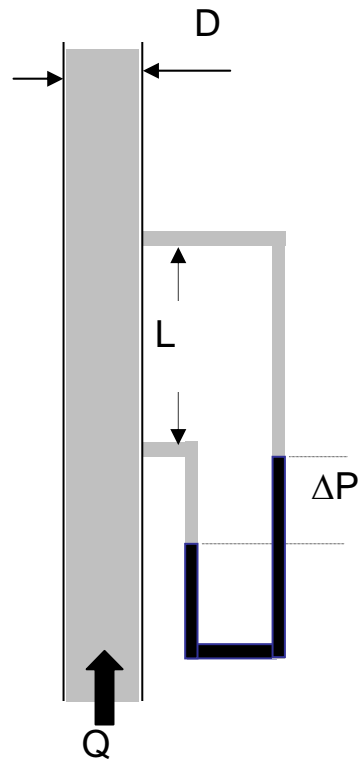


Os viscosímetros do grupo secundário inferem a razão entre a tensão aplicada e a taxa de deformação por meios indiretos, isto é, sem medir a tensão e deformação diretamente. Nesta categoria pode-se citar o viscosímetro capilar onde a viscosidade é obtida por meio da medida do gradiente de pressão e o viscosímetro de Stokes onde ela é determinada pelo tempo de queda livre de uma esfera, veja representações a seguir.

Importante:

os viscosímetros secundários,  
aplicam-se principalmente a  
fluidos newtonianos, por  
medirem a viscosidade  
indiretamente.

# Exemplos:



$$\mu = \frac{\pi \cdot \Delta P \cdot D^4}{128 \cdot L \cdot Q}$$

$$\mu = \frac{1}{18} \frac{g \cdot D_e^2 (\rho_e - \rho_f)}{v}$$



Esta expressão sofrerá correção



Vamos trabalhar com um viscosímetro, no caso o Hoppler, onde aplica-se o método de Stoke.

No viscosímetro de Stokes as variáveis:  $g$ ,  $D$ ,  $\rho_e$ ,  $\rho_f$  e  $v$  são, respectivamente, a aceleração da gravidade, o diâmetro da esfera, a densidade da esfera, a densidade do fluido e a velocidade terminal de queda livre, isto é, a razão entre a distância  $L$  e o intervalo de tempo  $\Delta t$ . Esta relação aplica-se somente para esferas em queda livre em meio infinito com Reynolds menores do que 1.

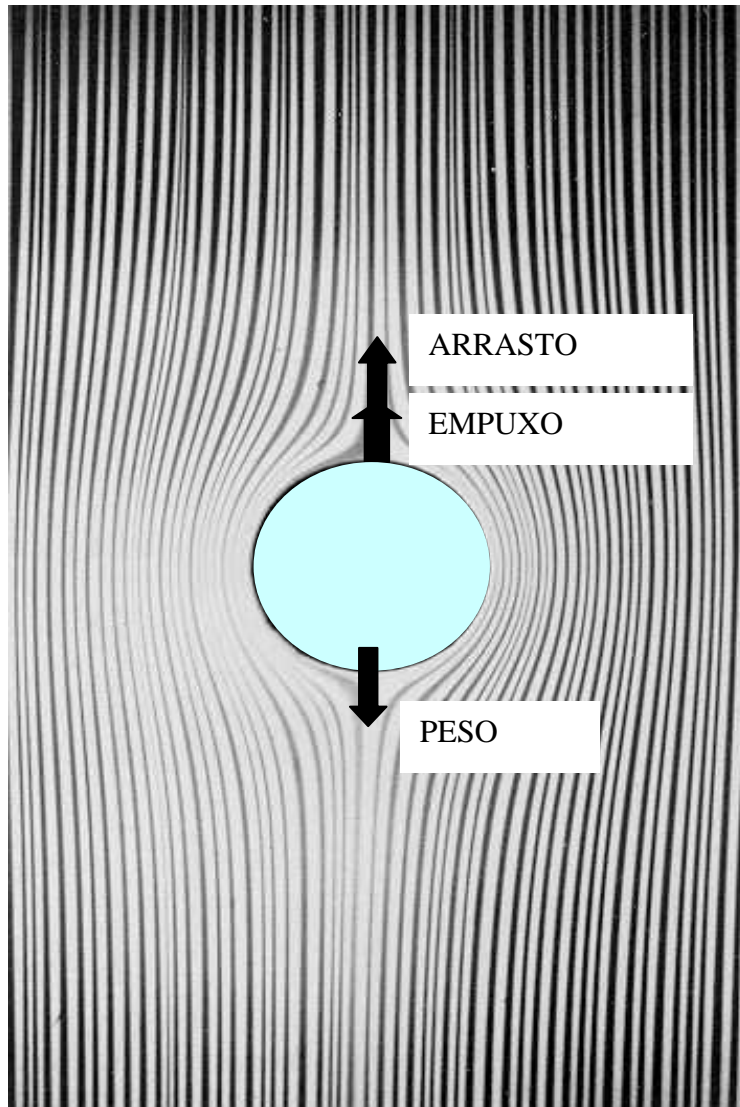
# Principais unidades de viscosidade

Viscosidade Dinâmica		$\mu$
Para converter de	para	multiplique por:
Kg/(m.s)	g/(cm.s) ou Poise (P)	10
Kg/(m.s)	cP	1000
Kg/(m.s)	Lb.s/ft <sup>2</sup>	0,020885
Kg/(m.s)	Pa.s	1

# Principais unidades de viscosidade cinemática

Viscosidade Cinemática $\nu = \mu/\rho$		
Para converter de	para	multiplique por:
$m^2/s$	$cm^2/s$ ou Stoke (St)	$10^4$
$m^2/s$	cSt	$10^6$
$m^2/s$	$ft^2/s$	10,764

# VISCOSÍMETRO DE STOKES



$$\text{ARRASTO} + \text{EMPUXO} = \text{PESO}$$

$$\frac{1}{2} \times C_a \times \rho \times v^2 \times A_e + \gamma_f \times V_e = \gamma_e \times V_e$$

$$\frac{1}{2} \times C_a \times \rho \times v^2 \times A_e = V_e \times (\gamma_e - \gamma_f) = V_e \times g \times (\rho_e - \rho_f)$$

# O coeficiente de arrasto

$\rho v^2 A \Rightarrow$  tem dimensão de força

$$C_a = \frac{F_a}{\frac{1}{2} \rho v^2 A} \Rightarrow \text{é adimensional}$$

$C_a \Rightarrow$  só pode depender de quantidades sem dimensão

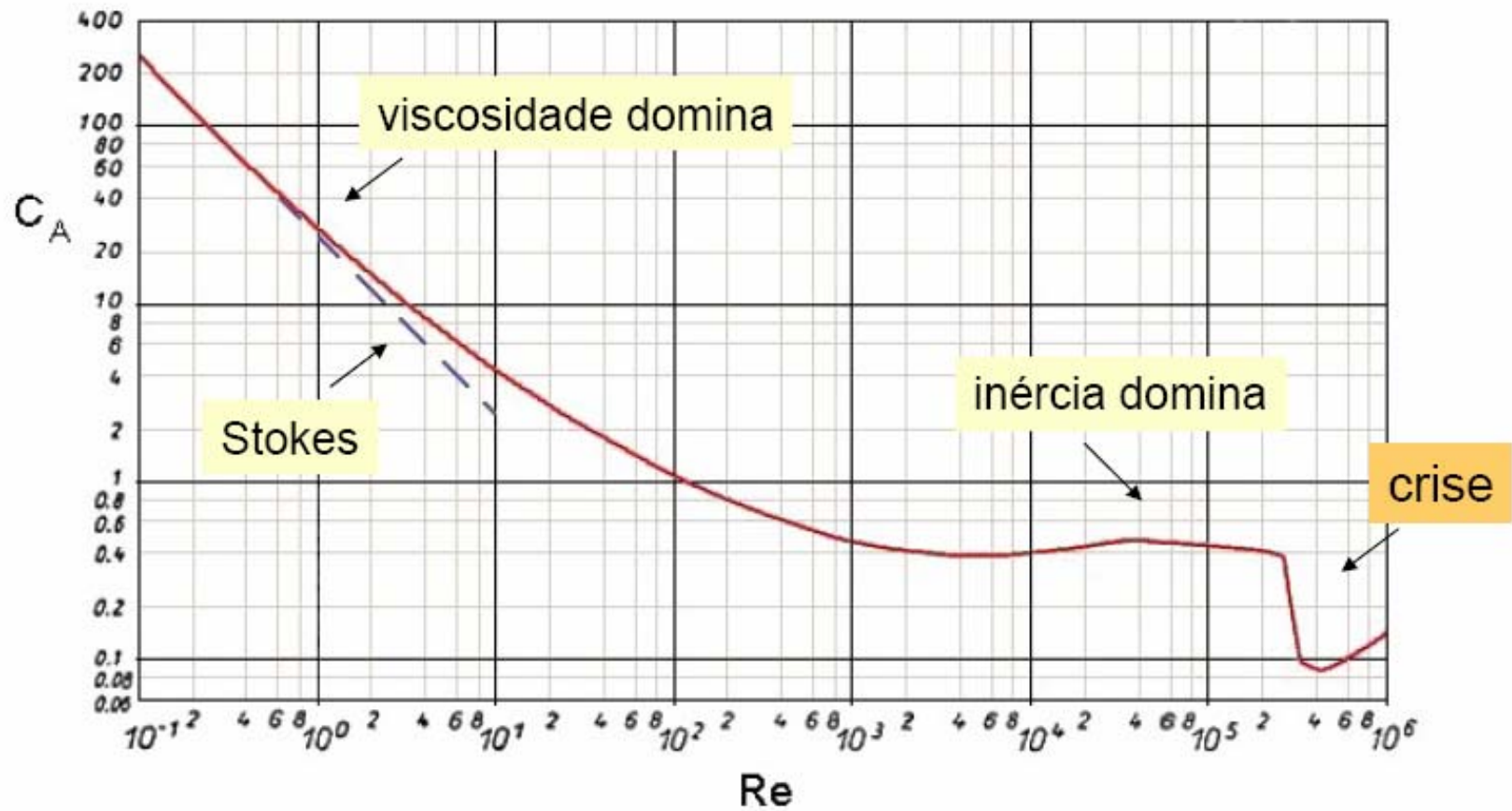
Em um fluido considerado incompressível tem - se  $C_a = f(Re)$

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}$$

Esta solução foi obtida analiticamente pela primeira vez em 1851, por Stokes. Ela é considerada um dos grandes sucessos na área de mecânica dos fluidos pois prevê, com precisão, o arrasto de uma esfera a partir de fundamentos teóricos.

Evidentemente a validade da solução é restrita a escoamentos com ausência de inércia, isto é, para regimes com Reynolds inferiores à unidade.

# Coeficiente de arrasto de uma esfera



A presença das paredes do viscosímetro causam um aumento no coeficiente de arrasto e deve ser corrigido como proposto por Landenberg, em Brodkey 1967:

$$C_D = \frac{24}{ReD_e} \left( 1 + 2.0144 \frac{D_e}{D_t} \right)$$

onde  $D_t$  é o diâmetro do tubo do viscosímetro. A relação aplica-se somente para esferas lançadas na linha de centro do tubo.

## Partindo-se das equações:

$$\frac{1}{2} C_a \times \rho_f \times v^2 \times \frac{\pi \times D^2}{4} = \frac{\pi \times D_e^3}{6} \times g \times (\rho_e - \rho_f)$$

e

$$C_a = \frac{24 \times \mu}{\rho_f \times v \times D_e} \left( 1 + 2,0144 \times \frac{D_e}{D_t} \right)$$

Obtém-se:

$$\mu = \frac{g \times D_e^2 \times (\rho_e - \rho_f)}{18 \times \left( 1 + 2,0144 \times \frac{D_e}{D_t} \right) \times v} \Rightarrow \text{equação I}$$

# Metodologia Experimental

Analizando-se a equação I chega se à conclusão que, para determinar a viscosidade do fluido, *será necessário medir:*

- o diâmetro e a densidade das esferas
- a densidade do fluido
- a velocidade terminal das esferas
- o diâmetro do tubo
- a temperatura

# Diâmetro e densidade das esferas.

O diâmetro da esfera foi medido com um micrômetro e é igual a 9,992 mm. A densidade do material da esfera utilizada em nosso experimento é obtida através da sua massa que é 4,0228 g e o seu diâmetro.

Densidade do fluido.

Foi determinada através de densímetro no laboratório de química, onde obteve-se  $936 \text{ kg/m}^3$ .

Diâmetro do tubo.

Foi medido através de um  
paquímetro, onde obteve-se  
16,1 mm.

Velocidade terminal das esferas.

Por tratar-se de uma velocidade constante, pode ser obtida medindo-se o intervalo de tempo que a esfera demora para percorrer uma distância  $L$  no fluido, portanto:  $v = L/t$

# Importante:

Nos tubos a serem utilizados existem pares de marcas, espaçadas entre si de 50,071 e 49,849 mm.

O tempo pode ser medido com um cronômetro. Deve-se prestar atenção ao fato de que para que a velocidade  $v = L/t$  possa ser utilizada a velocidade limite deve ter sido atingida. Uma das formas de verificar se a velocidade é a limite, é comparar o seu valor obtido em ambos comprimentos, ela deve ser igual.

# Temperatura.

A viscosidade varia com a temperatura no caso do óleo utilizado no viscosímetro do laboratório. Então, não se esqueça de registrá-la e associá-la à viscosidade medida.

# Viscosímetro de Hoppler



O viscosímetro apresenta uma inclinação  $\alpha = 9,83^\circ$

# Cálculo da viscosidade através do viscosímetro Hoppler

$$\frac{1}{2} C_a \times \rho_f \times v^2 \times \frac{\pi \times D^2}{4} = \frac{\pi \times D_e^3}{6} \times g \times (\rho_e - \rho_f) \times \cos \phi$$

$$C_a = \frac{24 \times \mu}{\rho_f \times v \times D_e} \left( 1 + 2,0144 \times \frac{D_e}{D_t} \right)$$

Obtém-se:

$$\mu = \frac{g \times D_e^2 \times (\rho_e - \rho_f) \times \cos \phi}{18 \times \left( 1 + 2,0144 \times \frac{D_e}{D_t} \right) \times v} \Rightarrow \text{equação I}^*$$

# Referências bibliográficas

Bird, R.B.; Armstrong, R.C. and Hassager, O.; "Dynamics of Polymeric Liquids", John Willey, 1987.

Brodkey, R.S.; "The Phenomena of Fluid Motions", Addison-Wesley, 1967.