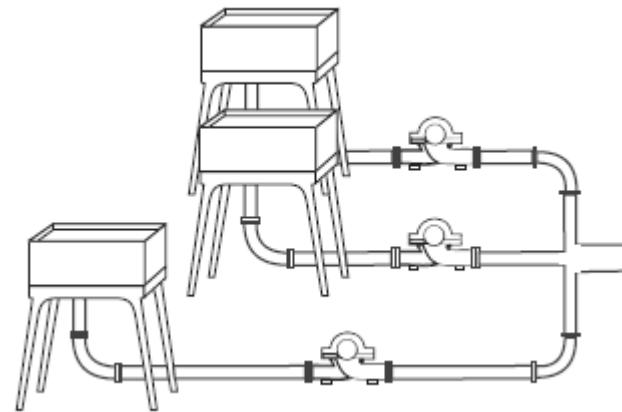
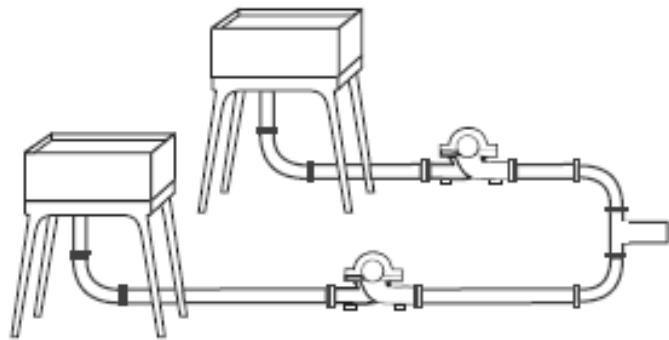


# Aula 12 de ME5330 – associação em paralelo de bombas



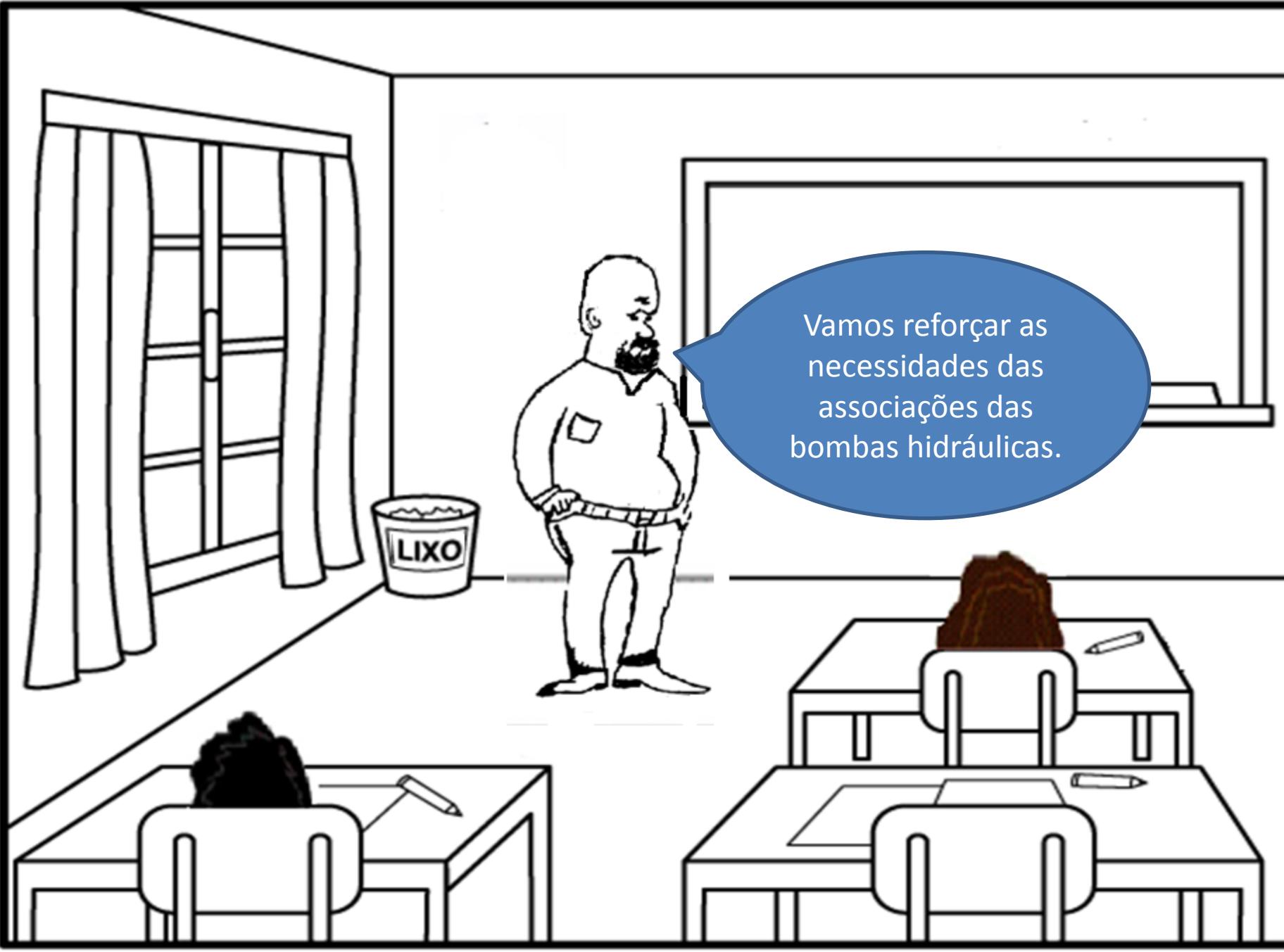
30 de outubro de 2012



Quando  
pensar em  
uma  
associação  
em paralelo?



Quando há a  
necessidade de  
aumentar a vazão de  
forma não continua!



Vamos reforçar as necessidades das associações das bombas hidráulicas.

EM SÉRIE VISA  
ATENDER A  
DEMANDA DE  
UMA CARGA  
MAIOR

recurso adotado pelo  
projetista visando

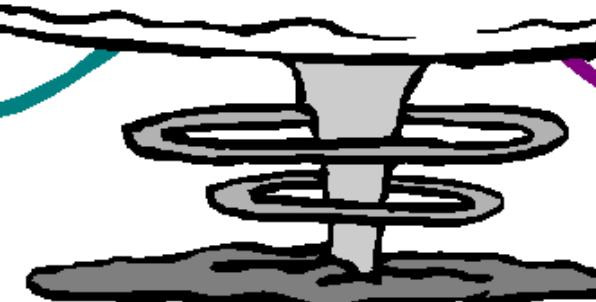
- redução de custos  
do projeto
- aumento de segurança  
de operação
- flexibilidade do processo  
de manutenção

### A associação de bombas hidráulicas em série ou paralelo

01/05/2011 - v3

associação  
em série

oleodutos



irrigação e  
abastecimento

associação em  
paralelo

EM PARALELO VISA  
ATENDER UMA VAZÃO  
MAIOR, QUE PODE NÃO  
SER CONTINUA



Hoje vamos refletir  
sobre a associação  
em paralelo de  
bombas.

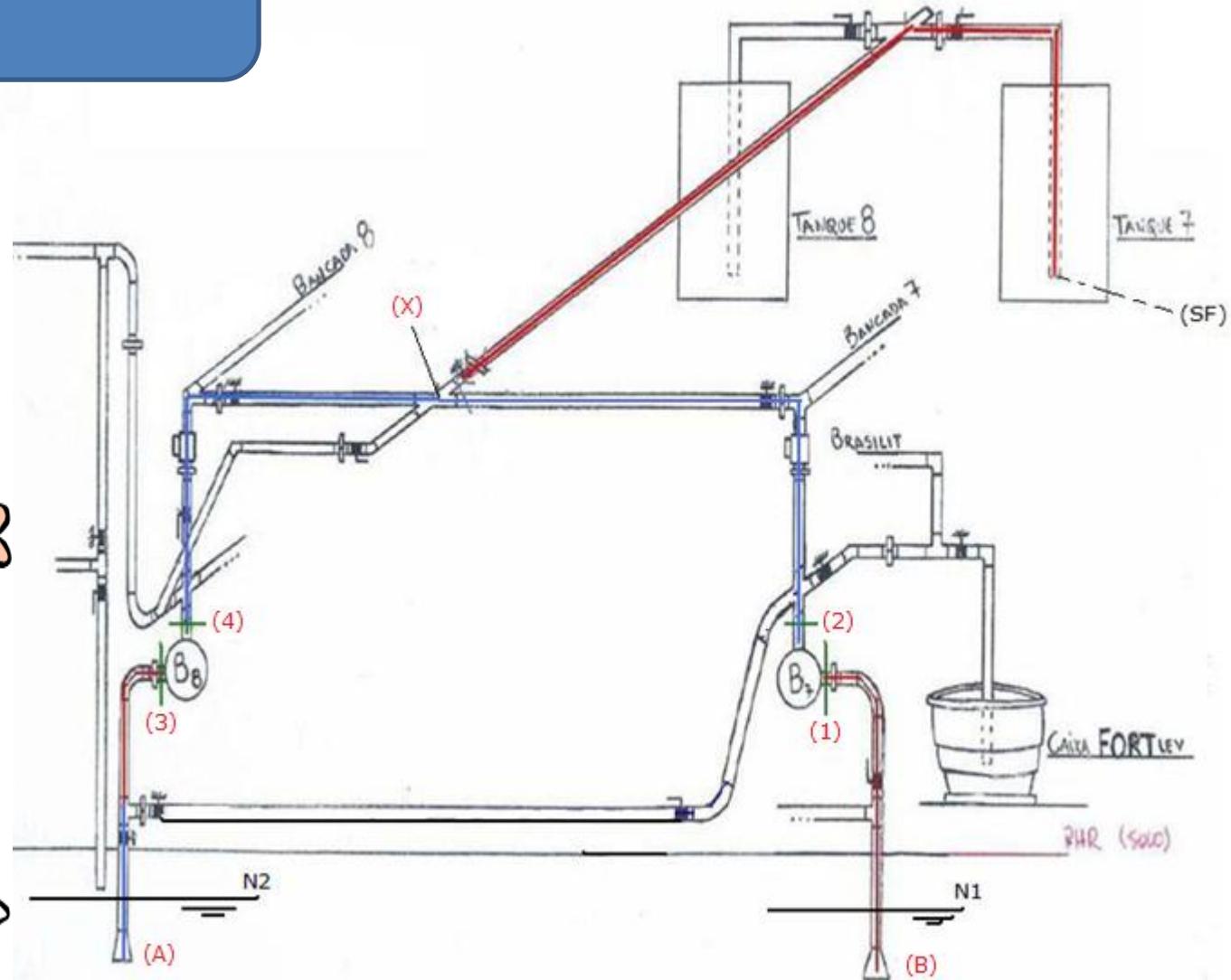




Como os  
transdutores de  
pressão não estão  
funcionando,  
alteramos as  
bancadas



Esquematicamente

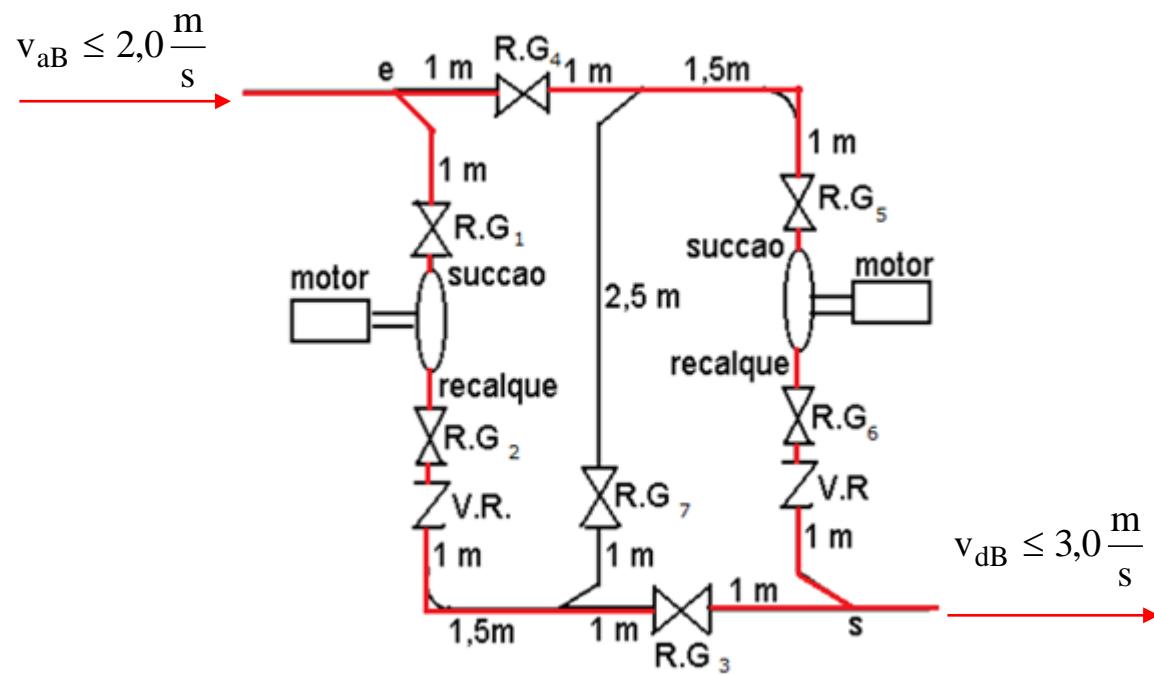




Aqui é importante se pensar na alimentação pela tubulação do centro, pois se houver acentuadas perda de carga na linha, o aumento da vazão com duas ou mais bombas em paralelo será pequeno e, portanto, pouco compensador.



A figura abaixo especifica as recomendações para as velocidades em uma associação em paralelo.





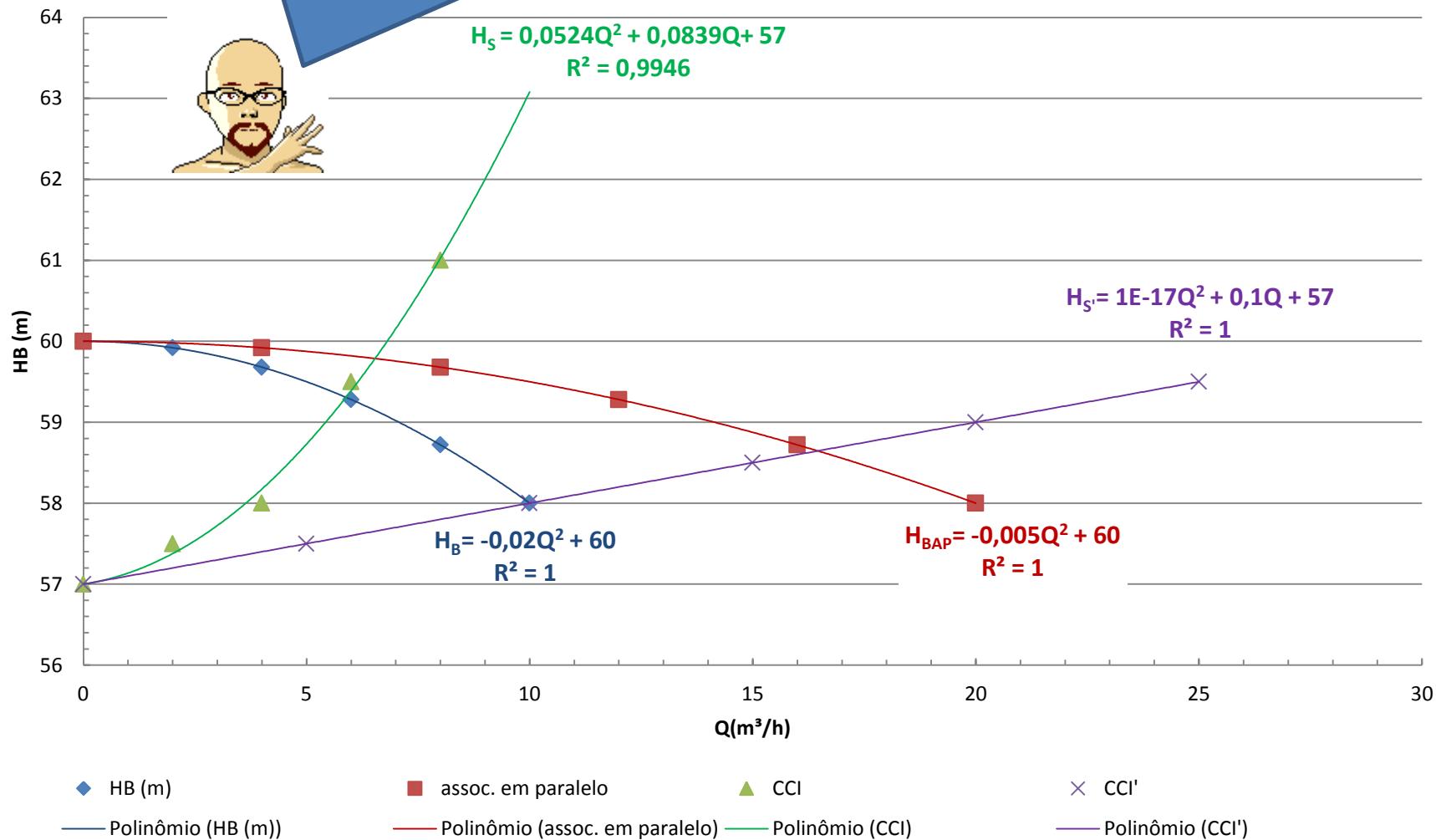
O próximo slide objetiva possibilitar a visualização do que foi mencionado anteriormente, lembrando que para a obtenção da curva  $H_{Bap} = f(Q_{ap})$ , devemos para a mesma carga manométrica somar as vazões.

$$H_{Bap} = H_{BB1} = H_{BB2}$$

$$Q_{ap} = Q_{B1} + Q_{B2}$$

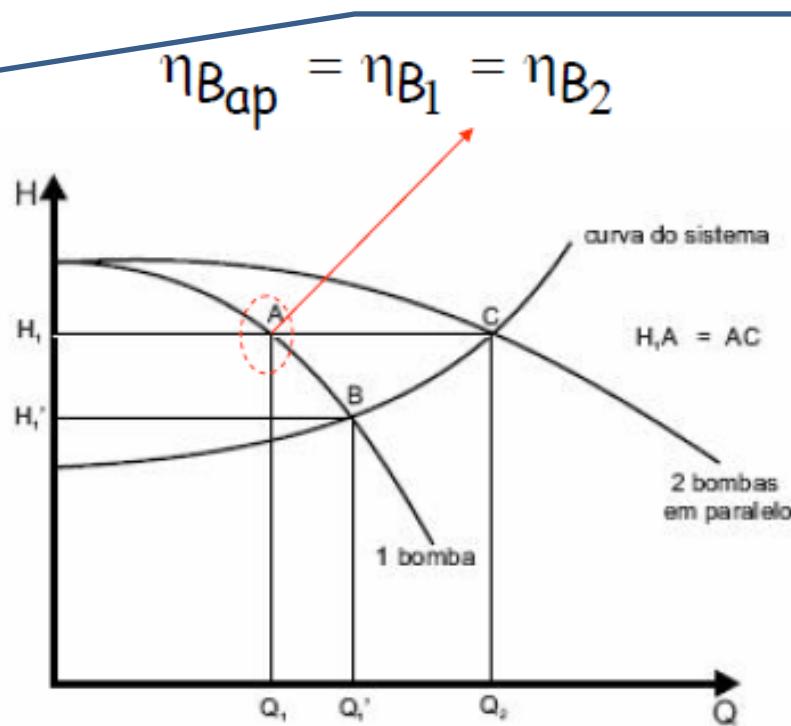
Observe que para a perda acentuada (CCI verde) a contribuição para o aumento da vazão na associação em paralelo é muito pequena.

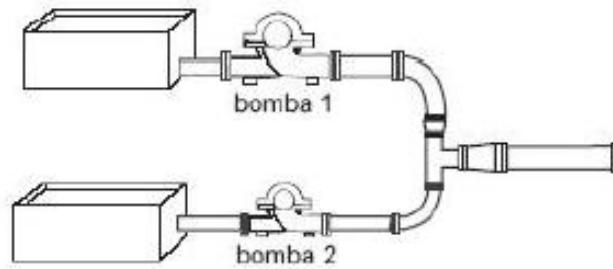
## CCB



Na associação de bombas hidráulicas iguais, tem-se a curva característica da associação obtida como mencionado no slide anterior e como mostrado a seguir:

$$\eta_{B_{ap}} = \eta_{B_1} = \eta_{B_2}$$

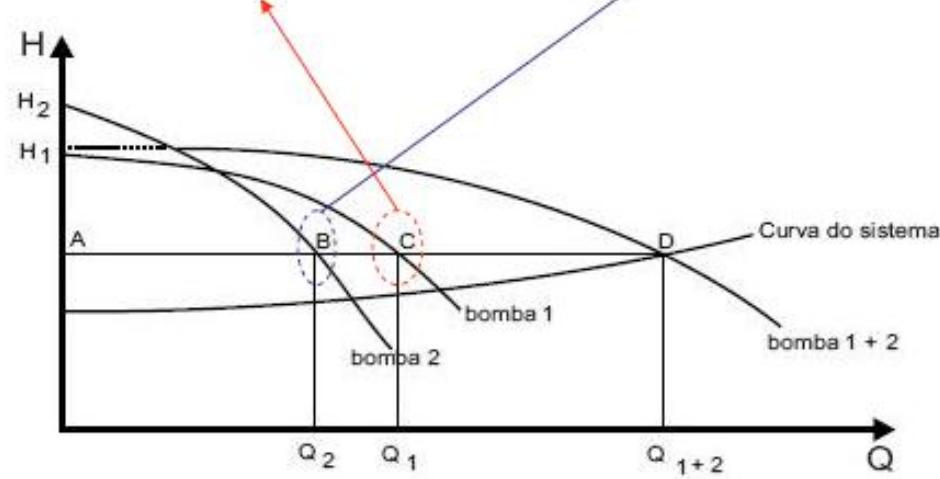




Bombas diferentes  
o procedimento é  
o mesmo, ou seja,  
para o mesmo HB  
se soma as vazões

$$\eta_{B_{ap}} = \frac{Q_{ap}}{\frac{Q_1}{\eta_{B_1}} + \frac{Q_2}{\eta_{B_2}}}$$

onde  $\eta_{B_1}$  se lê no ponto C e  $\eta_{B_2}$  se lê no ponto B





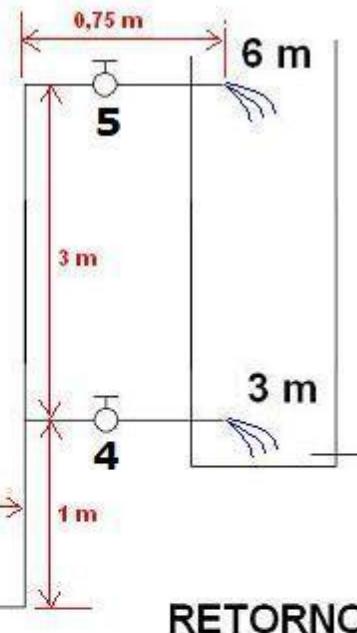
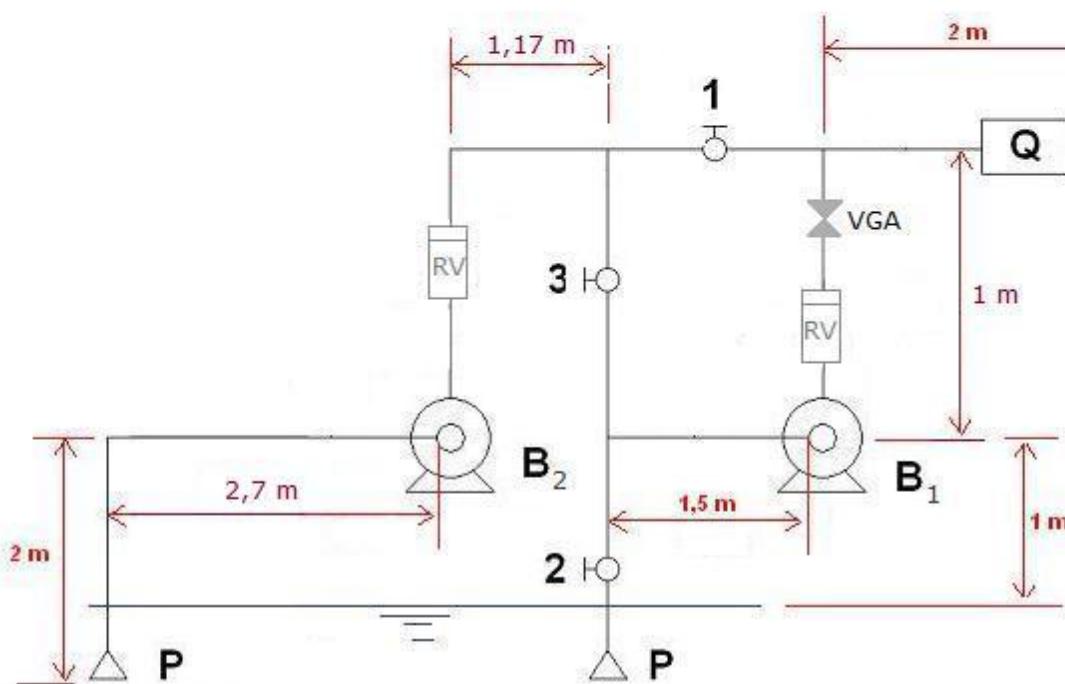
BOMBAS DE DUPLA SUCÃO OU  
ADMISSÃO PODEM SUBSTITUIR  
AS ASSOCIAÇÕES EM PARALELO  
DE DUAS BOMBAS.

É MUITO IMPORTANTE SE ANALISAR  
O RENDIMENTO E A RESERVA  
CONTRA A CAVITAÇÃO AO SE  
TRABALHAR COM BOMBAS  
ASSOCIADAS, BOMBAS DE  
MULTIESTÁGIOS E A BOMBA DE  
DUPLA SUCÇÃO OU ADMISSÃO

## Exemplo

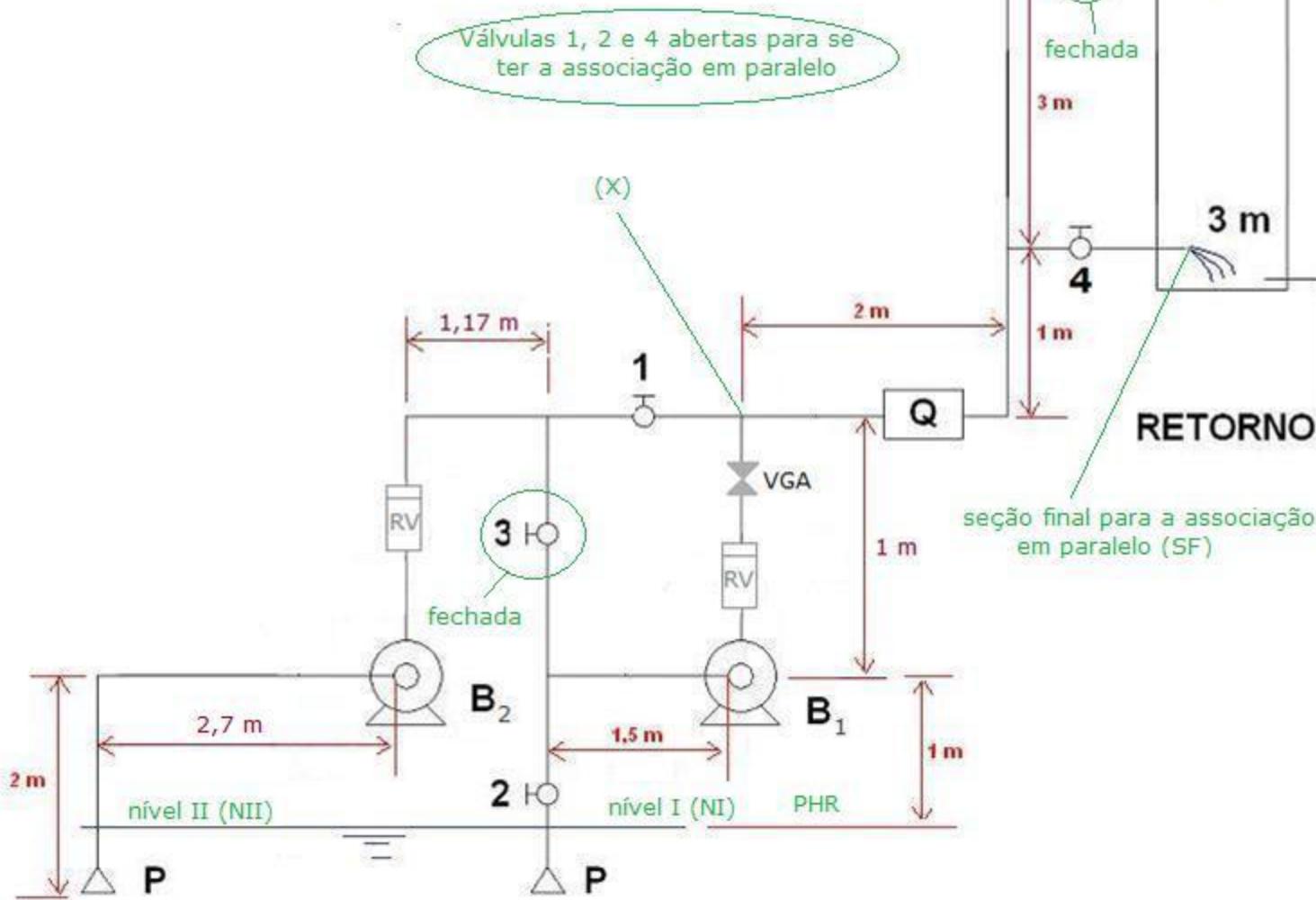
Considere a instalação ao lado, que pode operar só com uma bomba, com bombas associadas em série e paralelo.

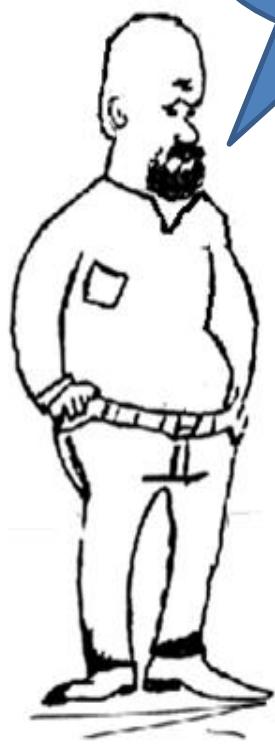
Sabe-se que as bombas são iguais e que a tubulação é de aço 40 com um único diâmetro nominal de 1,5" ( $K=4,6 \times 10^{-5}$  m), que as válvulas são da MIPEL e os demais acessórios são da Tupy e que o medidor de vazão ( $Q$ ) é um Venturi com comprimento equivalente igual a 4,36 m.



As singularidades **1**, **2**, **3**, **4** e **5** são válvulas esferas de passagem plena, RV válvula de retenção vertical da MIPEL e VGA é válvula globo angular sem guia da MIPEL

Para viabilizar o funcionamento adequado da associação em paralelo de duas bombas iguais, deve-se ter cada uma contribuindo com  $Q_a/2$





Verdade!

SÓ EXISTIRÃO VAZÕES IGUAIS ATRAVÉS DAS BOMBAS ASSOCIADAS SE A PERDA DE CARGA ANTES DAS MESMAS E DEPOIS DELAS ATÉ O PONTO QUE AS VAZÕES SE SOMAM FOREM IGUAIS!



Para demonstrar as condições anteriores, parte-se dos dados a seguir:

<b>singularidade</b>	<b>Leq (m)</b>
Válvula globo angular sem guia	<b>4,88</b>
válvula de pé com crivo	<b>17,07</b>
cotovelo de 90°	1,41
válvula de retenção	<b>17,07</b>
T de saída lateral	<b>2,06</b>
T de passagem direta	0,25
T de saída bilateral	2,50
válvula esfera	<b>0,55</b>
venturi	4,36
Saída de tub.	1,0



<b>água</b>	<b>T (°C)</b>	<b>ρ (kg/m³)</b>	998,2
20	<b>γ (N/m³)</b>	9782,36	
	<b>v (m²/s)</b>	1,00E-06	

<b>D (mm)</b>	<b>A (cm²)</b>
40,8	13,1

<b>g (m/s²)</b>	9,8
-----------------	-----

Perdas de NI até a entrada da bomba B<sub>1</sub>

$$H_{paB_1} = f \times \frac{(3,5 + 17,07 + 0,55 + 2,06)}{0,0408} \times \frac{Q_1^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{paB_1} = f \times 16890970,59 \times Q_1^2$$

Perdas de NII até a entrada da bomba B<sub>2</sub>

$$H_{paB_2} = f \times \frac{(4,7 + 17,07 + 1,41)}{0,0408} \times \frac{Q_2^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{paB_2} = f \times 16890970,59 \times Q_2^2$$

CQD e onde  
 $Q_1 = Q_2 = Q_{ap}/2$

Perdas da saída da bomba B<sub>1</sub> até (X)

$$H_{psB_1-X} = f \times \frac{(1 + 17,07 + 4,88)}{0,0408} \times \frac{Q_1^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{psB_1-X} = f \times 16723372,53 \times Q_1^2$$

Perdas da saída da bomba B<sub>2</sub> até (X)

$$H_{psB_2-X} = f \times \frac{(1 + 17,07 + 1,41 + 1,17 + 0,25 + 0,55 + 1,5)}{0,0408} \times \frac{Q_2^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{psB_2-X} = f \times 16723372,53 \times Q_2^2$$





## Obtendo a equação da CCI

$$\gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{NI} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{NII} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{B1} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{B1} = \gamma \times Q_{ap} \times H_{SF} + \sum N_{dissipadas}$$

$$\sum N_{dissipadas} = \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{paB1} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{paB2} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{psB1-X} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{psB2-X} + \gamma \times Q_{ap} \times H_{pX-SF}$$

Agora é aplicar  
no exercício  
proposto



$$H_S = H_{SF} + \frac{1}{2} \times 16890970,59 \times f_{Qap/2} \times \left( \frac{Q_{ap}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \times 16890970,59 \times f_{Qap/2} \times \left( \frac{Q_{ap}}{2} \right)^2 + \\ \frac{1}{2} \times 16723372,53 \times f_{Qap/2} \times \left( \frac{Q_{ap}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \times 16723372,53 \times f_{Qap/2} \times \left( \frac{Q_{ap}}{2} \right)^2 + H_{pX-SF}$$

$$H_{pX-SF} = f_{Qap} \times \frac{(2 + 1 + 0,75 + 2,5 + 4,36 + 1,41 + 2,06 + 0,55 + 1)}{0,0408} \times \frac{Q_{ap}^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{pX-SF} = f_{Qap} \times 11389381,81 \times Q_{ap}^2$$

$$H_{SF} = 3 + \frac{\alpha_{sf} \times Q_{ap}^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2} = 3 + \alpha_{sf} \times 29730,5 \times Q_{ap}^2$$

$$H_S = 3 + \alpha_{sf} \times 29730,5 \times Q_{ap}^2 + 8403585,78 \times f_{Qap/2} \times Q_{ap}^2 + 11389381,81 \times f_{Qap} \times Q_{ap}^2$$



Dados do  
fabricante:

### CCB FABRICANTE

$Q$ ( $m^3/h$ )	$H_B$ (m)	$\eta$ (%)
0	26	-
2	26,8	52
4	26,3	54
6	24,6	55,5
8	21,5	56
10	17,1	56
12	11,5	55,5
14	4,5	54
14,5	2,6	

## Obtendo a CCB



CCB FABRICANTE			
$Q$ ( $m^3/h$ )	$Q_{ap}$ ( $m^3/h$ )	$H_B$ (m)	$\eta$ (%)
0	0	26	-
2	4	26,8	52
4	8	26,3	54
6	12	24,6	55,5
8	16	21,5	56
10	20	17,1	56
12	24	11,5	55,5
14	28	4,5	54
14,5	29	2,6	



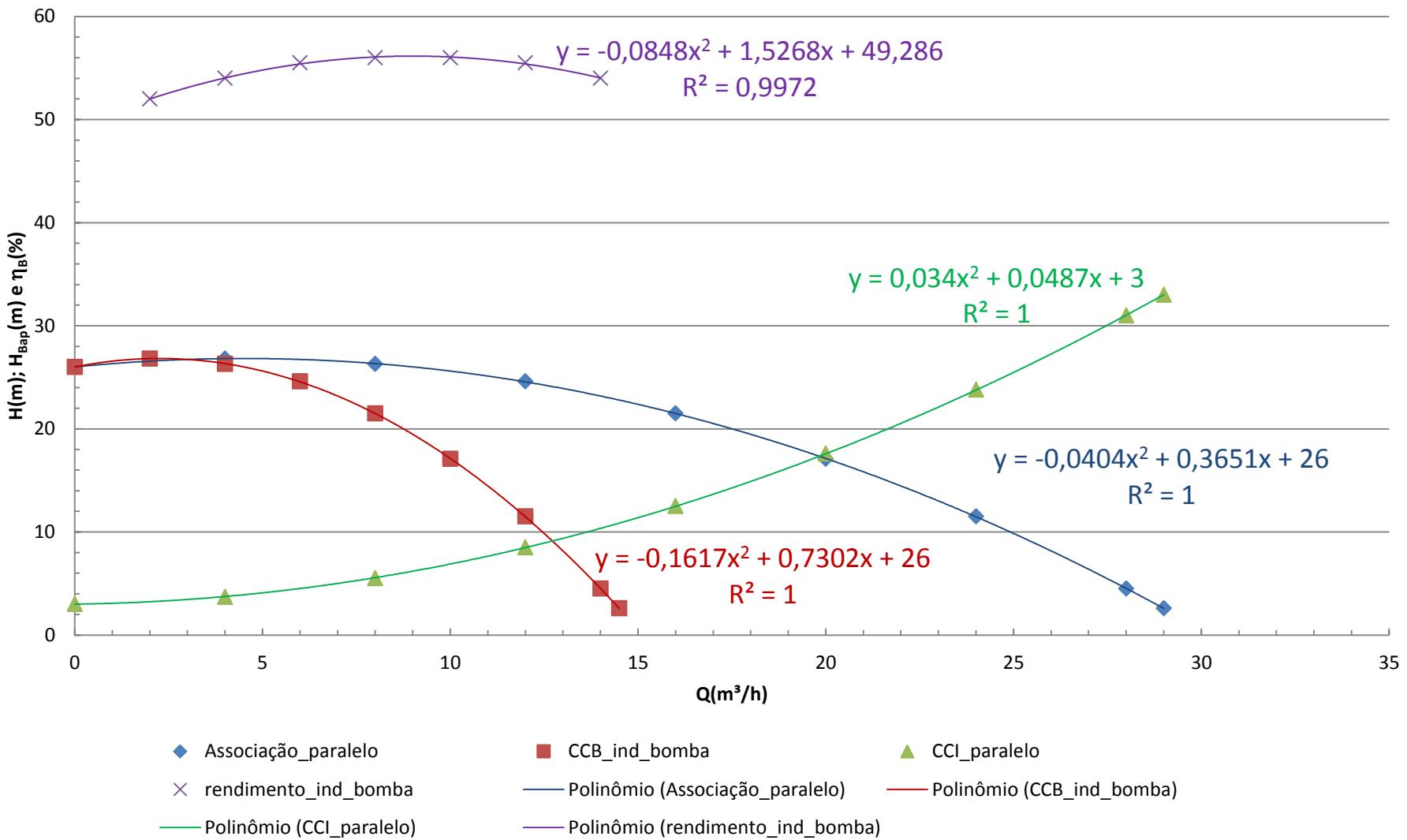
Completando  
esse exercício.



Ao determinar os coeficientes de perda de carga distribuída constatamos que todos os números de Reynolds deram maiores que 4000, portanto  $\alpha = 1,0$  e aí resultou a tabela abaixo que permite obter a representação gráfica da CCB e CCI.

$Q$ ( $m^3/h$ )	$Q_{ap}$ ( $m^3/h$ )	$H_B$ (m)	$\eta$ (%)	$f_{Q/2}$	$f_Q$	$HS$ (m)
0	0	26	-	0	0	3,0
2	4	26,8	52	0,0292	0,0259	3,7
4	8	26,3	54	0,0259	0,0236	5,5
6	12	24,6	55,5	0,0244	0,0227	8,5
8	16	21,5	56	0,0236	0,0222	12,5
10	20	17,1	56	0,0231	0,0219	17,6
12	24	11,5	55,5	0,0227	0,0216	23,8
14	28	4,5	54	0,0224	0,0215	31,0
14,5	29	2,6		0,0224	0,0214	33,0

## Ponto de trabalho

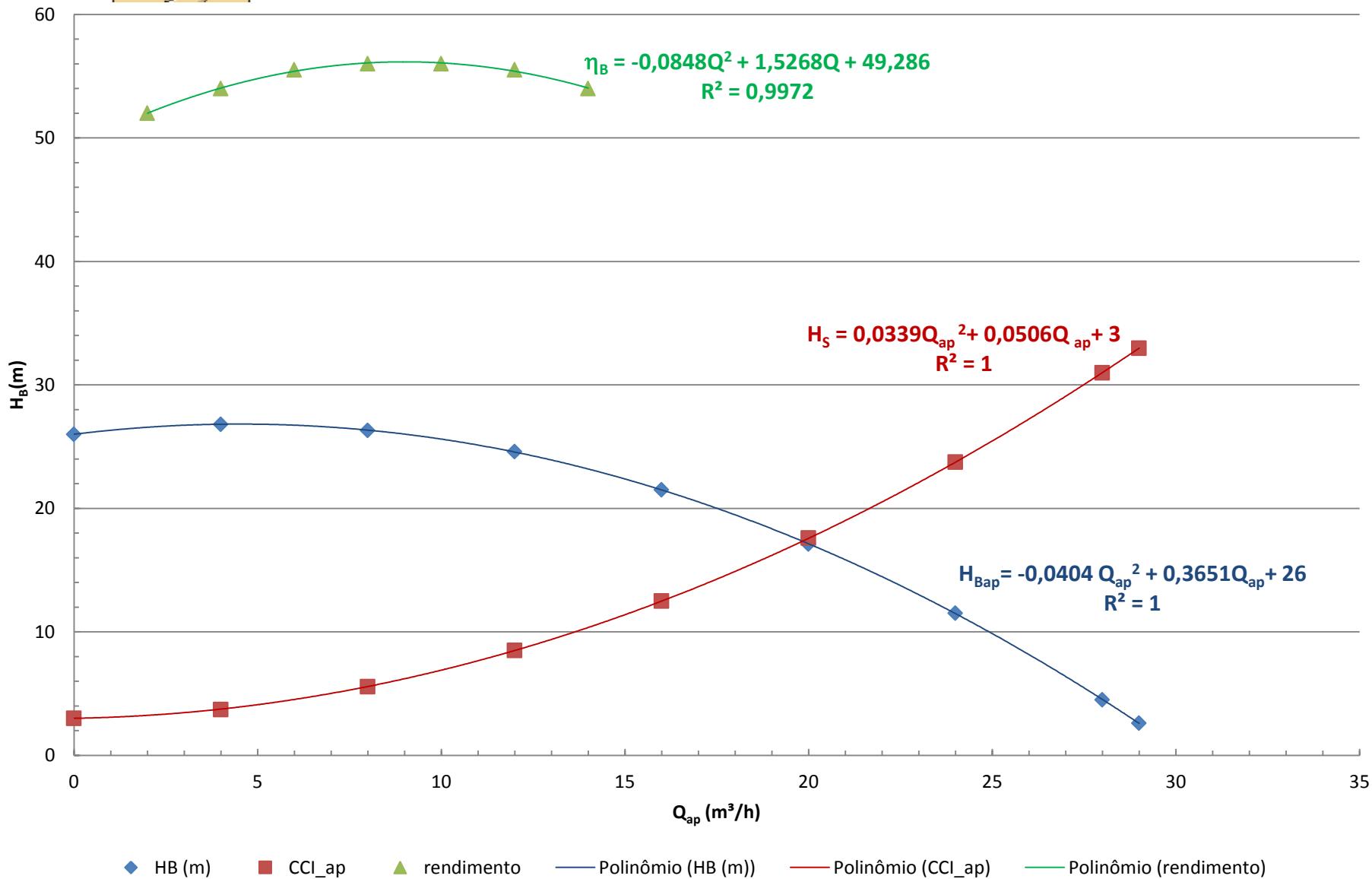


Como havíamos combinado de trabalhar com três algarismos significativos e considerando a planilha excel de origem, teríamos uma pequena diferença na equação da CCI, como mostra o próximo slide.





No cruzamento da CCB com a  
CCI nós obtemos o ponto de  
trabalho



$$H_S = H_{B_{ap}}$$

$$0,0339Q_{ap}^2 + 0,0506Q_{ap} + 3 = -0,0404Q_{ap}^2 + 0,3651Q_{ap} + 26$$

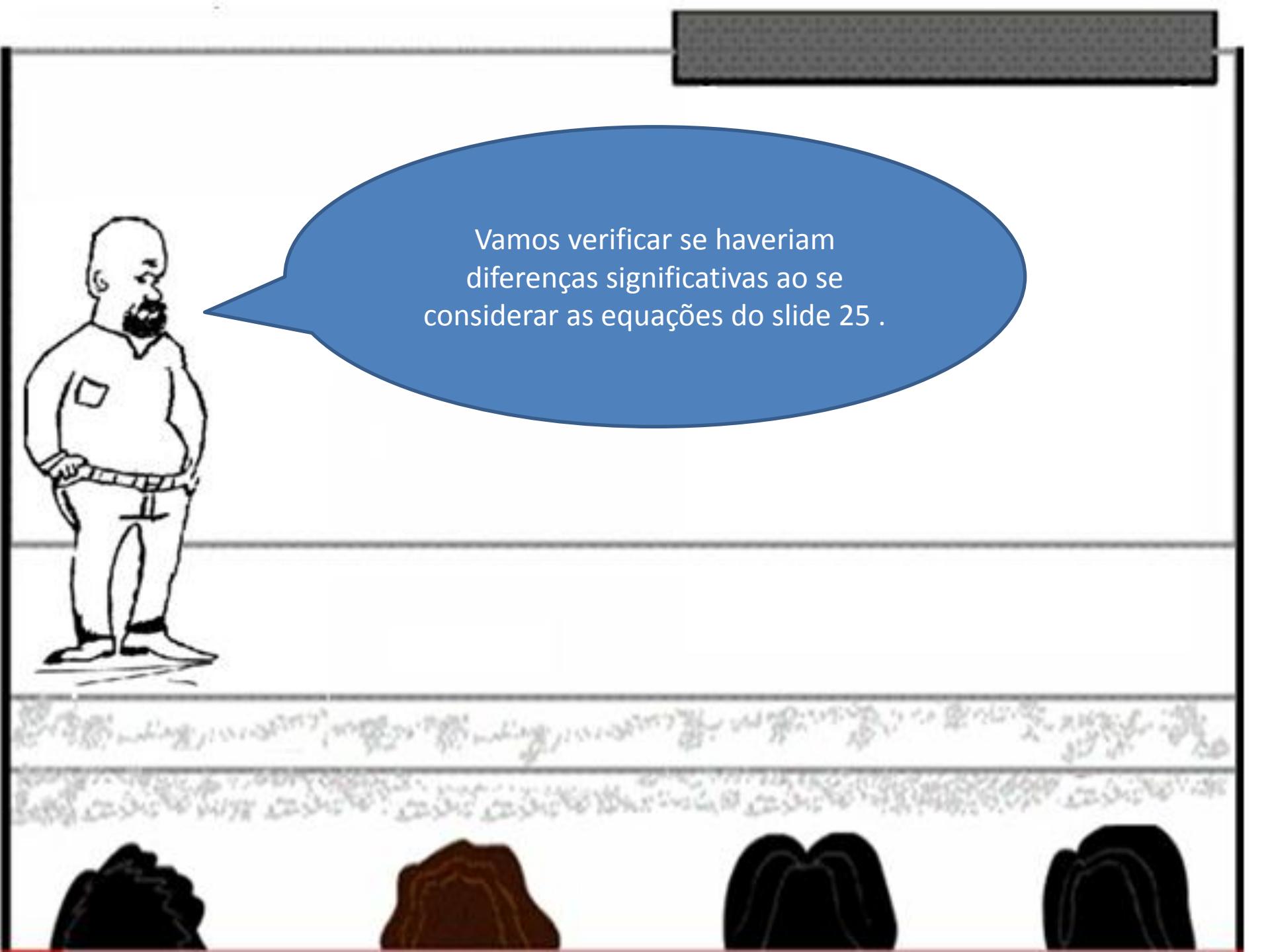
$$0,0743Q_{ap}^2 - 0,3145Q_{ap} - 23 = 0$$

$$Q_{ap_\tau} = \frac{0,3145 + \sqrt{0,3145^2 + 4 \times 0,0743 \times 23}}{2 \times 0,0743} \cong 19,84 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \approx 19,9 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$H_{B_{ap_\tau}} = 0,0339 \times 19,9^2 + 0,0506 \times 19,9 + 3 \cong 17,5 \text{m}$$

$$\eta_B = -0,0848 \times \left( \frac{19,9}{2} \right)^2 + 1,5268 \times \frac{19,9}{2} + 49,286 \cong 56,1\%$$

$$N_{B_{ap_\tau}} = \frac{9782,36 \times \left( \frac{19,9}{3600} \right) \times 17,5}{0,561} \cong 1686,9 \text{W}$$



Vamos verificar se haveriam  
diferenças significativas ao se  
considerar as equações do slide 25 .

$$H_S = H_{B_{ap}}$$

$$0,034Q_{ap}^2 + 0,0487Q_{ap} + 3 = -0,0404Q_{ap}^2 + 0,3651Q_{ap} + 26$$

$$0,0744Q_{ap}^2 - 0,3164Q_{ap} - 23 = 0$$

$$Q_{ap\tau} = \frac{0,3164 + \sqrt{0,3164^2 + 4 \times 0,0744 \times 23}}{2 \times 0,0744} \cong 19,84 \frac{m^3}{h} \approx 19,9 \frac{m^3}{h}$$

$$H_{B_{ap\tau}} = 0,034 \times 19,9^2 + 0,0487 \times 19,9 + 3 \cong 17,5m$$

$$\eta_B = -0,0848 \times \left( \frac{19,9}{2} \right)^2 + 1,5268 \times \frac{19,9}{2} + 49,286 \cong 56,1\%$$

$$N_{B_{ap\tau}} = \frac{9782,36 \times \left( \frac{19,9}{3600} \right) \times 17,5}{0,561} \cong 1686,9W$$

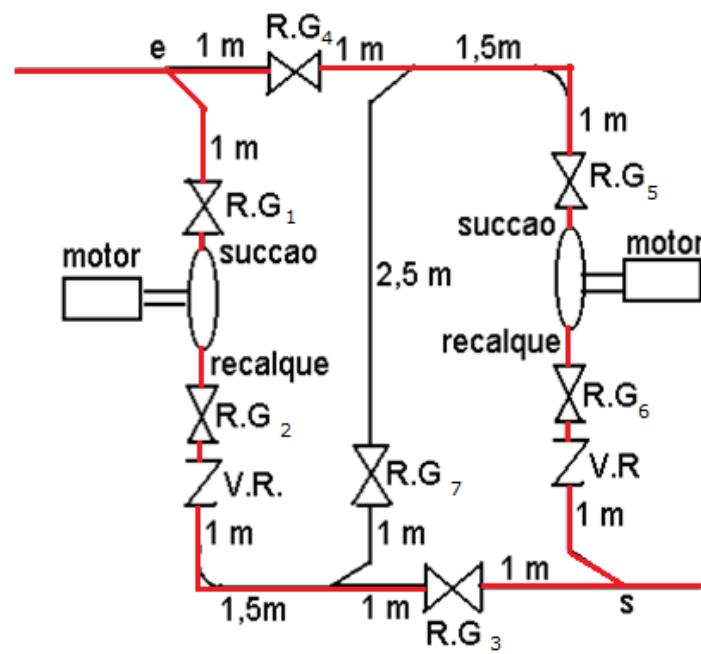
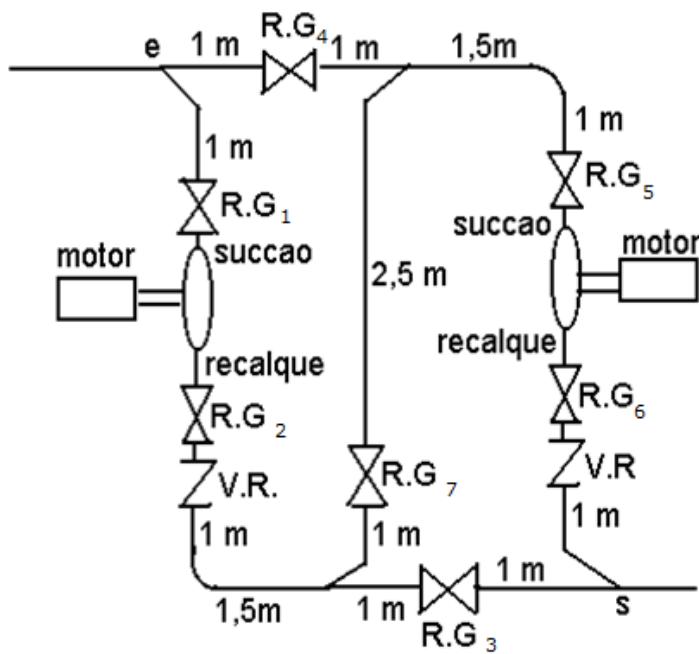


Portanto não  
haveriam  
diferenças!





A seguir é mostrado uma outra possibilidade de se associar em paralelo duas bombas em uma casa de máquina





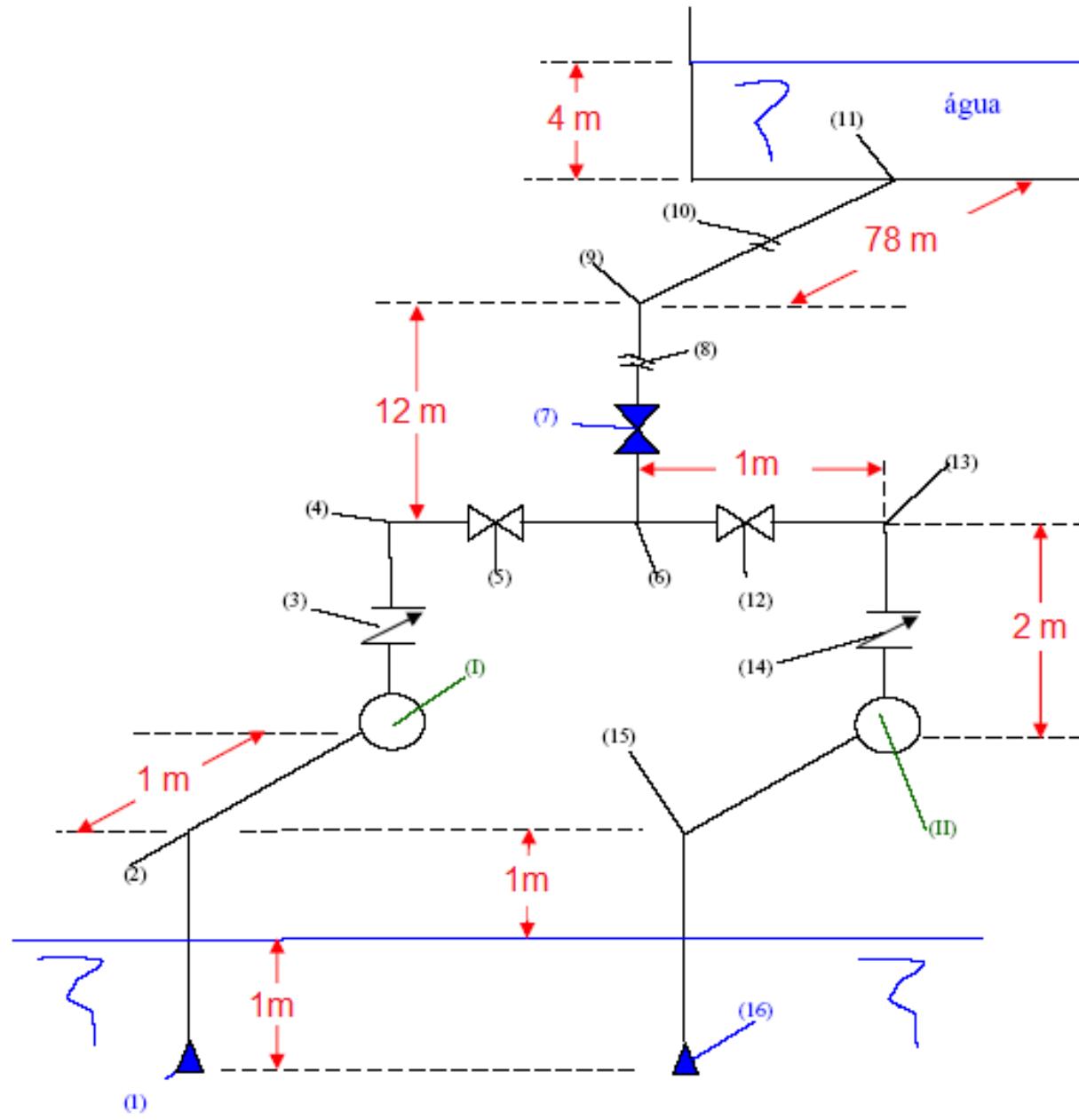
Vamos fazer  
mais um  
exercício!

A instalação representada a seguir pode operar com uma bomba ou com as duas bombas associadas em paralelo. Sabendo-se que as bombas são iguais e que apresentam as características indicadas na tabela (I), pede-se:

- a. a potência útil do motor elétrico quando apenas uma bomba operar;
- b. verificar o fenômeno de cavitação para a situação anterior, sabendo-se que a pressão de vapor da água para a situação descrita é igual a 0,0238 kgf/cm<sup>2</sup> (abs) e que a leitura barométrica é igual a 700 mmHg;
- c. o ponto de trabalho para associação em paralelo das bombas;
- d. a verificação do fenômeno de cavitação para esta nova situação.

Dados:

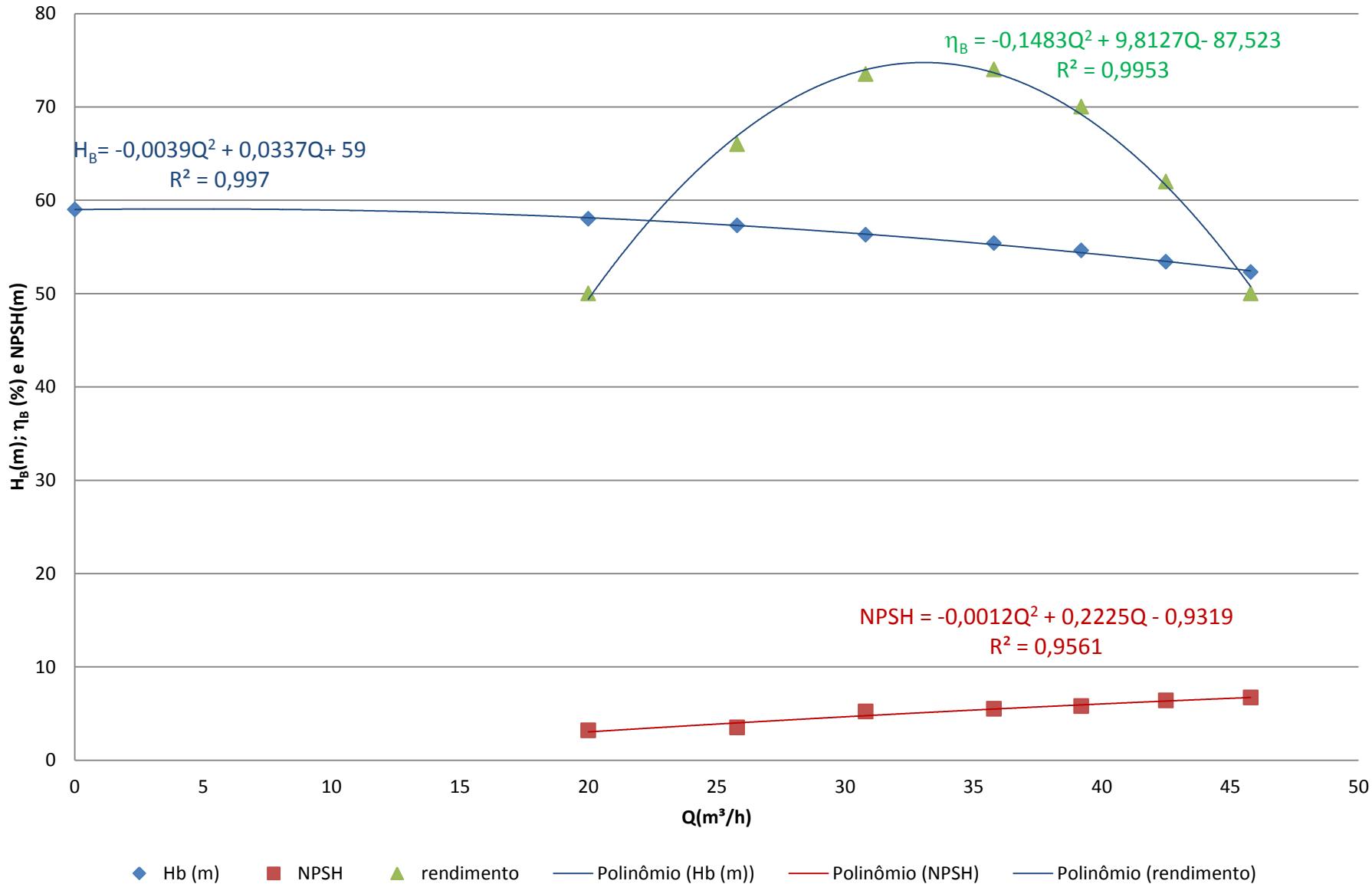
Tubulação de aço 40, que para a sucção tem um diâmetro nominal de 3" ( $D_{int} = 77,9$  mm e  $A = 47,7$  cm<sup>2</sup>) e para o recalque tem um diâmetro nominal de 2,5" ( $D_{int} = 62,7$  mm e  $A = 30,9$  cm<sup>2</sup>), água a 20°C e aceleração da gravidade igual a 9,8 m/s<sup>2</sup>.



- (1) e (16) - válvulas de pé com crivo de 3" –  $Leq = 20\text{ m}$   
(2) e (15) - joelhos fêmeas de 900 e de 3" –  $Leq = 2,82\text{ m}$   
(4), (9) e (13) - joelhos fêmeas de 900 e de 2,5" –  $Leq = 2,35\text{ m}$   
(3) e (14) - válvulas de retenção verticais de 2,5" –  $Leq = 8,1\text{ m}$   
(5) e (12) - válvulas gavetas de 2,5" –  $Leq = 0,4\text{ m}$   
(6) – tê de saída lateral de 2,5" para o funcionamento com uma bomba  
 $Leq = 3,43\text{ m}$   
(6) – tê de saída lateral de 2,5" para o funcionamento da associação em paralelo  
 $Leq = 4,16\text{ m}$   
(7) - válvula globo de 2,5" –  $Leq = 21\text{ m}$   
(8) e (10) - representação de corte no desenho da tubulação  
(11) – saída da tubulação –  $Leq = 1,9\text{ m}$   
(I) e (II) - bombas centrífugas radiais que apresentam as informações nos gráficos em anexo.

**Nota:**

**Os trechos de (1) a (6) e de (16) a (6) são idênticos e a tubulação é de aço considerada nova**



# Solução

Trata-se de uma instalação com duas entradas e uma saída, adotando-se o PHR nos níveis de captação, tem-se:

$$\gamma \times Q_{ap} \times H_{s_{ap}} = \gamma \times Q_{ap} \times H_{distribuição} + 2 \times \gamma \times \frac{Q_a}{2} \times H_{p_{3''}} + 2 \times \gamma \times \frac{Q_a}{2} \times H_{p_{dB-6}} + \gamma \times Q_a \times H_{p_{6-11}}$$

Dividindo-se todos os membros por  $\gamma \times Q_a$  resulta:

$$H_{sa} = H_{distribuição} + H_{p_{3''}} + H_{p_{depois da bomba até 6}} + H_{p_{6-11}}$$

$H_{p_{3''}}$  → calculado para  $\frac{Q_a}{2}$

$H_{p_{depois da bomba até 6}}$  → calculado para  $\frac{Q_a}{2}$

$H_{p_{6-11}}$  → calculado para  $Q_a$

$$H_{p_{3''}} = f_{3''} \times \frac{(3 + 20 + 2,82)}{0,0779} \times \frac{\left(\frac{Q_a}{2}\right)^2}{19,6 \times (47,7 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{p_{3''}} = f_{3''} \times 185808,7 \times Q_a^2$$

$$H_{p_{2,5''_{dB-6}}} = f_{2,5''} \times \frac{(3 + 8,1 + 2,35 + 0,4)}{0,0627} \times \frac{\left(\frac{Q_a}{2}\right)^2}{19,6 \times (30,9 \times 10^{-4})^2}$$

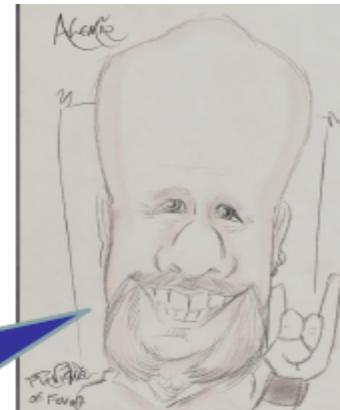
$$H_{p_{2,5''_{dB-6}}} = f_{2,5''} \times 295086,5 \times Q_a^2$$

$$H_{p_{2,5''_{6-11}}} = f_{2,5''} \times \frac{(90 + 4,16 + 21 + 2,35 + 1,9)}{0,0627} \times \frac{(Q_a)^2}{19,6 \times (30,9 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{p_{2,5''_{6-11}}} = f_{2,5''} \times 10176539,7 \times Q_a^2$$

$$H_{S_{ap}} = 19 + f_{3''} \frac{185808,7 \times Q_a^2}{p/Q_a/2} + f_{2,5''} \frac{295086,5 \times Q_a^2}{p/Q_a/2} + f_{2,5''} \frac{10176539,7 \times Q_a^2}{p/Q_a}$$

A partir deste ponto se determina os coeficientes de perda de carga distribuída e traçam-se a CCI e a CCB para obtenção do ponto de trabalho.



propriedades do fluido transportado

temp (°C)	$\mu$ (kg/ms)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$p_v$ (Pa)	$v$ (m <sup>2</sup> /s)
20	1,00E-03	998,2		1,004E-06

propriedades do local

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$p_{atm} = \text{Pa}$$

mat. tubo  
aço

espessura	Dint (mm)	A (cm <sup>2</sup> )
40	77,9	47,7

K(m)	DH/k
4,60E-05	1693

# Para 3"

$$\frac{Q}{m^3/h}$$

20  
25,8  
30,8  
35,8  
39,2  
42,5  
45,8

Q(m<sup>3</sup>/s)   Q(L/s)   Q(L/min)  
deve transformar para m<sup>3</sup>/h

$Q(m^3/h)$	$v(m/s)$	$Re$	$f_{Haaland}$	$f_{Swamee e Jain}$	$f_{Churchill}$	$f_{planilha}$
20,0	1,16	90368	0,0207	0,0211	0,0211	0,0209
25,8	1,50	116574	0,0201	0,0204	0,0204	0,0203
30,8	1,79	139166	0,0197	0,0200	0,0201	0,0199
35,8	2,08	161758	0,0194	0,0198	0,0198	0,0196
39,2	2,28	177121	0,0193	0,0196	0,0196	0,0195
42,5	2,47	192031	0,0191	0,0195	0,0195	0,0193
45,8	2,67	206942	0,0190	0,0193	0,0193	0,0192

propriedades do fluido transportado

temp (°C)	$\mu$ (kg/ms)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$p_v$ (Pa)	$v$ (m <sup>2</sup> /s)
20	1,00E-03	998,2		1,004E-06

propriedades do local

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$p_{atm} = \text{Pa}$$

mat. tubo  
aço

espessura	Dint (mm)	A (cm <sup>2</sup> )
40	62,7	30,9

K(m)	DH/k
4,60E-05	1363

Para 2,5"  
com Qa/2

$$\frac{Q}{m^3/h}$$

20  
25,8  
30,8  
35,8  
39,2  
42,5  
45,8

Q(m<sup>3</sup>/s)    Q(L/s)    Q(L/min)  
deve transformar para m<sup>3</sup>/h

$Q(m^3/h)$	$v(m/s)$	$Re$	$f_{Haaland}$	$f_{Swamee\ e\ Jain}$	$f_{Churchill}$	$f_{planilha}$
20,0	1,80	112280	0,0207	0,0211	0,0211	0,0210
25,8	2,32	144841	0,0202	0,0206	0,0206	0,0205
30,8	2,77	172911	0,0200	0,0203	0,0203	0,0201
35,8	3,22	200981	0,0197	0,0201	0,0201	0,0199
39,2	3,52	220069	0,0196	0,0199	0,0199	0,0198
42,5	3,82	238595	0,0195	0,0198	0,0198	0,0197
45,8	4,12	257121	0,0194	0,0197	0,0197	0,0196

propriedades do fluido transportado

temp (°C)	$\mu$ (kg/ms)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$p_v$ (Pa)	$v$ (m <sup>2</sup> /s)
20	1,00E-03	998,2		1,004E-06

propriedades do local

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$p_{atm} = \text{Pa}$$

mat. tubo  
aço

espessura	Dint (mm)	A (cm <sup>2</sup> )
40	62,7	30,9

$$K(m) \quad DH/k$$

$$4,60E-05 \quad 1363$$

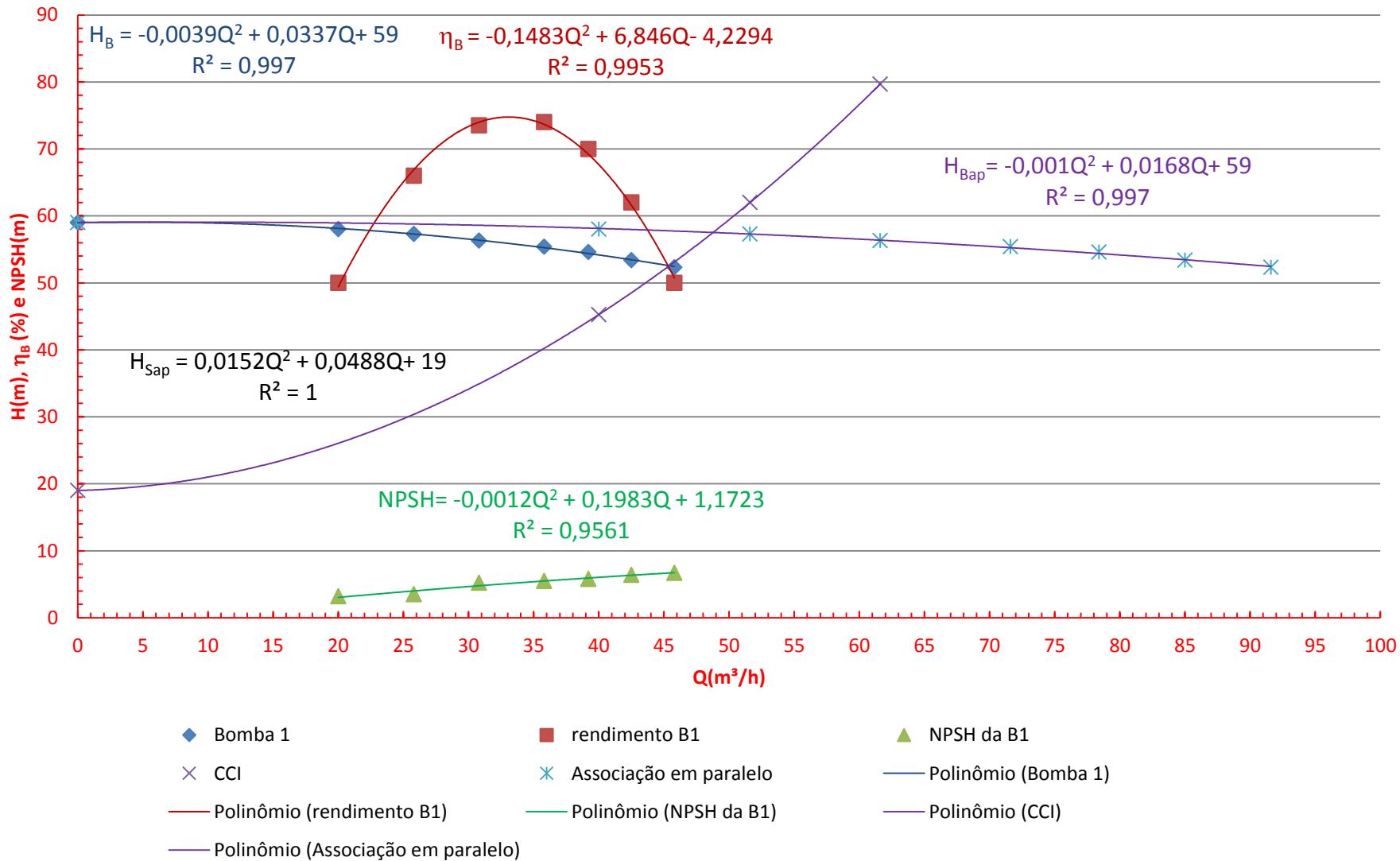
Para 2,5"  
com Qa

**Q**  
**m<sup>3</sup>/h**

- 40
- 51,6
- 61,6
- 71,6
- 78,4
- 85
- 91,6

Q(m<sup>3</sup>/s)    Q(L/s)    Q(L/min)  
deve transformar para m<sup>3</sup>/h

$Q(m^3/h)$	$v(m/s)$	$Re$	$f_{Haaland}$	$f_{Swamee e Jain}$	$f_{Churchill}$	$f_{planilha}$
40,0	3,60	224560	0,0196	0,0199	0,0199	0,0198
51,6	4,64	289683	0,0193	0,0196	0,0196	0,0195
61,6	5,54	345823	0,0192	0,0194	0,0194	0,0193
71,6	6,44	401963	0,0190	0,0193	0,0193	0,0191
78,4	7,05	440138	0,0190	0,0192	0,0192	0,0191
85,0	7,64	477190	0,0189	0,0191	0,0191	0,0190
91,6	8,23	514243	0,0189	0,0191	0,0191	0,0190





A vazão aumentou muito pouco, por que?



Porque o dimensionamento da tubulação após a seção 6 está inadequado, já que temos velocidades muito altas!

**Proponha alterações na instalação anterior para melhorar a vazão obtida com a associação em paralelo e resolva os itens c) e d) novamente. Resolva também o item a) e b) e compare as CCIs para o funcionamento da bomba só e para a associação em paralelo.**

